

令和 6 年 4 月 4 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K00022

研究課題名（和文）形式主義の哲学の新展開：竹内外史の論理哲学の解明を通じて

研究課題名（英文）New Developments in the Philosophy of Formalism: Through the Elucidation of Gaisi Takeuti's Logical Philosophy

研究代表者

秋吉 亮太 (Akiyoshi, Ryota)

早稲田大学・高等研究所・その他（招聘研究員）

研究者番号：20587852

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000円

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は、日本が産んだ戦後最大の論理学者である竹内外史の論理哲学にアプローチすることで、形式主義の新たな側面に光を当てて解明することである。これまでは竹内はもっぱら数学者として扱われてきたが、本研究によって、西田幾多郎に代表される京都学派の哲学との繋がりが明らかになってきた。また、竹内の順序数の整礎性証明を整理して再構成するという論理的な成果も得られた。関連して、戦後の証明論を代表するフェファーマンとの比較研究を進めることができた。予想外の副産物としては、東洋的な自己の哲学をデジタルツインの哲学や論理学に応用する研究も進めることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究によって、戦後最大の論理学者である竹内外史の論理哲学と西田幾多郎に代表される京都学派の哲学の繋がりが明らかになってきたことで、形式主義の新たな側面に光を当てることができた。これは、数学・論理学の哲学の新たな方向性を指しており、西洋哲学と東洋哲学の新たな接点を提供する意義ももっている。また、デジタルツインの研究は、東洋的な自己観の応用哲学へのさらなる適用可能性を意味している。

研究成果の概要（英文）：The purpose of this study is to shed light on and elucidate new aspects of formalism by approaching Gaisi Takeuti's logical philosophy, the greatest postwar logician produced in Japan. Until now, Takeuti has been treated exclusively as a mathematician, but this study has revealed the connection with the Kyoto School philosophy represented by Nishida Kitaro. In addition, a mathematical result was obtained by reconstructing Takeuti's proof of the well-foundedness of ordinal numbers. Relatedly, we were able to advance a comparative study with Feferman, who represents the postwar proof theory in the West. As an unexpected byproduct, we were also able to advance research on the application of the philosophy of the self in Eastern philosophy to the philosophy and logic of the digital twin.

研究分野：数学・論理学の哲学

キーワード：数学の哲学 論理学 証明論 京都学派 西田幾多郎 自己 デジタルツイン 志向性

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

現代の数学・論理学の哲学は、20世紀初頭のいわゆる「数学基礎論論争」に始まる。論理主義のフレイゲ、直観主義のブラウワー、形式主義のヒルベルトが中心人物であった。ヒルベルトの立場は、数学を記号の操作とみなして記号体系の無矛盾性を安全で確実とされる「有限の立場」で証明することをその目的としているが、ゲーデルの不完全性定理(1931年)によって実行不可能であると示された。ブラウワーは、数学の基礎を心の働きにおくことで独特の数学を構築した。ゲーデル以後、ゲンツェンが有限の立場を広げることで自然数論の無矛盾性を証明し(1936年)、戦後は金沢出身の論理学者である竹内外史(1926-2017)がこの分野を切り拓いた。竹内はゲンツェンの無矛盾性証明を解析学(集合論)の体系へ拡張することを目指して、竹内予想を提出した(1953年)。その後、有限の立場をさらに拡張するによって、この予想の部分解を何度も与えた(たとえば“On the fundamental conjecture of GLC V”, 1958年)。これらの結果は戦後の証明論の発展に決定的な影響を与え、その結果として、プリンストンのゲーデルによって高等研究所に招待され、ゲーデルの友人でありウィトゲンシュタインに極めて高く評価されたクライゼルとも議論を重ねた。

竹内は英語で数学的な論文を書くことが殆どであったが、実は日本語の著作において哲学的な思索を述べることも少なくなかった。例えば、「形式主義の立場から II」(『科学基礎論研究』、1956年)、『証明論入門』(共立出版、1988年)、『ゲーデル』(日本評論社、1998年)などが挙げられる。特に注目すべきなのは、竹内が自身の「有限の立場」について述べている箇所である。ゲーデルの不完全性定理によって、竹内はヒルベルトの立場を大幅に拡張せざるを得なかったが、その哲学的意味づけをこれらの著作で与えようとしている。さらに、これらの著作で、竹内は日本哲学(特に末綱恕一や西田幾多郎のいわゆる「京都学派」の哲学)に言及しており、その哲学的基盤として機能していると予想される。竹内の影響力の大きさを考えると、その哲学的基盤は探求されて然るべきであるが、これまではその数学的側面のみが注目されてきたこと、そしてその哲学的基盤の探求には証明論の専門的知識を持ち合わせていることが必須であるせいか、こうした研究は国内外で皆無であると言ってよい。また、竹内自身の記述も不十分な点が散見され、哲学的なターミノロジーやバックグラウンドを適宜補う必要がある。

2. 研究の目的

本研究では、先で述べた背景を元に、竹内外史の論理哲学の解明を目指した。特に、次の3つの課題について研究を進めた。

- (1) 竹内の証明論の哲学的基盤、特に有限の立場の解明、
- (2) 竹内の思想の背後に深く横たわっているように見える日本哲学(末綱恕一や西田幾多郎のいわゆる「京都学派」の哲学)との関係の解明、
- (3) 本研究を国際的に発信するための翻訳作業や、著作の解説の執筆。

本研究では、ひとまずは課題1(彼の証明論の哲学的基盤の解明)に取り組んで、その見取り図を与えることを主要な目的とした。この課題を遂行するにあたって重要なのは、「有限の立場」ということばを導入したヒルベルトとの比較検討である。そこで、次の二つのことを明らかにする必要がある。

(1-a) 竹内の有限の立場の正確な定式化(論理的課題)

(2-b) 竹内の立場の背後に潜む哲学的な原理の特定と吟味(哲学的課題)

次に課題2の目的について簡単に述べる。竹内は、いくつかの著作(たとえば『証明論入門』)において、証明論や数学基礎論の課題として、我々の心の働きの重要性を挙げる。例えば、証明論であれば finite mind、集合論では infinite mind の働きが重要であり、証明論や集合論の目的はこれらの働きの定式化を与えることであり、無矛盾性証明とは infinite mind の働きと finite mind の働きの整合性を確かめることである。そして、こうした文脈で末綱恕一の名前や(西田哲学のキーである)行為的直観が言及されている。そこで、竹内の著作をこうした関連で読み直すことによって、京都学派との繋がりを指摘する。さらに、京都学派に通じる発想が、竹内の数学基礎論像にどのような影響があるのかを明確にすることを目指した。

最後に、関連する作業として課題3にも取り組んだ。竹内の哲学的な散文はもっぱら日本語で書かれており、本研究が持つ国際的なインパクトを考えると、英語論文を執筆する必要がある。そして、そのためには、必要なパッセージを英訳することが必要である。また、西田/末綱/竹内という繋がりに関する研究はこれまで存在していないため、ある程度まとまった分量での解説論文を執筆することを目指した。

3. 研究の方法

課題 1 については次のように進めた。竹内は自身の立場に基づいて無矛盾性証明に必要な順序数の理論を展開しているが、まず細部を論理的に分析した。というのも、日本語による『証明論入門』(1988年)や英語著作の *Proof Theory* (1987年)において、 ω までの順序数に関する理論が展開されているが、竹内の書き方の常として、細部が詳細に説明されているわけではない。そこで、これらの議論を現代的な証明論のツール(順序数解析で発展させられたきたツール)を用いることで、その細部を定式化した。この作業によって、インフォーマルに留まっていた概念が明示的に定式化されることで、竹内の立場が以前よりもクリアに理解できることが期待された。

課題 2 については次のように進めた。竹内の哲学的散文のうち、「形式主義の立場から II」(『科学基礎論研究』、1956年)、『証明論入門』(共立出版、1988年)に焦点を当てて、その内容を整理した。まず、前者では西田や末綱のキーワードである行為的直観が出てくることを指摘した。そして、この論文では竹内の形式主義観がヒルベルトのものとは違っていることを説明するために、比較検討の作業を行った。そして、後者では、ゲーデルの影響で導入された finite mind や infinite mind といったことばが登場するため、竹内の数学基礎論観を整理する作業をまず行なって、京都学派との影響関係を探究した。

課題 3 については、課題 2 を遂行するにあたって、竹内の著作からいくつかのパスセージを翻訳する作業を進めた。そして、西田/末綱/竹内という繋がりをより詳細に探究するために、西田の「論理の理解と数理の理解」(NKZI)や「数学の哲学的基礎づけ」(NKZX)、末綱の『数理と論理』に収録された「数学の基礎」「論理と人間存在」や『数学の基礎』、そして上述の竹内の著作を精査することで、この繋がりに対して見通しを与える論文を執筆した。

なお、これらの研究を遂行するにあたっては、ロレーヌ大学哲学科のアラナ教授との共同研究を実施した。また、証明論や証明支援系に関するアドバイスを得るために、ミュンヘン大学数学科のシュビヒテンベルク名誉教授やキュー博士を複数回訪問した。

最後に、上の 3 つの課題を探究する中で、東洋的な自己観をデジタルツインに応用する研究の可能性が見えてきたため、京都大学の出口教授のグループと共同研究を行なった。デジタルツインが我々の実社会に進出してくる中で、人間との関係性が重要になってくる。例えば、ある人間と知識や記憶を共有するロボットが登場した時に、その人間との関係性が重要になってくる。というのも、人間とロボットは伝統的な西洋哲学では異なったものとされているが、他方で、知識や記憶を共有して同様に振る舞うのであれば、ある意味では同一であるとも言えるからである。そこで、このようなパラドクスを解明するために、哲学的論理学のツールであるベルナットの branching time を用いて、デジタルツインを含むエージェントのモデル化を試みた。

4. 研究成果

課題 1 については、以下のようにいくつかの研究成果が得られた。(1-a) 竹内の有限の立場の正確な定式化(論理的課題)については、『証明論入門』(1988年)や英語著作の *Proof Theory* (1987年)の該当箇所を現代証明論のツールを使うことで、順序数の表記体系の定義を明示的に与えて、 ω までの整礎性証明を分析することができた。前者については、シュッテやブフホルツのより大きな順序数の表記体系に関するよく知られた定義と似ていることが判明したため、これを採用した。そして、整礎性証明については、まず、整礎性の定義を与える際に無限下降列を用いるかどうか焦点であったが、これはミュンヘン大学数学科のキュー博士との議論することによって解決した。そして、整礎性証明の一つの定式化を、直観主義算術の拡張体系において与えた。この成果はアラナ教授との共著論文として出版された。他方で、 ω を超える順序数体系については着手することができなかつたため、今後の課題として残された。

(2-b) 竹内の立場の背後に潜む哲学的な原理の特定と吟味(哲学的課題)については、まず、竹内の有限の立場が、目の前にある有限な対象に関してのみ議論するのであれば問題ないだろう、というものであり、有限な対象で足りないのであれば、帰納的な手法を採用せざるを得ない、という点を確認することができた。そして、竹内は、ヒルベルトのように「安全性」を強調しないある種の相対的な立場に立っていることも判明した。これは、以下でも述べる課題 2 の成果とも整合する。次に、整礎性証明の定式化を厳密に定式化することで、竹内の整礎性証明では、整礎性の定義が構成主義で許容可能な仕方と与えられることが判明した。より具体的には、「真に減少する無限下降列は存在しない」という言明を、存在しないはずの無限下降列を前提にしない形で定式化することができたため、竹内の整礎性証明が構成主義で許容可能であることがわかった。

課題 2 については、「形式主義の立場から II」(『科学基礎論研究』、1956年)にまず焦点を当てることで、竹内の形式主義は数学の最終基盤としての有限主義を掲げるヒルベルトとは異なっていることが判明した。つまり、無矛盾性プログラムを追求することが、形式主義の解明につながるという哲学的な態度を保持していた。そして、竹内が数学における記号の力を説明する中で、「行為的意志的直観」というタームを用いており、これが数学的对象を構成する作用と、これによって構成される対象そのものの両方を意味していることが明らかになった。これは、ターム自体が京都学派に由来するのみならず、その意味合いも西田の行為的直観に深く関連していることを意味している。さらに、『証明論入門』(共立出版、1988年)の哲学的な散文に光を当

ることによって、竹内にとっての数学基礎論とは、finite mind (証明論) や infinite mind (集合論) といった様々な mind の間の関係性を探究する学問であり、したがって、竹内が証明論や集合論を互いに深く関連した形で探究していたことの原因が、mind という単一のことばを用いていることから説明できる可能性が出てきた。そして、出口の分析アジア哲学の枠組みを援用することによって、西田の自己概念 (narrow self) によって mind が説明できることを指摘した。他方で、西田 / 末綱 / 竹内という興味深い影響関係のさらなる解明については、課題 2 を遂行する中で課題点として残った。

加えて、竹内と戦後の証明論を語る上で重要なキーパーソンであるフェファーマンの数理思想との比較検討作業を進めた。フェファーマンは証明論や帰納関数論、そして集合論などで幅広い業績を残しているが、ポアンカレやワイルに由来する可述性を比較検討作業の焦点に据えた。可述性を重要視したフェファーマンと、それほど重要視しなかった竹内の違いを明らかにすることが目的であり、そのために、可述性を巡る数理論理学の発展にとって重要であったハオ・ワンの著作を精査することにした。その結果として、フェファーマンの (可述性に関する) 思想は、自然数の集合が所与として与えられているという意味で、ハオ・ワンの mathematics of being に分類されて、自然数の集合はあくまでも客観的に存在したものであると措定されていることを確認した。これに対して、竹内の数理思想は mind に関する mathematics of doing に分類することができて、主体と客体のはっきりとした区別を前提しないために、より柔軟で包括的な数学基礎論観であることが明らかになった。

課題 3 については、竹内の哲学的散文が日本語で書かれていること、そして本研究が持つ国際的なインパクトを考慮して、上記の課題を遂行するのに必要な範囲で翻訳作業を行なった。特に、「形式主義の立場から II」(『科学基礎論研究』、1956 年) や『証明論入門』(共立出版、1988 年) のいくつかのページの翻訳作業を進めることができた。また、西田 / 末綱 / 竹内という影響関係をさらに探究するために、西田の「論理の理解と数理の理解」(NKZ I) や「数学の哲学的基礎づけ」(NKZ X)、末綱の『数理と論理』に収録された「数学の基礎」「論理と人間存在」や『数学の基礎』、そして竹内の哲学的散文を比較検討する作業を行なった。その結果、竹内がキャリアの最初期から「行為的直観」というタームを用いていることが判明した。特に、河田敬義との著作である『自然数論』(1951 年) の最終章で、竹内がこのタームを使っていることが明らかになった。また、こうしたタームは後年の『証明論入門』(共立出版、1988 年) でも用いられていることから、キャリアを通じて影響関係があること、そして、このことばは末綱に由来することも判明した。西田から末綱の影響関係についてはすでに先行研究が存在しているため、これらの知見を整理した論文を執筆して出版した。なお、当初は、西田 / 末綱 / 竹内の翻訳へのイントロダクションとして書かれたものであったこの論文は、翻訳プロジェクトとは独立に出版されることになった。

以上が、前述の課題に直接関係する成果であるが、他方で、残された問題も数多く存在する。まず、課題 1 については、 ω_0 を超える順序数体系については着手することができなかったため、今後とも取り組む必要がある。特に、竹内が独自に導入した ordinal diagrams の整理性証明を、先行研究を踏まえつつその数学的内容を整理する必要がある。そして、この証明を精査することによって、背後に横たわる哲学的な立場を明らかにしていきたい。課題 2 と課題 3 については、竹内の数学基礎論観をある程度明らかにすることができたものの、mind を西田の自己で解釈する作業を続ける必要がある。特に、西田の world/(narrow)self/tool という概念的な枠組みとの整合性を精査することが課題である。また、竹内が行為的直観というタームを使っているのであれば、従来の数学の哲学における直観概念との比較検討も必要であろう。

加えて、以上の研究によって得られてきた東洋的な自己に関する哲学をデジタルツインに応用する研究にも着手することができた。デジタルツインが登場することによって、人間と様々なリソース (記憶や知識) などを共有するロボットが誕生する可能性が高くなってきた。すると、ある人間とそのデジタルツインの同一性が問題になるため、これをベルナップの branching time によって分析した。今後の課題としては、ヴァーチャル・リアリティに登場するような自己概念の分析がある。

最後に、完了には至らなかったが取り組んだいくつかの研究について述べておく。まず、パリ第一大学のアルベルト・ナイーボ准教授と二階論理の証明論的意味論に関する研究に取り組んだ。これは、これまで一階述語論理にほぼ限定されてきた証明論的意味論を二階論理へと一挙に拡張するものであり、60 ページ弱のドラフトを執筆して、近いうちに投稿予定である。また、関連する研究として、最初期フッサールの論理哲学に関して、岡山大学の植村玄輝准教授との共同研究を行なった。こちらもドラフトの仕上げ作業に入ることができたため、近いうちに投稿できる予定である。

以上が成果の概略であり、コロナ禍による停滞があったものの、国際会議や査読付きの英語論文として発表できたことを記しておく。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 5件）

1. 著者名 Ryota Akiyoshi	4. 巻 153
2. 論文標題 A Note on Feferman and Takeuti: Their Thoughts on Predicativity and Finitism	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 哲学（三田哲学会）	6. 最初と最後の頁 1--27
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Ryota Akiyoshi	4. 巻 151
2. 論文標題 Foundations of Mathematics a la Kyoto School: from Nishida to Takeuti via Suetsuna	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 哲学（三田哲学会）	6. 最初と最後の頁 1--36
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Yasuo Deguchi, Takuro Onishi, Ryota Akiyoshi, Takashi Yagisawa, Maiko Yamamori	4. 巻 1
2. 論文標題 Logic of Alternative-I	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Asian Journal of Philosophy	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s44204-022-00050-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Ryota Akiyoshi and Andrew Arana	4. 巻 146
2. 論文標題 竹内の整礎性証明再訪	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 哲学（三田哲学会）	6. 最初と最後の頁 83--110
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Ryota Akiyoshi and Andrew Arana	4. 巻 -
2. 論文標題 On Gaisi Takeuti's Philosophy of Mathematics (abstract)	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 The Bulletin of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ryota Akiyoshi and Andrew Arana	4. 巻 46
2. 論文標題 Takeuti's proof-theory in the context of the Kyoto school	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 哲学論叢	6. 最初と最後の頁 1--17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Ryota Akiyoshi	4. 巻 25
2. 論文標題 "Proofs as Programs" Revisited" (abstract)	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 The Bulletin of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 236--237
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 8件)

1. 発表者名 Ryota Akiyoshi
2. 発表標題 Towards Proof-Theoretic Semantics for Second-Order Logic
3. 学会等名 Mini-WS (L'Institut d'histoire et de philosophie des sciences et des techniques, Paris) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Ryota Akiyoshi, Andrew Arana
2. 発表標題 Takeuti on finite and infinite sets
3. 学会等名 Workshop: "Self and Infinity" (Husserl Archive) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Ryota Akiyoshi
2. 発表標題 Takeuti's finitism in the context of the Kyoto school
3. 学会等名 Axiomes et definitions (Paris, IHPST) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Ryota Akiyoshi
2. 発表標題 Takeuti's argument of the well-foundedness of ordinals up to the ϵ_0
3. 学会等名 Munich Center for Mathematical Philosophy (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Ryota Akiyoshi
2. 発表標題 Takeuti's finitism in the context of the Kyoto school
3. 学会等名 Munich Center for Mathematical Philosophy (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Ryota Akiyoshi
2. 発表標題 Takeuti 's Finitism Revisited
3. 学会等名 Mathematical and logical understanding and formalization Workshop in honor of Pr. Mitsuhiro Okada (Paris, IHPST) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Ryota Akiyoshi
2. 発表標題 On Gaisi Takeuti's philosophy of mathematics
3. 学会等名 Logic Colloquium 2019 (Prague, The Czech Republic) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ryota Akiyoshi
2. 発表標題 On Gaisi Takeuti's philosophy of mathematics
3. 学会等名 Oberseminar Mathematische Logik (LMU Muenchen, Mathematisches Institut) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

https://researchmap.jp/georg_logic

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------