

令和 6 年 5 月 23 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03461

研究課題名（和文）双曲空間への調和写像の構成と等質空間内の曲面論への応用

研究課題名（英文）Construction of harmonic maps into hyperbolic space and applications to surface theory in homogeneous spaces

研究代表者

井ノ口 順一（Inoguchi, Junichi）

北海道大学・理学研究院・教授

研究者番号：40309886

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：リーマン面で定義され、非コンパクト対称空間（とくに双曲平面）に値をもつ調和写像のループ群論的構成法を研究手法とし以下の成果を得た。3次元ハイゼンベルグ群内の非自明な位相型をもつ対称性を備えた極小曲面の構成に成功した。3次元双曲空間内のガウス曲率一定曲面に対するループ群論的構成法を確立した。射影空間における曲面の構成法、双曲平面と直線の直積空間における軌道型曲面の分類を与えた。リー球面幾何学および情報幾何学への応用も与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

これまでおもに位相幾何学的手法で研究されてきた3次元モデル空間を微分幾何学、とくに曲面の微分幾何学の観点からの研究を行い、それぞれの空間の特質を平均曲率一定曲面の性質から捉える新たな展開の出発点を確保できた点が本研究の主要な学術的意義である。研究過程で得られた成果を、他の幾何学的問題にも応用し本研究の有用性を確かめることができた。具体的には相似幾何を介した工業意匠設計、リー球面幾何を介した建築構造設計、可解リー群を介した情報幾何学である。本研究はリー群と微分方程式を駆使し偏微分方程式の解を具体的に構成する手法を開発して展開され、それらが種々の数学的な問題にも適用できることが示された。

研究成果の概要（英文）：We constructed minimal surfaces with symmetry and of non-trivial topological type in the 3-dimensional Heisenberg group, which is the model space of nilgeometry in the sense of Thurston. Next we established a loop group method for constructing constant Gaussian curvature (of arbitrary value) in the hyperbolic 3-space. We classified orbital surfaces of Grassmann geometry in the Riemannian product of the hyperbolic plane and the real line. Moreover we obtained some mathematical contributions to geometric design through similarity geometry and to architectural design through Lie sphere geometry. Some applications to information geometry are also given.

研究分野：幾何学

キーワード：調和写像 ループ群 対称空間 極小曲面 グラスマン幾何 サーストン幾何

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

3次元幾何学においては、サー斯顿による3次元幾何学の分類により基本となる8種類の空間(モデル空間)が存在する。3つの定曲率空間( $E^3, S^3, H^3$ )、2つの直積空間 $S^2 \times R, H^2 \times R$ 、ハイゼンベルグ群 $Nil_3$ 、特殊線型群 $SL(2, R)$ 、可解群 $Sol_3$ の8種である。3次元ユークリッド空間 $E^3$ の平均曲率一定曲面はモデル空間における幾何学的変分問題の代表的なものであり、長い歴史と膨大な研究成果をもつ。とくに Dorfmeister, Pedit, Wu の3氏により確立されたループ群論を用いた構成法(Comm. Anal. Geom. 1998)はDPW法とよばれ「平均曲率一定曲面の研究」の中核的研究手法である。

(1) DPW法を $E^3$ 以外のモデル空間に対しても確立することは微分幾何学において重要な研究課題である。DPW法はリーマン面で定義され、コンパクト半単純リーマン対称空間に値をもつ調和写像の初期値問題の解法を基礎にしている。3次元球面 $S^3$ には容易に拡張できる。非コンパクトな半単純リーマン群のループ群は複雑な構造をもち、DPW法をコンパクト半単純リーマン対称空間や、擬リーマン対称空間に拡張することは大きな困難を伴う。本研究者は以前の研究課題(基盤研究(C)21540067)において3次元双曲空間 $H^3$ の平均曲率一定曲面(任意値)に対し新たなDPW法を確立した(Dorfmeister氏、小林真平氏との共同研究、Crelle J. Math. 2014)この新DPW法においては対称空間でない5次元擬リーマン等質接触空間に値をもつ調和写像のループ群論的構成法を確立した。

(2) 定曲率でないモデル空間内の平均曲率一定曲面の強力な構成法は長く確立されないままであった。本研究者は以前の研究課題(基盤研究(C)224540063)においてハイゼンベルグ群 $Nil$ (冪零幾何のモデル空間)の極小曲面のループ群論的構成法をスピン構造、接触幾何、調和写像論を駆使することにより Dorfmeister 氏、小林真平氏との共同研究において確立した(Asian J. Math. 2016)。

### 2. 研究の目的

(1) 本研究課題では、以前の研究課題(基盤研究(C)21540067, 24540063, 15K04834)において、 $H^3$ の平均曲率一定曲面の構成のために開発したループ群論に関する種々の技術を発展させ、以下の対象を主軸としてループ群論的構成法を与えること、並行してモデル空間の微分幾何学を展開することを目的とした。

3次元ハイゼンベルグ群 $Nil_3$ 内の対称性を備えた(非自明な位相をもつ)極小曲面

3次元双曲空間 $H^3$ のガウス曲率が一定な曲面(完備な曲面)

双曲平面 $H^2$ と直線 $R$ の直積空間 $H^2 \times R$ の平均曲率一定曲面および等質曲面

(2) 対称性(群作用不変性)を備えた3次元ハイゼンベルグ群 $Nil_3$ 内の極小曲面の構成法は(初等的な例)を除き全く知られていなかった。本研究では双曲平面に値をもつ調和写像で、対称性を備えたもの(同変調和写像)をループ群論を用いて構成すること、同変調和写像から極小曲面を構成する方法を確立することを主要目的とした。

(3) 3次元双曲平面内のガウス曲率一定曲面をループ群論を用いて構成する理論を確立することを主目的とした。この構成法の確立により3次元定曲率空間内のガウス曲率一定曲面に対し(すべてのケースについて)構成法が与えられる。

### 3. 研究の方法

(1)  $Nil_3$ の極小曲面を構成するデータである「双曲平面 $H^2$ に値をもつ調和写像」には2次特殊線型群 $SL(2, C)$ が作用する。一方、 $Nil_3$ の等長変換群は回転群 $SO(2)$ と $Nil_3$ の半直積群である。したがって「双曲平面に値をもつ調和写像」の同変性は極小曲面に遺伝しない。これは定曲率空間の場合と著しく異なる点であり、 $Nil_3$ の幾何学を複雑にしている理由の一つである。 $E^3$ の場合、特殊ユニタリー群 $SU(2)$ は(調和写像の値域である)2次元球面 $S^2$ と曲面の抱合空間である $E^3$ の双方に同時に等長的に作用することと著しい違いである。そこで「極小曲面の同変性」と「調和写像の同変性」を詳細に分析し、その成果をループ群論的構成法に適用する。

(2) (1)の成果を3次元双曲空間内 $H^3$ のガウス曲率一定曲面にも適用できるように拡張する。

(3) (1)および(2)の研究過程で得られた成果を他の幾何学的問題(曲線の変分問題、調和写像の摂動)にも応用し、本研究の有用性を示す。

### 4. 研究成果

(1) 本研究の主要課題である「モデル空間の対称性を備えた平均曲率一定曲面」の構成に関し、ハイゼンベルグ群の極小曲面に研究を注力した。ハイゼンベルグ群 $Nil_3$ は平行移動の他、鉛直方向の回転しか等長変換をもたない(4次元等長群)。定曲率空間が6次元の等長群をもつことと比して対称性が低いため、対称性をもつ曲面の構成は著しく困難になる。「1径数変換群の作用により不変な極小曲面」を「1径数変換群の作用で同変的な双曲平面 $H^2$ に値をもつ調和

写像」のループ群論的構成を用いて構成することに成功した。この構成では曲面上の群作用と調和写像への群作用は直接結びついていないため技術的には極めて難しい。以前の研究課題(基盤研究(C) 15K04834)で得られていた研究成果(同変調和写像を用いたループ群論的構成法)を大幅に改良し、非自明な位相をもつ極小曲面を構成した(Dorfmeister 氏、小林氏との共著論文)。

(2) 3次元双曲空間内  $H^3$  のガウス曲率一定曲面でループ群論的構成法が未確立であったケース( $-1 < k < 0$ )についてループ群論的構成法を確立した。この成果により3次元定曲率空間内のガウス曲率一定曲面および平均曲率一定曲面すべてのケースに対しループ群論的構成法が得られた(小林真平氏との共著論文を準備中)。

(3) 正定値射影計量を備えた3次元実射影空間内のデモラン曲面(Demoulin surface)に対し2種類のガウス写像を導入した。それらは不定値計量に関するグラスマン多様体(ただし非コンパクト擬リーマン対称空間)に値をもつ。射影空間内の曲面のデモラン性がガウス写像の調和性で特徴づけられることを証明した(小林真平との共著論文)。この結果、正定値射影計量を備えたデモラン曲面に対しループ群論的構成法が適用できるようになった。

(4)(1)から(3)の成果を俯瞰する着想としてリー球面幾何学(Lie sphere geometry)の観点を導入した。具体的には不定値等質擬リーマン空間の構造解明の応用として、3次元球面の単位接ベクトル束をリー球面変換群  $SO(3,2)$  の等質空間として表示して得られる不定値等質擬リーマン空間内の曲面を考察した。建築構造設計における曲率線格子の構成にリー球面幾何を活用できることを発見した(建築構造設計研究者、横須賀氏、本間氏、大崎氏との共同研究、国際会議発表)。

(5) 双曲平面  $H^2$  と直線  $R$  の直積空間  $H^2 \times R$  は3次元モデル空間の1つである。この空間内の曲面の微分幾何学を展開する上で、出発点となる「標準的な曲面」の構成と分類に着手した。内藤博夫氏によって展開されたリーマン等質空間内の部分多様体のグラスマン幾何を導入し、軌道型グラスマン幾何(軌道型曲面)の分類に成功した(内藤氏との共著論文を投稿中)。

(6) 調和写像との対応関係のない平均曲率一定曲面の構成法はまったく未開・未踏峰である。そのクラスの平均曲率一定曲面を捉える新たな着想として、「調和写像の摂動」の研究にも着手した。出発点として1次元調和写像(すなわち測地線)の摂動を研究対象とした。最も単純な摂動はモデル空間に備わっている磁場である。2次元空間上のファイバー空間の構造をもつ6種の空間は自然な磁場(閉2次微分形式)をもつことに着目した。とくにハイゼンベルグ群  $Nil_3$  と特殊線型群  $SL(2, R)$  は標準的な接触構造をもち、それらが自然な磁場の磁気ポテンシャルである。この事実から、 $Nil_3$  と  $SL(2, R)$  を「接触構造により  $E^3$  と反 de Sitter 時空  $AdS_3$  を変形した等質リーマン空間」と捉え、調和写像(とくに測地線)を磁場により摂動することを試みた。 $Nil_3$  および  $SL(2, R)$  の磁場軌道のヤコビ場を決定した(Munteanu 氏との共著論文を発表)。その成果は高次元ハイゼンベルグ群  $Nil_{2n+1}$ 、( $SL(2, R)$  の高次元化である)複素双曲空間と直線の直積  $CH_n \times R$  にも一般化できた。

(7) 可解幾何のモデル空間  $Sol_3$  の極小曲面は球面に特殊な特異リーマン計量を与えたものに値をもつ調和写像から構成できることを本研究者は以前に証明し、極小曲面の表現公式を与えた(Inoguchi, Lee, Proc. Amer. Math. Soc., 2008)。しかしながらその計量は等質でなくループ群論的構成法が全く確立できない。そこで(4)の着想を可解幾何の測地線に対しても適用し、 $Sol$  の磁場軌道を調査した。 $Nil_3$  および  $SL(2, R)$  と異なり標準的な磁場とよべるものが存在しないため、いくつかの磁場に関し軌道を求めた(Erjavec 氏との共著論文)。

(8) 8種のモデル空間自体の微分幾何学的研究も並行して行った。(6)と(7)の研究成果をモデル空間自身の幾何構造から俯瞰する着想を得た。キリングベクトル場を指定した3次元等質リーマン空間に対し、キリングベクトル場によるリーマン沈め込みを考察する。3次元等質リーマン空間の磁場軌道と沈め込みの底空間内の磁場軌道の関係を調査した(これまで考察してきたモデル空間の磁場軌道はすべてこの枠組みにおさまっている)。この成果は(6)におけるヤコビ場の決定に活用した(Munteanu 氏との共著論文)。

(9) モデル空間相互の関係を掴む新たな着想を得た。双曲平面  $H^2$  を複素部分多様体として含む4次元モデル空間(サーストン幾何の類似)の部分多様体の研究に着手した。エルミート対称空間である空間を除き、これらモデル空間の部分多様体については研究成果が極めて乏しかった。 $Sol^4_0$  および  $Sol^4_1$  と名付けられている2種類の等質エルミート曲面および  $H^3 \times R$  の曲線論および極小曲面、極小超曲面の分類に着手した。初期段階の基本的な成果を Erjavec 氏との共著論文として発表した。

(10) これまでの磁場軌道に関する研究成果を改めて精査し、 $SL(2, R)$  の磁場軌道が等質であることを証明した(Munteanu 氏との共著論文として発表)。

(11) 上記の研究成果を得る過程で情報幾何学への予期せぬ関連が発見された。情報幾何学においては、等質リーマン空間の類似として等質統計多様体の概念が定義されるものの、研究の指針となる例や研究結果がなかった。正規分布のなす統計多様体が等質統計多様体であることを示し、数理統計学に由来する甘利-Chentsov 接続が等質かつ共軛対称性をもつ唯一の線型接続であることを証明した。この結果は甘利-Chentsov 接続を純微分幾何学的に特徴付けるという画期的な成果である(古畑仁氏、小林真平氏との共著論文)。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計35件（うち査読付論文 35件 / うち国際共著 28件 / うちオープンアクセス 10件）

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi、Munteanu Marian Ioan	4. 巻 152
2. 論文標題 Homogeneity of magnetic trajectories in the real special linear group	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 1287 ~ 1300
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/16596	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi、Lee Ji-Eun	4. 巻 20
2. 論文標題 Pseudo-symmetric almost cosymplectic 3-manifolds	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 International Journal of Geometric Methods in Modern Physics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S021988782350175X	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Druta-Romaniuc Simona-Luiza、Inoguchi Jun-ichi、Munteanu Marian Ioan	4. 巻 20
2. 論文標題 Killing slant magnetic curves in the 3-dimensional Heisenberg group Nil3	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 International Journal of Geometric Methods in Modern Physics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0219887823500949	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Erjavec Zlatko、Inoguchi Jun-ichi	4. 巻 117
2. 論文標題 Minimal submanifolds in Sol4_1	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales. Serie A. Matematicas	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13398-023-01489-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Erjavec Zlatko, Inoguchi Jun-ichi	4. 巻 33
2. 論文標題 J-trajectories in 4-dimensional solvable Lie group Sol4_1	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Nonlinear Science	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00332-023-09968-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi, Lee Ji-Eun	4. 巻 20
2. 論文標題 Contact 3-manifolds with pseudo-parallel characteristic Jacobi operator	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Mediterranean Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00009-023-02474-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi, Jikumaru Yoshiki, Kajiwara Kenji, Miura Kenjiro T., Schief Wolfgang K.	4. 巻 105
2. 論文標題 Log-aesthetic curves: Similarity geometry, integrable discretization and variational principles	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Computer Aided Geometric Design	6. 最初と最後の頁 102233 ~ 102233
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cagd.2023.102233	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Erjavec Zlatko, Inoguchi Jun-ichi	4. 巻 33
2. 論文標題 Minimal submanifolds in Sol4_0	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 The Journal of Geometric Analysis	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-023-01323-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Erjavec, Zlatko, Inoguchi, Jun-ichi	4. 巻 16
2. 論文標題 Killing Magnetic Curves in $H^3 \times R$	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 International Electronic Journal of Geometry	6. 最初と最後の頁 181 ~ 195
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.36890/iejg.1243521	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi, Munteanu Marian Ioan	4. 巻 117
2. 論文標題 Magnetic unit vector fields	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales. Serie A. Matematicas	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13398-023-01399-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi, Munteanu Marian Ioan	4. 巻 20
2. 論文標題 Magnetic Jacobi fields in Sasakian space forms	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Mediterranean Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00009-022-02230-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi, Lee Ji-Eun	4. 巻 78
2. 論文標題 Almost Kenmotsu 3-manifolds with pseudo-parallel characteristic Jacobi operator	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Results in Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00025-022-01817-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi、Munteanu Marian Ioan	4. 巻 520
2. 論文標題 Killing submersions and magnetic curves	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 126889 ~ 126889
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2022.126889	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi、Lee Ji-Eun	4. 巻 19
2. 論文標題 Almost cosymplectic 3-manifolds with pseudo-parallel characteristic Jacobi operator	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 International Journal of Geometric Methods in Modern Physics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0219887822501195	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Dorfmeister Josef F.、Inoguchi Jun-ichi、Kobayashi Shimpei	4. 巻 9
2. 論文標題 Minimal surfaces with non-trivial geometry in the three-dimensional Heisenberg group	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Complex Manifolds	6. 最初と最後の頁 285 ~ 336
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/coma-2021-0141	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi、Lee Ji-Eun	4. 巻 509
2. 論文標題 Biharmonic curves in f-Kenmotsu 3-manifolds	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 125941 ~ 125941
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2021.125941	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi、Lee Ji-Eun	4. 巻 82
2. 論文標題 J-trajectories in Vaisman manifolds	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Differential Geometry and its Applications	6. 最初と最後の頁 101882 ~ 101882
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.difgeo.2022.101882	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi	4. 巻 113
2. 論文標題 On some curves in 3-dimensional hyperbolic geometry and solvgeometry	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Geometry	6. 最初と最後の頁 37 ~ 37
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00022-022-00650-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inoguchi Jun-ichi、Munteanu Marian Ioan	4. 巻 -
2. 論文標題 Slant Curves and Magnetic Curves	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Contact Geometry of Slant Submanifolds	6. 最初と最後の頁 199 ~ 259
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-981-16-0017-3_9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Furuhata, Hitoshi, Inoguchi, Jun-ichi, Kobayashi, Shimpei	4. 巻 4
2. 論文標題 A characterization of the alpha-connections on the statistical manifold of normal distributions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Information Geometry	6. 最初と最後の頁 177-188
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s41884-020-00037-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -



1. 著者名 Inoguchi, Jun-ichi, Kobayashi, Shimpei	4. 巻 64
2. 論文標題 The Gauss maps of Demoulin surfaces with conformal coordinates	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Science China Mathematics	6. 最初と最後の頁 1479-8211
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11425-020-1738-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Miura, Kenjiro T., Gobithaasan, R. U., Salvi, Peter, Wang, Dan, Sekine, Tadatoshi, Usuki, Shin, Inoguchi, Jun-ichi, Kajiwara, Kenji	4. 巻 2021
2. 論文標題 epsilon-kappa-Curves: controlled local curvature extrema	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 The Visual Computer	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00371-021-02149-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Erjavec, Zlatko, Inoguchi, Jun-ichi	4. 巻 58
2. 論文標題 Magnetic curves in $H^3 \times R$	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of the Korean Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 1501-1511
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4134/JKMS.j210147	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi, Jun-ichi, Munteanu, Marian Ioan	4. 巻 32
2. 論文標題 Magnetic Jacobi fields in 3-dimensional Sasakian space forms	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 The Journal of Geometric Analysis	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-021-00851-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Erjavec, Zlatko, Inoguchi, Jun-ichi	4. 巻 25
2. 論文標題 J-trajectories in 4-dimensional solvable Lie group Sol4_0	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Mathematical Physics, Analysis and Geometry	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11040-022-09418-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 井ノ口 順一	4. 巻 73
2. 論文標題 魅力的な曲線たちー拡がりゆく可積分幾何・差分幾何ー	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 数学	6. 最初と最後の頁 88-103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11429/sugaku.0731088	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Erjavec, Zlatko., Inoguchi, Jun-ichi	4. 巻 113
2. 論文標題 On magnetic curves in almost cosymplectic Sol space	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Results in Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00025-020-01235-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi Jun-Ichi, Munteanu Marian Ioan	4. 巻 23
2. 論文標題 Magnetic curves in the real special linear group	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Advances in Theoretical and Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 2161 ~ 2205
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/ATMP.2019.v23.n8.a6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi, Jun-ichi, Munteanu, Marian Ioan	4. 巻 113
2. 論文標題 Magnetic curves on tangent sphere bundles	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas	6. 最初と最後の頁 2087-2112
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13398-018-0600-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi, Jun-ichi, Naitoh, Hiroo	4. 巻 48
2. 論文標題 Grassmann geometry on the 3-dimensional non-unimodular Lie groups	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Hokkaido Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 385 ~ 406
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14492/hokmj/1562810516	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hirose Sampei, Inoguchi Jun-ichi, Kajiwara Kenji, Matsuura Nozomu, Ohta Yasuhiro	4. 巻 4
2. 論文標題 Discrete local induction equation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Integrable Systems	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/integr/xyz003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計14件 (うち招待講演 12件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 井ノ口 順一
2. 発表標題 3次元接触多様体の磁場軌道
3. 学会等名 接触構造・特異点・微分方程式及びその周辺
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 井ノ口 順一
2. 発表標題 工業意匠設計と微分幾何学
3. 学会等名 第22回水戸幾何セミナー（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 井ノ口 順一
2. 発表標題 接触幾何と磁場軌道
3. 学会等名 横国大幾何トポロジーセミナー（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 井ノ口 順一
2. 発表標題 離散微分幾何学の発展と展望
3. 学会等名 日本建築学会退会（近畿）構造部門（シェル・空間構造）パネルディスカッション（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 井ノ口 順一
2. 発表標題 リー球面幾何学の可能性
3. 学会等名 ミニワークショップ「微分幾何・可積分系・形状生成」（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 井ノ口 順一
2. 発表標題 LCK曲面の部分多様体論
3. 学会等名 第20回水戸幾何セミナー（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Inoguchi, Jun-ichi
2. 発表標題 Similarity geometry revisited: Differential geometry and CAGD
3. 学会等名 8th European Congress of Mathematics (8ECM) Minisymposium Differential Geometry: Old and New (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 井ノ口 順一
2. 発表標題 アフィン接続と接触構造に関する話題から
3. 学会等名 福岡大学 微分幾何研究会（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yokosuka Yohei, Inoguchi, Jun-ichi, Ohsaki Makoto, Honma, Toshio
2. 発表標題 Gridshell structures with discrete curvature lines :Modeling technique and evaluation of mechanical performance
3. 学会等名 IASS Annual Symposium 2020/21 and the 7th International Conference on Spatial Structures Inspiring the Next Generation (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 井ノ口順一
2. 発表標題 3次元球面内の曲線に関する話題
3. 学会等名 北川義久教授ご退職記念研究集会（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 井ノ口順一
2. 発表標題 Tzitzeica方程式をめぐる
3. 学会等名 リーマン面に関連する 位相幾何学（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 井ノ口順一
2. 発表標題 工業意匠設計と幾何学
3. 学会等名 北九州数理科学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井ノ口順一
2. 発表標題 3次元等質空間内の曲面のグラスマン幾何
3. 学会等名 北九州幾何学研究集会2019（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Inoguchi, Jun-ichi
2. 発表標題 Slant Curves in contact geometry
3. 学会等名 International Workshop on Geometry of Submanifolds, 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計3件

1. 著者名 井ノ口 順一	4. 発行年 2021年
2. 出版社 現代数学社	5. 総ページ数 189
3. 書名 1+1 次元の世界: ミンコフスキー平面の幾何	

1. 著者名 井ノ口 順一	4. 発行年 2022年
2. 出版社 現代数学社	5. 総ページ数 204
3. 書名 1+2 次元の世界: ミンコフスキー空間の曲線と曲面	

1. 著者名 井ノ口 順一	4. 発行年 2023年
2. 出版社 現代数学社	5. 総ページ数 268
3. 書名 1+3 次元の世界: 曲面から多様体・時空へ	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

## 6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

## 7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

## 8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ドイツ	ミュンヘン工科大学			
ルーマニア	ヤシ大学			
クロアチア	ザグレブ大学			
韓国	全南大学校	啓明大学校		
マレーシア	マレーシア大学			
ハンガリー	ブダペスト工科経済大学			
オーストラリア	ニュー・サウス・ウェールズ大 学			