

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 5 日現在

機関番号：12701

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K02676

研究課題名（和文）革命的・累積的な知識の成長を織り込んだ算数・数学科カリキュラムの開発研究

研究課題名（英文）Developmental Research on Arithmetic and Mathematics Curriculum Incorporating Revolutionary and Cumulative Knowledge Growth

研究代表者

池田 敏和 (Ikeda, Toshikazu)

横浜国立大学・教育学部・教授

研究者番号：70212777

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：数学の知識獲得では、これまで獲得した数学的知識を用いることで、解決が可能になる範囲をどんどん広げていく。これが累積的な知識獲得である。しかし、範囲を広げていく中で、当然、これまでの数学的知識では、解決できない問題に直面する。そこで、これまで考えてこなかった新たな視点から数学を捉え表現していくことで、これまでに構築していない新たな数学の断片が構築される。これが革命的な知識獲得である。本研究では、革命的な知識獲得と累積的な知識獲得からなる数と計算領域における複数の教材とその系列を開発した。ただし、これらの活動を基にした具体的カリキュラムを構築するまでには至らなかったため、今後の研究が期待される。

研究成果の学術的意義や社会的意義

歴史的に見たとき、算数・数学科のカリキュラム開発では、各学年の指導内容を要目（二次方程式、三平方の定理等）によって位置づけ、その後で「要目（知識・技能）=>活動」といった流れが背景にある。資質・能力の育成という立場から、現行の学習指導要領では活動重視の方針が示されたが、小・中・高等学校の算数・数学をどのような系列で串刺ししてデザインするかまでには至っていない。本研究では、数と計算領域に焦点を当て、「適用範囲の拡大 限界との遭遇 限界を乗り越える新たな概念の開発」という基本的枠組みを基に、革命的な知識獲得が顕在化する局面を8つ特定した。

研究成果の概要（英文）：In the acquisition of mathematical knowledge, one first expands the range of problems solvable by utilizing previously acquired mathematical knowledge, thus engaging in cumulative knowledge acquisition. However, as the scope expands, inevitably, one faces problems that cannot be solved with previous mathematical knowledge. Therefore, by capturing and expressing mathematics from new perspectives that have not been considered before, new fragments of mathematics that have not been constructed before are built. This constitutes revolutionary knowledge acquisition. In this study, multiple teaching materials and their sequence were developed for the domain of numbers and their calculations focusing on both revolutionary and cumulative knowledge acquisition. However, concrete curricula were not developed by combining these activities, thus further research is expected in the future.

研究分野：数学教育学

キーワード：革命的な知識獲得 累積的な知識獲得 算数・数学カリキュラム 数とその加減乗除

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

本論では、数学的知識は、直線的に一定の割合で成長していくものではないこと、また、数学の探究過程は、革命的な知識の成長が節目となって要所要所に位置付けられ、その節目と節目の間では、累積的な知識の成長がなされていくと考える。ラカトシュ(佐々木訳、1980)は、数学の最も刺激的な発展として、「概念の境界領域の研究」「その概念の拡張」「前には識別されていなかった概念の識別」を取り上げ、数学のどのような理論もこの成長期を通ることについて言及している。このような成長期は、まさに革命的な数学的知識の成長に対応するものであり、数学的知識においても2通りの知識の成長のあることを補強してくれるとともに、学校数学において強調していくべき活動内容を暗示してくれる。それでは、算数・数学学習において、革命的な知識の成長、累積的な知識の成長とは、具体的にどのようなことを意味するのであろうか。また、学校数学で、この2通りの成長過程をカリキュラムとしてどのように具現化していけばよいのであろうか。これらの二つの論点为本研究課題の革新をなす学術的な「問い」である。

2. 研究の目的

本研究の目的は、下記の2点である。

- (1) 学校数学の中で数学的知識の成長をどのような枠組みで捉えればよいかを分析し、それを具現化するためのカリキュラムの構成原理を明らかにする。
- (2) 小学校算数科、中・高等学校数学科という縦断的な指導系列の中で、上記の構成原理に基づく指導系列を事例的に開発し、教材開発・授業実践を通してその効果と限界について明らかにする。

算数・数学の学習指導の現状を顧みたととき、学習指導要領の中で数学的活動が繰り返し位置づけられ幅広く実践されるようになってきたが、それを有機的に算数・数学科カリキュラムの中で位置づけていくためには、カリキュラムの「基本的な考え方」を再考する必要があると考える。ここでいう「基本的な考え方」とは、各学年の指導内容を要目(二次方程式、三平方の定理等の知識・技能)によって位置づけ、その後で「要目(知識・技能)⇒活動」といった流れのもと数学的活動の教材を開発していくという考え方である。活動というものは、本来、問いから問いへと連鎖的に広がっていくものであり、その中で活動の質的変化が生まれてくる。要目(知識・技能)が各学年で特定されているがゆえに、その要目(知識・技能)に光が当たるような活動に限定されて教材が開発されるようになり、細切れの活動の寄せ集めになってしまう危険性があるわけである。また、要目(知識・技能)で各学年の指導内容を区切るが故に、その学年になるまで、その素地的活動がなされない可能性が高い。数学的活動をさらに一歩踏み込んで強調していくためには、指導系列の「基本的な考え方」を再考する必要がある。それでは、前述の目指すべき数学の探究活動が具現化できるカリキュラムとは、いったいどのようなものであろうか。本研究では、理想として掲げた数学の探究過程が具現化できるようなカリキュラムの構成原理を開発すると共に、その指導内容とその系列を具体化していくことを目指している。このようなカリキュラム開発は、次の学習指導要領の改訂を目指して取り組むべき重要な論点だと考える。

3. 研究の方法

ラカトシュ(佐々木訳、1980)の述べるところの「概念の境界領域の研究」「その概念の拡張」「前には識別されていなかった概念の識別」に対応する革命的な知識の成長が、どのような契機で引き起こされるのか、また、それがどのような過程を経てなされるのかが重要な論点となる。そこで、算数・数学科のカリキュラムの中で、革命的な知識の成長に対応する学校数学における学習内容を特定すると共に、特定された内容について、どのような教材を用いて縦断的に学習指導を行えばよいのかについて教材開発を行い、小・中・高等学校の児童・生徒に対して検証のための授業実践を行う。特に、算数・数学の学習内容において中心的な活動である下記の二つ活動に焦点を当てる。

- ・実世界と数学の世界を行き来する数学的モデリングとそれに伴う数学的知識の成長
- ・数学の世界における統合・発展に関わる探究活動とそれに伴う数学的知識の成長

本研究の主題は、これまで獲得してきた数学的知識が根底から覆され拡張されたり統合されたりしていく活動を節目節目で位置付けながら、その間をつないでいく媒介となる活動として、これまで獲得した数学的知識を用いることで解決可能な問題場面を広げていく活動を位置づけていけるような算数・数学科カリキュラムの枠組みを開発することにある。

下記の2点に焦点を当てて、研究を進める。

- (1) 小学校算数科、中学校数学科、高等学校数学科における数学的モデリング、発展・統合に関わる探究活動、また両者の活動に伴う数学的知識の成長に焦点を当てながら、革命的な知識獲得、累積的な知識獲得についてどのように解釈すればよいのかについて考究する。
- (2) 数と計算(式)領域に焦点を当て、累積的な知識の成長、革命的な知識の成長といった視点から、小学校算数科、中・高等学校数学科における数学的活動の系列をデザインする。そして、教材研究、授業研究を通して、小学校算数、中・高等学校数学科の中で児童・生徒の見方が革命的に変化する局面を同定する。

4. 研究成果

(1) 数学的モデリング、統合・発展に関わる探究活動における革命的な知識獲得、累積的な知識獲得の解釈

抽象化を「もの (object)」の抽象化、「操作 (operation)」の抽象化にわけたとき、抽象化される前の「もの」「操作」と抽象化された後の「もの」「操作」の間には大きな壁があり、その大きな壁を乗り越える行為が革命的な知識獲得である。具体的には、「操作」の抽象化を考えた時、日常生活における加減乗除の操作が、数直線、座標平面上での図的、座標的な操作に置き換わることで、自分の手の届く別の世界における操作になる。さらに、数直線、座標平面上での視覚的に見える操作は、行列変換、複素数変換という記号的操作に置き換えられることで、機械的に処理可能な操作になる。このように、問題に遭遇し、新たに抽象化された操作を創り上げる行為が、革命的な知識獲得になる。数学の知識獲得では、まずは、これまで獲得した数学的知識を用いることで、解決が可能になる範囲をどんどん広げていく。物の個数として表現された数は、何番目を表す順序数、長さといった連続量等に活用され、適用範囲を広げていく。これが累積的な知識獲得である。しかし、範囲を広げていく中で、当然、これまでの数学的知識では、解決できない問題に直面する。例えば、一方向で考えていた集合数の世界では、「右方向に3つ進む、左方向に2つ進む」といった二方向のある移動を表現することはできない。そこで、これまで考えてこなかった新たな視点から数学を捉え表現していくことで、これまでに構築していない新たな数学の断片が構築される。同じ行為でありながら、操作が異なるものができるが、その断片をつなぎ合わせていくことで、以前の操作とは異なる新たな数学が創り上げられる(革命的な知識獲得)。本研究では、「適用範囲の拡大 限界との遭遇 限界を乗り越える新たな概念の開発」という基本的枠組みを基に、革命的な知識獲得と累積的な知識獲得からなる数と計算領域における複数の教材開発を行うと共に、小中高等学校の算数・数学科における革命的な知識獲得に関わる8つの局面を同定した。ただし、これらの活動を基にした具体的なカリキュラムを構築するまでには至らなかった。今後の研究が期待される。

(2) 累積的な知識の成長、革命的な知識の成長に焦点を当てた、数と計算領域における小学校算数科、中・高等学校数学科における数学的活動の様相

数とその加減乗除が、どのような革命的な知識の成長により拡張されていくのかを8つの局面にわけて概観する。8つの局面を図式化したものが図1である。

数の抽象化

数の起源に羊飼いの話が出されることがあるが、羊飼いは、羊を石ころに置き換えて、自分の手の届くところで羊の数を確認したといわれている。現実の世界の出来事そのまま操作できないことが多いことから、別の空間(世界)をつくり、そこで数を数えられるようにしたいという原初的な見方が出発点と言える。ものの数をブロックで置き換える際には、1対1対応が基本になる。また、ものの数を簡潔に表現するために、記号を用いて「3」といった形で表現することになる。そして、ものの個数として生まれた数は、位置の表現(順序数)、移動の表現、さらには、長さ等の連続量にも適用されることになる。

整数の加減乗除

ものの個数、位置の表現、移動の表現を表すようになった数は、操作の合成ということで、その加減が考察の対象となる。「2つのリンゴと3つのリンゴを合わせると・・・」「2の位置から3移動すると・・・」「最初に2移動して、さらに3移動すると・・・」といった具合に、加法の意味を表す具体の適用範囲が広がっていく。累積的な知識獲得である。また、記号的表現によって処理可能にするために、「 $2 + 3 = 5$ 」といった式が構成される。数学内での記号的操作を可能にするために、日常の中での操作、ブロック等の具体物により操作が活用されることになる。1回1回考えずに機械的にできるようなシステムをつくるために、具体を頼りにして抽象化を行っているわけである。そして、100のたばが2つと10のたばが3つを「 $2 + 3 = 5$ 」という式に表現できないことから、加減では、「一つ分が同じである」ことが経験的に理解されることになる。この考えは、小数、分数の加減等で顕在化されるべき加減の本質である。また、(一つ分)の(いくつ分)という乗法とその逆の除法も、具体を基に記号的操作へと抽象化されていく。また、数が長さ等(連続量)に活用されることで、乗法が「ゴムがどのくらい伸びたか」という事象にも活用されることになる。ここに「何倍」という二つの量の関係(最初のゴムの長さと伸ばした後のゴムの長さの関係)としての数(割合)が生まれることになる。

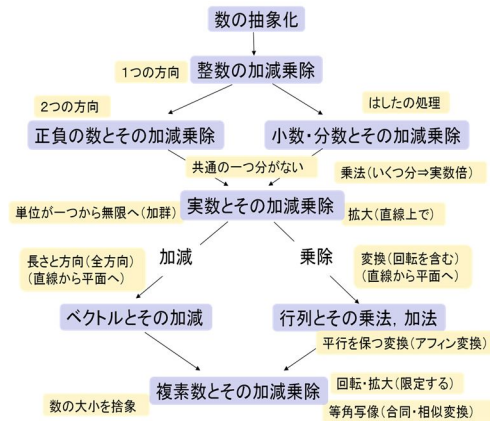


図1. 数と計算(式)領域における革命的な知識獲得の

小数・分数とその加減乗除

ものの個数として生まれた数を長さ等（連続量）にも広げることで、「えんぴつ3本分とちょっと・・・」という具合に、ぴったりいかない場面に遭遇する。「なるべく少ない道具で、なるべく多くのことをできるようにしたい」という思いは、適用できない場面との遭遇が付随してくるわけである。この限界を克服するために、何を単位にするかが再考され、小数、分数が生み出されることになる。革命的な知識獲得である。そして、整数と同じように、加減乗除ができないかが考察対象となる。「小数の加減では小数点をそろえる」「分数の加減では分母をそろえる」といった形式的な理解で終わることなく、「一つ分が同じでないと計算できない」といった意味に基づく理解を促したい。また、このような理解を促す際、記号的表現では、その理解が難しいことから、図等の具体的な表現を用いて、子どもの理解を促していく必要がある。さらに、「ゴムはどのくらい伸びたか」という事象では、「50cmが170cmに伸びた」といった具合に、これまでのかけ算の意味である（一つ分）の（いくつ分）では解釈できない場面に遭遇する。「50cmの3倍より長く、50cmの4倍より短い・・・」ということで、50cmのいくつ分ということが表現できない。このような場面に乗法表現を適用するには、何倍の解釈を拡張する必要がでてくる。これも革命的な知識獲得である。

正負の数とその加減乗除

ものの個数として生まれた数を位置の表現、移動の表現に広げることで、「先生から右に3番目の人を3と表したとき、先生から左に2番目の人はどう表わすか」という具合に、整合性のある形で表現できない場面に遭遇する。この限界を克服するために、負の数が生み出されることになる。そして、整数と同じように、加減乗除ができないかが考察対象となる。ここで留意すべき点は、記号的操作の方法を考えるために取り扱う具体は、物の個数ではないという点である。加減では、「ある位置からの移動」「移動の合成」を具体にして、乗除では、「ある移動の何倍」という具体を基に、形式化を考えていくことになる。小学校では、常に中心となっていた「ものの個数」が、「移動」へと乗り換えて考えていくことになる。この乗り換えは、中学生にとっては、革命的な知識獲得だと言える。また、複素数の乗除の素地として、「マイナス2倍」は、「方向を反対方向に変えて2倍する」、言い方を換えると、「180°回転させて2倍する」というイメージをもたせておきたい。

実数とその加減乗除

これまでの数では、その大小関係や加減を考える際は、「共通の一つ分があること」が前提条件であった。しかし、二等辺直角三角形では、「一辺と斜辺の長さの間には共通の一つ分があるか」という問題に遭遇することになる。革命的な知識獲得を実感してもらうために、この場面で、A4用紙（理想化して1: 2）を用いた具体的操作で、共通の一つ分が見いだせないことを体感してもらいたい。Ikeda & Stephens (2021) では、ユークリッド互除法と命題の対偶を既習として本教材を取り扱っている。ユークリッド互除法は、高校数学で取り扱われているが、長方形の2辺の比を長方形の紙を折りながら操作的に見出す活動を取り扱えば、その手順が見えてくる。また、命題の対偶も、図表示による集合の包摂関係と関連づけることで、直観的な理解を促すことは可能だと考える。ただし、中学生に対する教授実験はまだなされていないため、今後の研究が期待される。このような体験を通して、A4用紙の縦と横の長さには、共通の単位が存在しないことがわかる。そして、 $2 + 3$ は、共通の一つ分がないことから、それ以上計算できないことがわかる。ただし、 $2 \times 2 + 3 \times 2$ のように、 2 を共通の一つ分とすれば、 5×2 のように計算できることも実感できる。小数、分数の加減では共通の単位が必ず見つかったが、実数の世界では単位は無数にあり、共通の単位同士であれば計算できるという理解になる。このような活動は、まさに、革命的な知識獲得と言える。また、乗除では、 2 の長さ（移動）を単位として考えると、その2倍、3倍だけでなく、 3 倍も考えることができる。ゴムの伸び具合がその現実世界での具体であり、数直線上であれば、「 2 の長さ（移動）を 3 倍する」、「 1 の長さ（移動）を 2 倍し、さらに 3 倍する」といった具合に解釈することができる。

ベクトルとその加減

ものの個数として生まれた数は、位置と移動、連続量、量と量の関係を表すために拡張されてきた。正負の数では、ある基準からの二方向の位置、二方向の移動が取り扱われるようになった。また、ある基準を0としたとき、0からの二方向の位置、0からの二方向の移動は、絶対値をとれば、その大きさが表現できることになる。ここで、「二方向だけではなく、東西南北、さらには、360°の方向からその移動や位置を表現できないか」という問題に遭遇することになる。ここで、移動の方向と大きさを併せ持ったベクトルが考案されることになる。ここでは、ヨットの移動等が現実世界の具体になり、座標平面上の矢印が視覚的に捉えられる具体になる。正負の数では、加減乗除は、数直線という1次元の世界で考えられてきた。加減については、2次元の平面の世界で考えられるようになり、乗除については、同じ方向に実数倍（スカラー倍）という考えで解釈できるようになる。革命的な知識獲得である。また、数学の世

界で形式的操作を可能にするために、文字式の式操作が同じようにできないかと類推しながら、具体を基に検証していくことが奨励される。ベクトルの大きさの式操作では、次のような類推が可能になる。

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}| + |\vec{b}|^2$$

長さに関する式操作の類推であることから、三角形の図形を描きながら、この式が成り立つかどうかを検証する必要がある。そうすると、余弦定理より、この式操作は成り立たないことがわかる。限界との遭遇である。そこで、この式表現を $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a}\cdot\vec{b}$ と修正し、 $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$ と定義すれば、整合性がとれることが見出される。ここに内積という考えが導入されることになる。形式不易の考えに基づく革命的な知識獲得である。ただし、ベクトル同士の乗除は考えられていない点に留意する必要がある。

行列とその乗除

正負の数では、数直線上にある数の何倍という考えが取り扱われた。また、ベクトルの世界でも、ベクトルのスカラー倍という考えが導入された。この考えを基にすると、ある図形を一方向に拡大縮小する変換の記号的表現が次のように見出せることになる。これは、長方形を x 軸方向に a 倍、y 軸方向に b 倍に変換してくれる。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \end{bmatrix} \quad (a \neq b)$$

それでは、図形を同じ方向だけでなく、回転して拡大縮小するような変換を数式で表現することはできないのだろうか。このような問いの遭遇が、さらなる抽象化を促進することになる。行列の学習の素地として、図形の移動に関わる教材を豊富に体験しておきたい。上記の式では、X は x だけの一次関数（比例）、Y は y だけの一次関数（比例）になっていることから、次のような x と y の一次式による変換式を考えて、具体で検証していくことにする。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{bmatrix}$$

具体として、座標平面上に正方形、長方形、平行四辺形、台形をつくり、下記のような行列式で、4つの頂点がどのように変換されるかを調べ、図形がどのように変換されるかを確かめる活動を考える。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

その結果、正方形、長方形、平行四辺形は平行四辺形へと変換され、台形は台形へと変換されることが見えてくる。このような体験を通して、このような行列変換は、同じ方向に拡大・変換する以外の新たな変換を表現しているが、図形の相似を保つような変換になっていないことがわかる。そして、この行列変換は、平行を保つ変換であることが帰納的に見出されることになる。革命的な知識獲得である。そして、この変換の現実世界における具体は、長方形の窓から差し込む光が床に映し出す図形の形であり、それは常に平行四辺形であるということである。

複素数とその乗除

での活動から、図形の相似を保つような変換を数式で表現できないかが次の問題となる。ここでは、同じ方向への何倍だけでなく、回転させながら拡大するという変形に焦点が向けられる。また、正負の数の乗除から、マイナス2倍を「180°回転して2倍する」行為と捉えることにより、「180°回転するというならば、90°回転するという考えはないのか」といった問いにも目を向けることができる。このような問いを練り上げることで、「ある図形を回転させて拡大させるという相似変換だけを可能にするような数式処理のシステムはつくれないか」という問いに取り組ませたい。90°回転を i 倍することで定義することにより、「i」は90度回転という変換という操作を表すと共に、1を単位ベクトルとすると、その i 倍は平面上の位置も表していることになる。あるベクトルの回転・拡大をベクトルの加法の考えを基に類推することで、a+bi をかけるという変換は、あるベクトルを a 倍したベクトルと、あるベクトルを b 倍して90°回転させたベクトルの和として考えることができる。あるいは、加法定理が成り立つようなシステムをつくるという考えから、 $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ という位置を表す複素数に θ_2 回転して r_2 倍する複素数 $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ をかける操作は、 z_1, z_2 を共に操作として解釈し直すことで、1という単位ベクトルを $\theta_1 + \theta_2$ 回転して、 $r_1 r_2$ 倍する操作になるという解釈に導かれる。このようにして、行列変換の特殊として、複素数変換が見出されることになる。複素数変換は、相似を保つということ、等角変換であることがわかる。さらに、複素数変換では、複素数は変換であると同時に位置を表しているのに対して、行列は変換を表しているが位置は表していないことがわかる。複素数は、位置と変換の両方を併せ持つことで、巧みな数式処理を可能にしていることがわかる。また、複素数の加減については、1と i という単位ベクトルを基底とすることで、ベクトルの考えがそのまま活用されていることもわかる。ただし、複素数まで拡張されることで失ってしまった用途がある。それは数の大小関係である。平面上の位置を表している複素数には、その大小関係を考えることはできない。もちろん、絶対値をとって原点からの大きさを考えることはできるが、数をより幅広い応用可能な範囲へと広げていった結果、これまで扱っていた原初的な用途が捨て去られたという点は、我々の生きる社会生活でも学ぶべき点だと言える。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 4件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 池田敏和	4. 巻 -
2. 論文標題 数学化と数学的な見方・考え方	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 新しい算数教育	6. 最初と最後の頁 28-33
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Toshikazu Ikeda and Max Stephens	4. 巻 なし
2. 論文標題 Investigating Pre-service Teachers' Experiences with the "A4 Paper Format" Modelling Task	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Mathematical Modelling Education in East and West	6. 最初と最後の頁 293-304
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Toshikazu Ikeda and Max Stephens	4. 巻 30
2. 論文標題 Identifying some key characteristics of an integrated approach to teaching modelling	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Quadrante	6. 最初と最後の頁 267-284
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 池田敏和	4. 巻 45
2. 論文標題 現実事象の数学化をカリキュラムに織り込む方針とその課題	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本数学教育学会春期大会論文集	6. 最初と最後の頁 195-198
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 池田敏和	4. 巻 9
2. 論文標題 数学的モデリングの指導に関する教員養成課程の学生の認識とその変容	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本科学教育学会年会論文集	6. 最初と最後の頁 53-54
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Toshikazu Ikeda and Max Stephens	4. 巻 なし
2. 論文標題 Using a Mathematical Modelling Activity to Assist Students to Make Sense of a Limit Theorem in Trigonometry	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematical Modelling Education and Sense-making	6. 最初と最後の頁 287 - 298
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Jill P. Brown, Toshikazu Ikeda	4. 巻 ICME13
2. 論文標題 Conclusions and Future Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education	6. 最初と最後の頁 233 - 253
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-14931-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 該当する

[学会発表] 計4件(うち招待講演 0件/うち国際学会 2件)

1. 発表者名 Toshikazu Ikeda & Max Stephens
2. 発表標題 Pre-Service Teachers' Perceptions of Modelling Education
3. 学会等名 20th international conference on the teaching of mathematical modelling and applications (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Toshikazu Ikeda, Max Stephens
2. 発表標題 Enriching students' knowledge both in a real world and in mathematics
3. 学会等名 ICTMA19 (香港) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松元新一郎, 松寄昭雄, 阿部好貴, 大谷洋貴, 池田敏和
2. 発表標題 数学的モデリングサイクルと統計的探究プロセスの過程の関連性
3. 学会等名 日本数学教育学会春期大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 川上貴, 池田敏和, Rita Borromeo Ferri
2. 発表標題 数学的モデリング指導に関する評価問題の教員養成への活用
3. 学会等名 第52回日本数学教育学会秋期研究大会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計9件

1. 著者名 池田敏和・田中博・藤原大樹 監修	4. 発行年 2022年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 301
3. 書名 板書で見る全単元・全時間の授業のすべて 数学 中学校1年	

1. 著者名 池田敏和・田中博・藤原大樹 監修	4. 発行年 2022年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 235
3. 書名 板書で見る全単元・全時間の授業のすべて 数学 中学校2年	

1. 著者名 池田敏和・田中博・藤原大樹 監修	4. 発行年 2022年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 277
3. 書名 板書で見る全単元・全時間の授業のすべて 数学 中学校3年	

1. 著者名 金本良通, 清水美憲, 齊藤一弥, 池田敏和, 二宮裕之, 蒔苗直道 (編集)	4. 発行年 2019年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 211
3. 書名 改訂新版 講座 算数授業の新展開 第1学年	

1. 著者名 金本良通, 清水美憲, 齊藤一弥, 池田敏和, 二宮裕之, 蒔苗直道 (編集)	4. 発行年 2019年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 213
3. 書名 改訂新版 講座 算数授業の新展開 第2学年	

1. 著者名 金本良通, 清水美憲, 齊藤一弥, 池田敏和, 二宮裕之, 蒔苗直道 (編集)	4. 発行年 2019年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 221
3. 書名 改訂新版 講座 算数授業の新展開 第3学年	

1. 著者名 金本良通, 清水美憲, 齊藤一弥, 池田敏和, 二宮裕之, 蒔苗直道 (編集)	4. 発行年 2019年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 207
3. 書名 改訂新版 講座 算数授業の新展開 第4学年	

1. 著者名 金本良通, 清水美憲, 齊藤一弥, 池田敏和, 二宮裕之, 蒔苗直道 (編集)	4. 発行年 2019年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 221
3. 書名 改訂新版 講座 算数授業の新展開 第5学年	

1. 著者名 金本良通, 清水美憲, 齊藤一弥, 池田敏和, 二宮裕之, 蒔苗直道 (編集)	4. 発行年 2019年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 205
3. 書名 改訂新版 講座 算数授業の新展開 第6学年	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------