

令和 6 年 6 月 25 日現在

機関番号：14303

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03541

研究課題名（和文）高次元複素および非アルキメデスの力学系のモジュライと無理的中立周期系の解析的研究

研究課題名（英文）Analytic studies of the moduli and irrationally indifferent cycles in higher dimensional complex and non-archimedean dynamics

研究代表者

奥山 裕介（Okuyama, Yusuke）

京都工芸繊維大学・基盤科学系・教授

研究者番号：00334954

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：複素力学系のモジュライの算術幾何および放物分岐部分の代数幾何の定量的研究、複素および非アルキメデスの力学系の無理的中立周期系に関連する、Berkovich射影直線への射の孤立真性特異点における値分布の性質、多項式の反復合成の高階導関数列に対する等分布現象、Berkovich射影曲線により解析的に係数づけられた有理関数族と印付けられた点に対する等分布現象と例外集合の容量、擬正則力学系も含めたエルゴード論および等分布現象、非アルキメデスの力学系に対するBerkovichジュリア集合の一致完全性およびファトウ集合上の局所一様非線形性の先験的評価などの研究成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究は複素力学系や非アルキメデスの力学系におけるカオス部分およびそれら力学系のモジュライにおける構造不安定部分を具体的かつ定量的に解析していることに学術的意義があり、より一般的なカオス現象の科学の土台ともなり社会的意義もある。

研究成果の概要（英文）：We studied the dynamical moduli and their parabolic bifurcation loci in a quantitative way. Related to irrationally indifferent cycles in complex and non-archimedean dynamics, we studied the value distribution of morphisms into a Berkovich projective line around an isolated essential singularity, the equidistribution phenomena for the iterated pullbacks of points under any order derivatives of iterated polynomials, the equidistribution and the capacity of exceptional values for a family of morphisms and a marked point analytically parametrized by a Berkovich projective curve, the ergodic theory and equidistribution for quasiregular dynamics, the uniform perfectness of Berkovich Julia sets, and a locally uniform a priori bound of the non-linearity on Berkovich Fatou sets.

研究分野：複素力学系、非アルキメデスの力学系、算術力学系

キーワード：複素力学系 非アルキメデスの力学系 算術力学系 無理的中立周期系 モジュライ

様式 C-19、F-19-1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

複素力学系研究は前世紀初頭の Fatou、Julia らの研究まで遡る。1980 年代以降のコンピューター・グラフィックスを用いた再びの勃興、1990 年代以降の多重複素ポテンシャル論を用いた高次元複素力学系の進展を経てカオス的な部分の定性的研究が一応の完成を見つあったものの、無理的中立周期系の (非) カオス性、より詳しくはその解析的線型化可能性問題はディオファントス近似および解析数論とも密接に関連して依然として中心的な問題の一つであった。加法群上の絶対値が非アルキメデス的であるとは、それが通常の三角不等式よりも強い強三角不等式を満たすことをいう。2000 年代以降、Baker–Rumely, Chambert-Loir, Favre–Rivera-Letelier らによる複素数体上と並行した非アルキメデス的体上のベルコピッチ解析空間におけるポテンシャル論と非アルキメデス的力学系の研究が進展していた。

2. 研究の目的

本研究課題においては複素および非アルキメデス的体上の力学系の研究および両者を並行して行うことによる算術力学系の研究により、無理的中立周期系の複素幾何、ポテンシャル幾何、算術幾何に関する解析的研究を行い、無理的中立周期系の解析的線型化問題とその解析的線型化可能な場合に付随する特異領域上の力学系的ディオファントス近似度の局所一様先験的有界性の研究を力学系モジュライの複素幾何および算術幾何と関連して最良の形で解決することを最大の目的としていた。

3. 研究の方法

本研究課題は代表者個人による研究を主としながらも、国内およびフランス、アメリカ、英国、イタリア、フィンランド等の国外の、複素および非アルキメデス力学系の研究者らのみならず多重複素ポテンシャル論、複素幾何、数論幾何、ネヴァンリンナ理論、非アルキメデス幾何等の研究者らと交流することにより問題意識やアイデアの交換を行うことで効果的に進展させることができた。

4. 研究成果

(1) Approximation of non-archimedean Lyapunov exponents and applications over global fields. *Transactions of the American Mathematical Society*, 373, 12 (2020), 8963-9011 においては Thomas Gauthier, Gabriel Vigny 両教授と共同で非アルキメデス的力学系における周期系の打ち切り対数乗法因子平均によるリヤプノフ指数の局所一様定量近似公式を得て、応用として複素力学系のモジュライ上の種々の高さ関数の定量的比較、および周期系の乗法因子スペクトラムに関する McMullen 有限性定理の形式的完全周期系への定量的精密化を確立した。

(2) On a characterization of polynomials among rational functions in non-archimedean dynamics. *Arnold Mathematical Journal*, 6(3) (2020), 407-430 においては Małgorzata Stawiska 教授と共同で非アルキメデス的力学系における調和測度の性質を明らかにし、また Brolin の定理の逆 (多項式の調和測度および平衡測度による特徴付け) の非アルキメデス的力学系における非成立を反例を構成し確かめた。

(3) Lehto–Virtanen-type and big Picard-type theorems for Berkovich analytic spaces. *RIMS Kokyuroku Bessatsu, Kyoto Univ*, B86 (2021), 279–286 においては Berkovich 原点破単位円盤から Berkovich 射影直線への射が原点を真性特異点とするための Lehto–Virtanen 型定理を確立し、応用として Berkovich 射影空間の非アルキメデス的力学系の調和 Fatou 集合の Brody 型双曲性を得た。

(4) Entropy in uniformly quasiregular dynamics. *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, Vol. 41, Issue 8 (2021), 2397-2427 においては I. Kangasniemi, P. Pankka, T. Sahlsten 教授らと共同で、複素力学系の高次元化である境界のない閉リーマン多様体の定値でも単射でもない一様擬正則自己射の力学系の測度論的エントロピーおよび位相的エントロピーを計算し、Kangasniemi, Pankka 両教授の先行結果と併せて特に Shub 予想に精密な形で肯定的に答えた。

(5) Value distribution of derivatives in polynomial dynamics. *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, 41, Issue 12 (2021), 3780-3806 においては Gabriel Vigny 教授と共同で多項式の複素力学系の高階微分に対する等分布定理を確立し、その算術および非アルキメデスの力学系類似と \mathbb{C}^2 の Henon 写像の微分に対する類似をも確立した。

(6) Equidistribution in non-archimedean parameter curves towards the activity measures, *Proceedings of the Japan Academy, Ser. A*, 97, No. 8 (2021), 57-60 においては色川怜未教授と共同で代数的閉かつ完備な非アルキメデスの非自明ノルム体 K 上の滑らかな (Berkovich) 射影曲線内の領域 V で解析的に径数づけられた、 K 上定義された射影直線上の有理関数 (の族) f と K 上定義された Berkovich 射影直線内の (印付き) 点 a に対し、 a の f による軌道から定まる V から Berkovich 射影直線への射の列の値分布に関して高々容量 0 の例外集合 (Varilon の意味での例外集合) を除いた同等分布定理を確立した。

(7) Uniform perfectness of the Berkovich Julia sets in non-archimedean dynamics. *Mathematical Proceedings Cambridge Philosophical Society*, Volume 173, Issue 3 (2022), 573-590 においては非アルキメデスの体 K 上の Berkovich 射影直線に付随する Berkovich 双曲空間の幾何を用いて Berkovich 射影直線内における一様完全集合の概念を導入し Berkovich 射影直線におけるポテンシャル論の観点からその基本的性質を明らかにするとともに、 K 上定義された有理関数 f が潜在的良還元を持たないことと f の Berkovich ジュリア集合が一様完全であることの同値性を確立した。

(8) Parabolic bifurcation loci in the spaces of rational functions, *Nonlinearity*, Vol. 35, No. 11 (2022), 5938-5962 においては $2d - 2$ 次元射影空間スキームの超曲面補集合とくにアフィンスキームとして得られる一変数 d 次有理関数の空間および射影直線の射影座標変換による各有理関数の共役類のなすやはりアフィンスキームとして得られる複素力学系モデュライにおける放物分岐部分の定義関数を乗数多項式の円分終結式により書き下した。

(9) An a priori bound for rational functions on the Berkovich projective line. *Journal de theorie des nombres de Bordeaux*, Vol. 34, No. 3 (2022), 719-738 においては非アルキメデスの力学系に対し潜在的良還元の非存在の下でその Berkovich ファトゥ集合上でのアプリアリな大域的非線型性を定量的に確立した。

(10) On a degenerating limit theorem of DeMarco–Faber. *Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences*, to appear. においては DeMarco–Faber による Berkovich 射影直線上の非アルキメデスの力学系の還元の研究を深化し、一変数有理関数の複素 1 パラメーター有理型退化族に付随する複素射影直線における平衡確率測度族の退化の際の収束定理を確立した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 34
2. 論文標題 An a priori bound for rational functions on the Berkovich projective line	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal de theorie des nombres de Bordeaux	6. 最初と最後の頁 719 ~ 738
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/jtnb.1224	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 35
2. 論文標題 Parabolic bifurcation loci in the spaces of rational functions	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 5938 ~ 5962
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/ac8041	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Reimi Irokawa and Yusuke Okuyama	4. 巻 97
2. 論文標題 Equidistribution in non-archimedean parameter curves towards the activity measures	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of the Japan Academy, Series A, Mathematical Sciences	6. 最初と最後の頁 57 ~ 60
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3792/pjaa.97.011	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 173
2. 論文標題 Uniform perfectness of the Berkovich Julia sets in non-archimedean dynamics	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society	6. 最初と最後の頁 573 ~ 590
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/S0305004121000669	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Thomas Gauthier, Yusuke Okuyama, and Gabriel Vigny	4. 巻 373
2. 論文標題 Approximation of non-archimedean Lyapunov exponents and applications over global fields	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Transactions of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 8963 ~ 9011
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/8232	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yusuke Okuyama and Malgorzata Stawiska	4. 巻 6
2. 論文標題 On a characterization of polynomials among rational functions in non-archimedean dynamics	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Arnold Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 407 ~ 430
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40598-020-00145-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yusuke Okuyama and Gabriel Vigny	4. 巻 41
2. 論文標題 Value distribution of derivatives in polynomial dynamics	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Ergodic Theory and Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 3780 ~ 3806
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/etds.2020.125	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 B86
2. 論文標題 Lehto--Virtanen-type and big Picard-type theorems for Berkovich analytic spaces	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku Bessatsu, Kyoto Univ	6. 最初と最後の頁 279 ~ 286
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ilmari Kangasniemi, Pekka Pankka, and Tuomas Sahlsten	4. 巻 41
2. 論文標題 Entropy in uniformly quasiregular dynamics	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Ergodic Theory and Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 2397 ~ 2427
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/etds.2020.51	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 On a degenerating limit theorem of DeMarco--Faber	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計16件 (うち招待講演 11件 / うち国際学会 11件)

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Value distribution of derivatives in polynomial dynamics
3. 学会等名 Complex Dynamics and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Stationarity of potential semistable reductions for non-archimedean polynomial dynamics
3. 学会等名 Algebraic Number Theory and Related Topics (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Uniform perfectness in non-archimedean dynamics
3. 学会等名 日本数学会 2022 年秋季総合分科会 函数論分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Reduction, quantization, and degeneration in non-archimedean and complex dynamics
3. 学会等名 日本数学会 2022 年秋季総合分科会 函数論分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Degeneration and quantization in non-archimedean and complex dynamics
3. 学会等名 One day workshop on representations of groups, Teichmüller theory, and dynamics
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Equidistribution Towards the Activity Measures in Non-Archimedean Parameter Curves
3. 学会等名 Equidistribution and Arithmetic Dynamics (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Good reduction notions in non-archimedean and complex dynamics
3. 学会等名 Aspects of Complex Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 複素力学系と非アルキメデスの力学系 -- モデュライ、退化、還元
3. 学会等名 日本数学会 秋季総合分科会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Parabolic bifurcation loci in the dynamical moduli spaces of rational functions
3. 学会等名 Index Theory and Complex Geometry Part 1 - Conference on Complex Analysis and Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 一様擬正則力学系のエントロピーについて
3. 学会等名 Workshop on potential theory and complex analysis (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Uniform perfectness in non-archimedean dynamics and potential theory
3. 学会等名 Complex Dynamics and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Quantitative equidistribution and counting of hyperbolic components in the dynamical moduli space of rational functions
3. 学会等名 The Vietnam-USA Joint Mathematical Meeting 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Quantitative approximation of Lyapunov exponents and its applications to the dynamical moduli spaces
3. 学会等名 Holomorphic dynamics and related fields (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Equidistribution and finiteness in the moduli space of complex dynamics
3. 学会等名 Workshop on Dynamics & Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 A big Brody-type hyperbolicity in Berkovich dynamics
3. 学会等名 Bifurcation and stability in complex dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Quantitative characterizations of exceptional properties of a rational function on the projective line defined over a function field
3. 学会等名 A few days conference on algebraic geometry, arithmetic and complex dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関