

令和 5 年 6 月 15 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2019～2022

課題番号：19K03554

研究課題名(和文)粘・弾性媒質の不連続性、非等方性と履歴の一意同定逆問題の研究

研究課題名(英文) Unique identification of discontinuity, anisotropy and memory of viscoelastic media

研究代表者

中村 玄 (Nakamura, Gen)

北海道大学・電子科学研究所・客員研究員

研究者番号：50118535

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では非等方性と履歴を視野に入れて、地盤解析手法の一般的な解析手法としてよく知られる次の二つの方法の数学解析を行った。即ち、

- 1) パブロサイス反射地震波解析法の数学的正当化に必要な履歴項を持つ非等方粘弾性方程式に対して、Holmgrenの一意性定理を示した。
- 2) 電気探査法について、区分的に均質非等方な2次元地盤モデルが、地表面に於ける有限回の計測により同定(決定に同じ)出来ることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非等方性或いは履歴を持つ粘弾性方程式の逆問題の数学的研究は、地盤解析法として良く知られたパイロサイス反射地震波解析法や電気探査法に於いて重要である。しかしながら、非等方性地盤に対する数学的研究は少なく、さらに履歴を持つ非等方粘弾性方程式として表せる粘弾性地盤に対しては、非常に少ないのが現状である。本研究では、研究成果の概要で述べた様にこれらの地盤解析法の基礎となる重要な研究成果を得ることが出来た。これらの研究成果は、これらの研究領域に於ける極めて先駆的な研究成果であり、更なる研究の発展が期待される。

研究成果の概要(英文)：In this study, concerning the anisotropy and memory, the following two methods, which are well known as general analysis methods for ground analysis, were analyzed mathematically. Namely

- 1) Holmgren's uniqueness theorem was proved for an anisotropic viscoelastic equation with a memory term necessary for the mathematical justification of the vibroseis seismic reflection exploration method.
- 2) Regarding the electrical geophysical prospecting method, it was shown that a piecewise homogeneous anisotropic two-dimensional ground model can be identified (same as determination) by a finite number of measurements on the ground surface.

研究分野：逆問題

キーワード：粘弾性方程式 非等方性 履歴 Holmgrenの一意性定理 地盤解析 パイロサイス法 電気探査法

様式 C-19、F-19-1、Z-19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

研究代表者は、この15年余り可能な限り実用的な観点を重視して、逆問題の研究を行って来た。また研究代表者は早くから Neumann-Dirichlet map (ND map と略) と同等な Dirichlet-Neumann map (DN map と略) を計測データとする弾性方程式の係数同定逆問題 (所謂 Calderon 問題) や弾性体内の未知空洞同定逆問題を行って来た。しかし DN map の実用的な意味付けは難しく、研究に確信を持ちにくかったが、数年前によくバイブロサイス反射法地盤解析法の計測こそ localized Neumann-Dirichlet map (ND map の局所化したもの、以下 loc. ND map と略) としてモデル化できることを知り、この解析手法の数学的正当化として、そのモデル方程式の係数の一意同定逆問題の研究を開始した。

所で、この逆問題研究に不可欠な道具として、モデル方程式に関する一意接続定理がある。地盤は不連続性、非均質性、非等方性、粘性などを考慮する必要のある複雑な構造を持つため、地盤の振動現象を記述するモデル方程式のもっとも一般の形は、区分的に連続な係数を持つ非等方粘弾性方程式である。これまで申請者は逆問題研究の一環として一意接続定理の研究を行って来たが、このような粘弾性方程式に対して、係数が区分的に滑らかと仮定しても、一意接続定理を示すことはほぼ不可能に近いことを経験して来た。そこで先ず一意接続定理が証明し得る場合、即ちモデル方程式の係数が区分的に解析的である場合に限定して、バイブロサイス反射法地盤解析法の正当化の研究をする事にした。

実はこの様な考え方は、地盤解析法で使われる電気探査法 (electric prospecting method) 或いは医療診断法で使われる EIT (electric impedance tomography) に対する Calderon 問題研究開始当初からのものであり、Kohn-Vogelius (<https://doi.org/10.1002/cpa.3160380513>) は2次元有界領域の区分的に解析的な等方抵抗係数或いは等方電導係数が、DN map を用いて、大域的に一意に同定できる事 (大域的一意性) を示した。ここで大域的一意性とは、係数について例えば係数が予め既知の係数の近くにあると言った先見情報を仮定しないで、係数を一意に同定する事である。なお、このような先見情報を仮定して、係数を一意に同定する事を局所的一意性と呼ぶ。これを3次元、そして等方弾性方程式に拡張するには、区分的に解析的な二つの関数がどのような共通分割領域で解析性を持つかという幾何学的な問題を解決する必要がある。研究代表者は、subanalytic sets の理論を用いることによりこの問題を解決した。さらに、区分的に均質非等方弾性方程式に対して、係数が不連続となる界面 (インターフェイス) が曲がっている (曲率条件が成立する) 場合に、loc ND map による係数同定の局所的一意性を示した。

所で、バイブロサイス反射法地盤解析法の計測データは、時間分解されたデータ (time resolved data) 或いは時間定常データ (time stationary data) であるので、データは密度に依存している。従って上述の区分的に均質な非等方弾性係数とは、密度も含めて考えるものとして、弾性テンソルのみならず密度も区分的に均質とし、共通の界面を持つものとする。

2. 研究の目的

本研究はこのような研究開始当初の背景の下で、バイプロサイス反射法地盤解析法と電気探査法の正当化問題の研究を、より現実的な場合に発展させる事を目的として研究する事を計画した。具体的には次の三つの研究を行う事を計画した。即ち、(i)区分的に均質な横等方弾性方程式に対して、曲率条件の仮定を外して、loc ND map による係数同定の全域的一意性を示す事、(ii) バイプロサイス反射法地盤解析法正当化問題を、区分的に均質非等方な粘弾性方程式に迄拡張する為に必要な数学解析手法の準備を行う事、(iii) loc ND map は無限回計測であるので、より現実的な有限回計測の場合に、区分的に均質な非等方電導体に対して、その電導係数の局所的再構成を示す事。即ち局所的一意性で述べた様な先見情報の下で、電導係数が有限回計測データを用いて構成可能なことを示す事。そして、異方性地盤の電気探査法による地盤解析法の研究に関しては、地盤工学分野でも未だ余り研究が行われていない分野なので、文献調査を行ってどのような数学理論が構築可能について研究する事を計画した。

3. 研究の方法

研究目的で述べた三つの研究計画(i)、(ii)、(iii)に分けて、研究の方法を述べる。

(i)界面が区分的に解析的な場合に、横等方弾性方程式の横等方弾性テンソルの対称軸と界面の法線ベクトルの非直交性は局所的に一定である事に着目して、共通分割領域内の界面の解析的に正則な部分を横断的に通過する管状領域を考える。そしてこれに沿って loc ND map を伝播させながら、界面に於いて loc ND map より密度と横等方弾性テンソルの同定を行う。(ii)この研究計画に一番重要な数学解析手法は、Holmgren-John の全域的一意接続定理である。これを、解析的な係数を持つ非等方粘弾性方程式に対して証明する。その鍵を握るのは、粘弾性方程式の主要部分は弾性方程式部分であるという知見である。この知見に基づいて、まず Cauchy-Kowalevski の定理を非等方粘弾性方程式に対して証明し、その結果を用いて Littman のスカラー方程式に対する Holmgren-John の全域的一意接続定理の証明を精密化して証明する。(iii)この研究では、grid 分割されたセルで構成される 2次元電導体に対して、このセルを界面とする区分的に均質な非等方電導方程式の係数同定問題を考える。外部に露出したセルの角を利用して、有限回計測により係数を再構成する。また、電気探査法に関しては、区分的に均質な 3次元横等方層状弾性地盤に対して、地盤の横等方的な抵抗係数が有限回計測データを用いて局所的に再構成可能な事を、(i)の方法と電導体に対する方法を組み合わせて示す。

4. 研究成果

研究目的で述べた三つの研究計画(i)、(ii)、(iii)に分けて、研究成果を述べる。(i) loc ND map を計測データとして、区分的に解析的な界面を持つ均質な横等方弾性方程式の係数を同定

する逆問題について、曲率条件を仮定することなく、その大域的一意性を示せた。(ii)解析的係数を持つ非等方粘弾性方程式に対して、Holmgren-John の大域的一意接続定理の証明を与えた。(iii) grid 分割された領域に於いて、2次元非等方電導方程式の係数の局所的再構成が、この領域の境界上の有限回計測より可能である事を示した。

関連研究として、非等方粘弾性方程式の解の時間無限大での一様減衰を示した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計19件（うち査読付論文 19件 / うち国際共著 17件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 M. de Hoop, T. Furuya, C-L. Lin, G. Nakamura, M. Vashisth	4. 巻 39
2. 論文標題 Local recovery of a piecewise constant anisotropic conductivity in EIT on domains with exposed corners	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Inverse Problems	6. 最初と最後の頁 「-」
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Matthias, N. Honda, C-L. Lin, G. Nakamura	4. 巻 16
2. 論文標題 Global unique continuation from the boundary for a system of viscoelasticity with analytic coefficients and a memory term	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Inverse Problems and Imaging	6. 最初と最後の頁 1569-1542
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Y. Jiang, G. Nakamura, K. Shiota	4. 巻 37
2. 論文標題 Levenberg-Marquardt method for solving inverse problem of MRE based on the modified stationary Stokes system	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Inverse Problems	6. 最初と最後の頁 「-」
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 N. Honda, C-L. Lin, G. Nakamura, S. Sasayama	4. 巻 30
2. 論文標題 Unique continuation property of solutions to general second order elliptic systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Inverse III-Posed Probl.	6. 最初と最後の頁 5-21
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 C. Carstea, G. Nakamura, M. Vashisth	4. 巻 373
2. 論文標題 Uniqueness for the inverse boundary value problem of piecewise homogeneous anisotropic elasticity in the time domain	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Trans. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 3423-3443
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 C. Carstea, G. Nakamura, L. Oksanen	4. 巻 373
2. 論文標題 Uniqueness for the inverse boundary value problem of picewise homogeneous elasticity in the time domain	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Trans. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 3423-3443
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. de Hoop, G. Nakamura, J. Zhai	4. 巻 79
2. 論文標題 Unique recovery of piecewise analytic density and stiffness tensor from the elastic-wave Dirichlet to Neumann map	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 SIAM J. Appl. Math.	6. 最初と最後の頁 2359-2384
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 J. Eom, G. Nakamura	4. 巻 77
2. 論文標題 Completeness of representation of solutions for stationary homogeneous isotropic elastic-viscoelastic systems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Quart. Appl. Math.	6. 最初と最後の頁 497-506
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

[学会発表] 計22件(うち招待講演 18件/うち国際学会 12件)

1. 発表者名 Gen Nakamura
2. 発表標題 Uniqueness for the inverse boundary value problem of piecewise homogeneous anisotropic elasticity in the time domain
3. 学会等名 10th International Conference "Inverse Problems: Modeling and Simulation", Minisymposium: Theory and numerics for inversion strategy (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Gen Nakamura
2. 発表標題 Tools for inverse analysis of anisotropic elasticity/viscoelasticity systems
3. 学会等名 Workshop on Inverse Problems for Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Gen Nakamura
2. 発表標題 Forward and inverse analyses for elastic and viscoelastic systems
3. 学会等名 The 6th International Workshop on Computational Inverse Problems and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Gen Nakamura
2. 発表標題 Forward and Inverse Analyses for Elastic and Viscoelastic Systems
3. 学会等名 The 47th Sapporo Symposium on Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 中村 玄
2. 発表標題 非等方弾性方程式に対する境界値逆問題
3. 学会等名 2021年度日本数学会年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Gen Nakamura
2. 発表標題 Holmgren-John Unique Continuation Theorem for Viscoelastic Systems
3. 学会等名 Intl. Conf. " DAYS on DIFFRACTION 2021 " (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中村 玄
2. 発表標題 粘弾性方程式に対するHolmgren-Johnの一意接続定理
3. 学会等名 2021年日本数学会秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Gen Nakamura
2. 発表標題 Holmgren-John Unique Continuation Theorem for Viscoelastic Equation
3. 学会等名 2nd AAIP Workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Gen Nakamura
2. 発表標題 Vibroseis Reflection Exploration for Anisotropic Media,
3. 学会等名 The third Russia-Japan Workshop CoMFo21 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 G. Nakamura
2. 発表標題 Application of the propagation of localized Neumann-Dirchlet map to the vibroseis reflection exploration
3. 学会等名 Matsuyama Analysis Seminar (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 G. Nakamura
2. 発表標題 An inverse problem for anisotropic elastic equation
3. 学会等名 Conference on Numerical Simulation and Analysis for Nonlinear Phenomena (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 G. Nakamura
2. 発表標題 Application of the propagation of localized Neumann-Dirchlet map to the vibroseis reflection exploration
3. 学会等名 12 th Theory and Computational Methods for Inverse and Ill-posed Problems (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 G. Nakamura
2. 発表標題 Strong unique continuation for two dimensional anisotropic elliptic systems
3. 学会等名 AIP conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 G. Nakamura
2. 発表標題 Stationary viscoelastic wavefields generated by scalar wave functions
3. 学会等名 Conference on Differential Equations and Inverse Problems (招待講演)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
中国	Shanghai Univ. Finance Economic			
米国	Georgetown University	Rice University		
英国	University College London			
その他の国・地域	National Cheng Kung University			