様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　５ 年　６ 月 １３ 日現在

機関番号：３２６８９
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2019～2022
課題番号：１９Ｋ０３５８１

研究課題名（和文）ロトカ・ボルテラ系における交差拡散極限が導く定常解の多層構造の解明

研究課題名（英文）Clarification of the multi-layered structure of stationary solutions induced by the cross-diffusion limit in the Lotka-Volterra system

研究代表者
久藤　衡介（Kousuke, Kuto）

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：４０３８６６０２

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,400,000円

研究成果の概要（和文）：有界領域で縄張り争いをする二種類の競争種の個体群密度を記述するロトカ・ボルテラ系に対して、両種の交差拡散係数を無限大にしたときの、定常解の漸近挙動を明らかにした。漸近挙動の解明にあたり、まず、任意の定常解の高さ(最大値ノルム)が、両方の交差拡散係数に依存しない正定数で抑えられるという先験的評価を与えた。次に、両種の交差拡散係数を無限大にすると、定常解は極限系の解に収束することを示し、ノイマン型とディレクレ型のそれぞれの境界条件のケースで、極限系の解の大域分岐構造を決定した。その結果，両方の競争種の交差拡散効果によって、競争種同士の棲み分け現象が定常解のレベルでは再現出来ることを明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義
競争種同士が空間的なに反発を記述する交差拡散項に対しては、数学的な解析の難しさから、ロトカ・ボルテラ系においては、片方のみの交差拡散係数を無限大にする操作しか研究されていなかった。本研究成果の最たる学術的意義は、定常問題において両方の交差拡散係数を無限大にする数学的処方(両方交差拡散極限)を提案し、拡散の相互作用の効果を定常解の分岐構造の見地から明示したことである。ロトカ・ボルテラ系以外にも交差拡散を伴う数理モデルが存在することから、両方交差拡散極限の他のモデルへの応用も期待出来る。

研究成果の概要（英文）：The asymptotic behavior of stationary solutions for the Lotka-Volterra system, which describes the population density of two competing species competing for territory in a bounded region, is clarified as cross-diffusion coefficients of both species tend to infinity. To elucidate the asymptotic behavior, we first gave a priori estimate that the height of any stationary solution (the maximum norm) is suppressed by a positive constant independent of both cross-diffusion coefficients. Next, it was shown that stationary solutions converge to solutions of limit systems as cross-diffusion coefficients of both species tend to infinity, and the global bifurcation structure of solutions of the limit systems was determined for the respective boundary condition cases of the Neumann and Dirichlet types. The results show that species segregation phenomena can be reproduced at the level of stationary solutions by the cross-diffusion effects of both competing species.

研究分野：反応拡散方程式

キーワード：交差拡散　ロトカ・ボルテラ系　定常解　極限系　分岐　数理生物学モデル

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９（共通）

１．研究開始当初の背景

オイカワとカワムツは同一河川に棲息しながら棲み分けを起こすことが知られている。このような、餌を共通とする競争種同士の棲み分け現象は、生態系においてしばしば観測される。1979 年に重定・川崎・寺本は、棲み分け現象を数学的に説明する目的で、従来のロトカ・ボルテラ競争系に、それぞれの種のランダム拡散のみならず同種や異種の拡散の相互作用を想定した非線形な拡散項を付加したモデルを提唱した。とりわけ、競争相手である異種が多い場所ほど拡散が促進される傾向を表す交差拡散項（cross-diffusion term）$\Delta(UV)$は、拡散の相互作用のプロトタイプとして、その後、他の数理モデルにも組み入れられ、盛んに研究され続けている。現在では、交差拡散を伴うロトカ・ボルテラ系は、提唱者の頭文字をとり「SKT モデル」と呼ばれている。

SKT モデルの定常解に対する数学研究は、提唱以降直ちに着手され、1980 年代は三村昌泰氏のグループによってランダム拡散係数が非常に小さいケースで、スパイク状に尖る解の構成が盛んに行われていた（特異摂動法)。その後、1990 年代中盤には Wei-Ming Ni 氏と Yuan Lou 氏が定常問題の解析に参画し、片方の種の交差拡散係数を無限大としたときの定常解の漸近挙動を調べる解析方法を提唱している。1999 年の彼らの研究成果によると、ノイマン境界条件の下で、片方の種の交差拡散係数を固定し、もう片方の種の交差拡散係数を無限大にすると（この数学処方を片方交差拡散極限とよぶ)、定常解の漸近挙動は二種類に分類される。一種類目の漸近挙動においては、定常解 (U,V) が、交差拡散係数の増大に伴い、各成分の積 UV がある正定数に収束するシナリオが示されている。このシナリオでは、片方交差拡散極限において、競争種同士の棲み分け的現象が起こる可能性を示唆している。ただし、UV は零ではなく正定数に収束するので、片方の交差拡散係数が非常に大きいケースでは、U に対応する種が多い場所で、V に対応する種がいないわけではなく、相対的に少ないことが分かる（不完全棲み分け)。二種類目の漸近挙動においては、交差拡散係数を固定した種は、競争相手の種の交差拡散係数の増大に伴って、その係数の逆数のレートで減衰するシナリオが示されている。なおその後、山田義雄氏と久藤によって、ディレクレ境界条件の下で片方交差拡散極限においては、上述の一種類目のシナリオに対応する棲み分けは起こらず、二種類目のシナリオに符合する形で交差拡散効果が増大する種が他種を淘汰する漸近挙動のみが起こることが示されている。

その一方で、両方の競争種の交差拡散係数を無限大する操作（両方交差拡散極限）は、定常解に対する交差拡散の効果を数学的に抽出する試みとして自然な発想ではあるものの、技術的な困難が伴い、全く行われていなかった。その困難として、定常解の最大値ノルムを両方の交差拡散係数に独立な正定数で抑える先験的評価が挙げられる。

２．研究の目的

SKT モデルにおいて手つかずの状態である両方交差拡散極限を手掛け、その解析手法を確立し、拡散の相互作用が定常解の大域構造に及ぼす効果を数学的に導出することが、本研究の目的である。また本研究で培った、SKT モデルの両方交差拡散極限の解析手法を、拡散の相互作用項をもつ他の数理モデルの解析にも役立てていくことが、研究期間に限らない中長期的視野での研究目的である。

３．研究の方法

(1) 両方交差拡散極限の着手にあたっては、定常解の最大値が、両方の交差拡散係数に無関係なある正定数で抑えられることを示す必要がある(定常解の最大値のアプリオリ評価)。なぜなら、最大値のアプリオリ評価があれば、楕円型方程式の解の正則性を援用することで、増大する交差拡散係数の列に応じて定まる定常解の列は、交差拡散係数を無限大にする操作を施しても、部分列を選べば、滑らかな関数に収束することが示されるからである。

SKT モデルの定常解の研究では、ラプラス作用素が作用する部分を新たな未知関数として、半線形楕円型方程式系に帰着させる方法が従来的である。しかしながら、本研究ではその方法を採用しない。なぜなら、その手法だと、新たな未知関数が両方とも交差拡散係数に依存してしまい、最大値の評価を交差拡散係数に無関係にすることが困難となるからである。

本研究のアプリオリ評価では、SKT モデルの定常問題の各方程式にある交差拡散項$\Delta(UV)$を$\Delta U+2\nabla U\cdot\nabla V+\Delta V$ の形に展開し、互いに代入し合うことで、ドリフト項$\nabla U\cdot\nabla V$ を残した形のシステムに帰着する。そうすることで、未知関数の変換は起きずに、交差拡散係数に対する依存はすべてドリフト項と反応項で請け負うことになる。楕円型偏微分方程式の最大値原理を用いると、U 成分の最大点が領域の内部にある場合、その点でΔU は負で∇U は零となり、第１式の反応項が正となる。たとえ最大点が領域の境界にある場合でも同じ帰結である。すなわち、U 成分の最大点では第１式の反応項 $F(U,V)$が正であり、この条件に対応する領域は UV 平面上で交差拡散係数に応じて変化する双曲線で挟まれる領域であることを示す。アプリオリ評価の導出では、この領域が両方の交差拡散係数を無限大にしても潰れない性質に着目する。同様のアイデアで、V 成分の最大点では第２式の反応項 $G(U,V)$が正であって、この領域も UV 平面上で、

両方の交差拡散係数を無限大にしても潰れないことが示す。さらに、UV 平面上で、U 成分または V 成分が交差拡散係数に無関係なある定数 K より大きいと、F(U,V)が正ならば G(U,V)が負であることに気づく。

このように F(U,V)と G(U,V)が正や負になる領域を整理した上で、本研究では定常解のアプリオリ評価を背理法によって示す。具体的には、任意の定常解に対して U 成分の最大値が交差拡散係数に依らず上述の定数 K 以下であることを示す目的で、ある解(U,V)に対しては U の最大値が K を超えてしまうと仮定する。すると、U の最大点を x とすると、(U(x), V(x))は UV 平面上で F（U,V）が正の領域に含まれる。この解に対して、今度は V 成分の最大点を y とする。すると、G(U(y),V(y)) は正である。ここで、U(y)<U(x)かつ V(x)<V(y)だから、UV 平面で(U(y),V(y))は(U(x),V(x))の左上に位置し、V(y)が K より大きく、なおかつ F(U(y),V(y))が正であることが示される。ところで、V(y)が K より大きく F(U(y),V(y))が正ならば、G(U(x),V(y))が負だったので、矛盾が生じる。このような背理法によって、任意の解に対して U 成分が K 以下であることを明らかにする。同様の方法で、V 成分に対するアプリオリ評価も示される。

(2) ノイマン境界条件の下で、両方交差拡散極限を考える際には、定常解のアプリオリ評価と強最大値原理によって、解の成分の積 UV が正定数τに収束することが示す。次に、U,V それぞれの収束先を特徴付けるために、U,V そのものではなく、第 1 式と第 2 式から交差拡散項を相殺すべく、U と V の定数倍の差（W と名付ける）を未知関数、τを未知数とする方程式系に注目する。UV が定数に収束する性質も相まって、両方の交差拡散係数を無限大にした際の W の収束先がみたすシステムが、積分方程式と単独の半線形楕円型偏微分方程式のシステム（極限系）として得られる。

極限系の解析に際しては、一旦、積分方程式は忘れて、半線形楕円型偏微分方程式のみの解構造を調べる。この楕円型方程式の非線形項は、SKT モデルの反応項の差に由来するが、反応項が強競争や弱競争とよばれる条件をみたすとき、τの大きさを適当に選ぶと、３つの定数解をもつ双安定型になる。そこで、非線形項が双安定型となるτを固定し、両種のランダム拡散係数 d をパラメーターとして、楕円型方程式を考えると、自然数 n に応じて分岐点 d(n)が定まり、d が d(n)を減少しながら通過するときに、3 つある定数解の内、真ん中の定数解から n モードの解が分岐することが示される。空間１次元の場合、さらに d を小さくしていくと、分岐した解は境界もしくは内部に遷移層をもつようになる。この描像は、ある範囲のτや d に対して成り立つので、楕円型方程式の解の集合は、d とτによってパラメーター表示される曲面を成す。

次に、この曲面上の各点に対応する楕円型方程式の解が、積分方程式をみたすかどうかをチェックして、楕円型方程式と積分方程式から成る極限系の解集合を曲面の等高線として抽出する。

(3) ディレクレ境界条件の下での両方交差拡散極限では、定常解のアプリオリ評価により、解の成分の積 UV が零に収束することが示される。ノイマン境界条件のケースと異なり、競争種同士の完全な棲み分け、すなわち、U（resp. V）に対応する種が生き残る場所では、V（resp. U）は死滅するシナリオ（完全棲み分け）が想定される。同時に、両方の交差拡散係数の増大に伴って、U と V がともに零に一様収束するシナリオ（少数共存）の可能性を吟味する必要がある。

まずは、両方交差拡散極限において、両種の均衡は保たれることを示す。数学的には、解(U,V)の U 成分と V 成分の最大値の比が、発散したり零に近づいたりすることなく、ある正の範囲に留まることを示す。すなわち、定常解のそれぞれの成分の高さは、両方の交差拡散係数を増大させても、ほぼ同じ程度に保たれる。証明の方法は背理法であり、仮に U と V の最大値の比が減衰したとすると、W=U-V のみたす楕円型方程式の両辺を V の最大値で割り、V の正規化関数の漸近挙動を考えた際、最大値原理に相容れない矛盾が導き出される。

両方交差拡散極限の一つ目のシナリオとして、U と V がともに零に一様収束するものの、交差拡散係数αをかけた、αU とαV がそれぞれ、部分列を経由して、正値関数に収束することを示す。特に、両種のランダム拡散係数が等しい場合、差関数α(U-V)が零に一様収束する一方、ラプラス作用素のかかる部分である（１＋αV）αU はある正値関数 Z に収束し、Z はある半線形楕円型方程式のディレクレ問題（第一極限系）の正値解であることが示される。第一極限系の正値解の大域分岐枝については、両種のランダム拡散係数であった d を分岐パラメーターとみると、ある分岐点で自明解から分岐し、d の小さい方向へ曲線として延びていくことが示される。

両方交差拡散極限のもう一つのシナリオとして、U と V の完全棲み分けが起こることを示す。完全棲み分けの数学的構造は、U と V の差関数 U-V の符号変化関数 W への収束によって捉える。両種の完全な棲み分けは W の零等高線を境にして起こり、U が W のポジティブパートに収束する一方、V は W のマイナスパートに収束することを示す。さらに極限関数 W は単安定型の非線形項をもつ単独の楕円型方程式（第二極限系）をみたす。空間１次元のケースでは、d を分岐パラメーターとみた分岐ダイヤグラムが描かれる。具体的には、解の零点に応じて分岐点が定まり、符号変化解の大域分岐枝が d の小さい方向に延びていく。

両方交差拡散極限における第一極限系と第二極限系に対して、それぞれの極限系の大域分岐枝を、両方の交差拡散係数が非常に大きいケースの大域分岐枝に摂動する。その摂動によって、第一極限系の分岐曲線の近くを沿うように、少数共存を特徴づける分岐曲線が構成される。また、第二極限系の符号変化解の自明解からの分岐点は、摂動によって、少数共存の分岐曲線上からの対称性破壊分岐点に移ることが示される。

４．研究成果

(1) SKT モデルの定常問題に関して、両種の交差拡散係数の比が正の有界集合に含まれている限り、任意の正値解の最大値や妥当な関数空間のノルムは、交差拡散係数に依らない定数で抑えられることを示した。このような、正値解の交差拡散係数に対する一様な有界性は、片方の交差拡散係数に対しては 1999 年に Lou-Ni によって得られていたものの、両方の交差拡散係数に対する結果は本研究が初めてで、両方交差拡散極限の数学的基盤を与えるものである。

(2) SKT モデルの定常問題をノイマン境界条件の下で考え、両方交差拡散極限を極限系の解構造で特徴づけることに成功した。特に空間１次元のケースでは、極限系の解集合の分岐ダイヤグラムを描写した。

具体的には、両方交差拡散極限において、未知関数の積 UV が正定数τに部分列を経由して収束する。その意味で、極限系は U,V そのものの極限を考えるのではなく、交差拡散項を相殺するように選んだ差関数 W の極限を考える。すると、W は半線形楕円型方程式と積分方程式の系で表される極限系をみたす。このときτは未知数として極限系の非線形項に残る。研究成果としては、この極限系の解構造が分岐理論や写像度を用いて得られた。成果の一部として、元来の SKT モデルが定数解をもつケースでは、極限系においても定常パターンを想起する非定数解が分岐する可能性があり、実際に分岐が起こるような反応項に対する係数条件が提示できた。

(3) ディレクレ境界条件の下で SKT モデルの定常問題を考察した。両種の交差拡散係数を無限大にしたとき、正値解は部分列をとると、少数共存を特徴づける極限系の解か、完全棲み分けを特徴づける極限系の解のどちらかに収束することを示した。また、少数共存を特徴づける極限系の解集合が自明解から分岐する大域曲線を形成することを明らかにした。

さらに、空間１次元で両種の交差拡散係数が非常に大きいケースにおいて、極限系からの摂動によって、大域分岐構造を明らかにした。具体的には、両種のランダム拡散係数をパラメーター d とみると、ある分岐点で d の小さい方向に自明解から少数共存の定常解の解集合に対応する曲線が分岐している。さらにその分岐曲線上に無数の分岐点が存在し、各分岐点からは完全棲み分けの解たちから成る曲線が分岐している。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計8件（うち査読付論文　8件／うち国際共著　1件／うちオープンアクセス　2件）

１．著者名 Kousuke Kuto	４．巻 333
２．論文標題 Global structure of steady-states to the full cross-diffusion limit in the Shigesada-Kawasaki-Teramoto model	５．発行年 2022年
３．雑誌名 Journal of Differential Equations	６．最初と最後の頁 103-143
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jde.2022.06.002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Kousuke Kuto, Kazuhiro Oeda	４．巻 152
２．論文標題 Bifurcation structure of coexistence states for a prey-predator model with large population flux by attractive transition	５．発行年 2022年
３．雑誌名 Proceedings of the Royal Society of Edinburgh. Section A: Mathematics	６．最初と最後の頁 965-988
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1017/prm.2021.43	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 Jumpei Inoue, Kousuke Kuto	４．巻 9
２．論文標題 Impact of regional difference in recovery rate on the total population of infected for a diffusive SIS model	５．発行年 2021年
３．雑誌名 Mathematics	６．最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/math9080888	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Kousuke Kuto	４．巻 38
２．論文標題 Full cross-diffusion limit in the stationary Shigesada-Kawasaki-Teramoto model	５．発行年 2021年
３．雑誌名 Annales de l'Institut Henri Poincare C, Analyse non lineaire	６．最初と最後の頁 1943-1959
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.anihpc.2021.02.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Chihiro Aida, Chao-Nien Chen, Kousuke Kuto, Hirokazu Ninomiya	4．巻 40
2．論文標題 Bifurcation from infinity with applications to reaction-diffusion systems	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems A	6．最初と最後の頁 3031-3055
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3934/dcds.2020053	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 伊藤 隼, 龍野 智哉, 久藤 衡介	4．巻 30
2．論文標題 Holling II 型非線形項を含む 捕食・被食モデルにおける正不変集合の構築	5．発行年 2020年
3．雑誌名 日本応用数理学会論文誌	6．最初と最後の頁 22-46
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.11540/jsiamt.30.1_26	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Tatsuki Mori, Kousuke Kuto, Tohru Tsujikawa, Shoji Yotsutani	4．巻 40
2．論文標題 Representation formulas of solutions and bifurcation sheets to a nonlocal Allen-Cahn equation	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems A	6．最初と最後の頁 4907-4925
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3934/dcds.2020205	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Jumpei Inoue, Kousuke Kuto	4．巻 26
2．論文標題 On the unboundedness of the ratio of species and resources for the diffusive logistic equation	5．発行年 2021年
3．雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems B	6．最初と最後の頁 2441-2450
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3934/dcdsb.2020186	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

〔学会発表〕　計18件（うち招待講演　12件／うち国際学会　0件）

1．発表者名
久藤衡介

2．発表標題
重定・川崎・寺本モデルの定常解の交差拡散極限

3．学会等名
京都大学 NLPDE セミナー（招待講演）

4．発表年
2022年

1．発表者名
久藤衡介

2．発表標題
拡散ロジスティック方程式の定常解の最適棲息分布

3．学会等名
RIMS共同研究（公開型）「常微分方程式の定性的理論とその現象解析への応用」（招待講演）

4．発表年
2022年

1．発表者名
井上順平，久藤衡介，佐藤誉

2．発表標題
Full cross-diffusion limit in the stationary SKT model with Dirichlet boundary conditions

3．学会等名
日本数学会秋季総合分科会　関数方程式論分科会

4．発表年
2022年

1．発表者名
井上順平，久藤衡介，佐藤誉

2．発表標題
重定・川崎・寺本モデル の定常解の交差拡散極限

3．学会等名
日本応用数理学会

4．発表年
2022年

１．発表者名
久藤衡介

２．発表標題
重定・川崎・寺本モデルにおける交差拡散極限系の棲み分け定常解の大域分岐構造

３．学会等名
日本数学会年会 函数方程式論分科会

４．発表年
2022年

１．発表者名
久藤衡介

２．発表標題
Global structure of steady-states for a cross-diffusion limit in the Shigesada-Kawasaki-Teramoto model

３．学会等名
東京大学解析学火曜セミナー

４．発表年
2022年

１．発表者名
久藤衡介

２．発表標題
重定-川崎-寺本モデルの定常解に対する交差拡散極限

３．学会等名
九州関数方程式セミナー

４．発表年
2022年

１．発表者名
久藤衡介

２．発表標題
Cross-diffusion limit in the stationary Shigesada-Kawasaki-Teramoto model

３．学会等名
日本数学会秋季総合分科会 函数方程式論分科会（特別講演）（招待講演）

４．発表年
2020年

１．発表者名 久藤衡介
２．発表標題 Full cross-diffusion limit in the stationary Shigesada-Kawasaki-Teramoto model
３．学会等名 日本数学会年会 函数方程式論分科会
４．発表年 2021年

１．発表者名 久藤衡介
２．発表標題 交差拡散を伴うロトカ・ボルテラ系に対する数理解析
３．学会等名 第 24 回 早稲田大学 数学・応用数理談話会（招待講演）
４．発表年 2019年

１．発表者名 久藤衡介
２．発表標題 Bifurcation structure of steady-states to a prey-predator model with population flux by attractive transition
３．学会等名 早稲田大学 応用解析研究会（招待講演）
４．発表年 2019年

１．発表者名 Kousuke Kuto
２．発表標題 On a diffusive prey-predator model with population flux by attractive transition
３．学会等名 PDE seminar in Capital Normal University, Beijing（招待講演）
４．発表年 2019年

1．発表者名 久藤衡介
2．発表標題 重定-川崎-寺本モデルにおける交差拡散極限系の定常解構造について
3．学会等名 研究集会「非線形偏微分方程式の理論と応用」（招待講演）
4．発表年 2019年

1．発表者名 Kousuke Kuto
2．発表標題 Stability analysis for coexistence steady-states in the Shigesada-Kawasaki-Teramoto model
3．学会等名 RIMS 共同研究「発展方程式論の新展開：数理理論と現象解析の協働」（招待講演）
4．発表年 2019年

1．発表者名 久藤衡介
2．発表標題 Bifurcation structure of coexistence steady-states to the SKT model with large cross-diffusion
3．学会等名 東北大学談話会（招待講演）
4．発表年 2019年

1．発表者名 久藤衡介
2．発表標題 拡散ロジスティック方程式の最適棲息問題と L^1非有界な定常解の列の存在について
3．学会等名 大分解析セミナー（招待講演）
4．発表年 2019年

1．発表者名 久藤衡介
2．発表標題 拡散ロジスティック方程式における定常解と資源関数の積分比の非有界性について
3．学会等名 Workshop on Analysis in Kagurazaka 2020（招待講演）
4．発表年 2020年

1．発表者名 久藤衡介
2．発表標題 Cross-diffusion limit in the stationary Shigesada-Kawadaki-Teramoto model
3．学会等名 日本数学会2020年度年会　函数方程式論分科会（特別講演）（招待講演）
4．発表年 2020年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Kuto Laboratory Homepage
http://www.f.waseda.jp/kuto
スーパーグローバル大学創成支援　早稲田大学　数物系科学拠点
https://www.waseda.jp/fsci/mathphys/member/professor
Waseda University Research Profiles
https://waseda.elsevierpure.com/ja/persons/kousuke-kuto
早稲田大学研究者データベース
https://w-rdb.waseda.jp/html/100000668_ja.html

6．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究協力者	井上　順平 (Inoue Jumpei)		

６．研究組織（つづき）

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究協力者	佐藤　誉 (Sato Homare)		

７．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計0件

８．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関