

令和 6 年 5 月 31 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03595

研究課題名(和文) 2点境界値問題の解の厳密な個数と分岐現象

研究課題名(英文) Exact number of solutions and bifurcation phenomena to two-point boundary value problems

研究代表者

田中 敏 (Tanaka, Satoshi)

東北大学・理学研究科・教授

研究者番号：90331959

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：楕円型偏微分方程式の球対称解に関して、新たな一意性及び多重存在性の結果を導いた。準線形楕円型方程式の球対称解の漸近挙動を調査した。p-Laplace作用素をもつ方程式の解の漸近挙動や固有値の漸近挙動と単調性に関する研究も行った。一般的な微分作用素をもつ楕円型方程式の解の存在性についても新たな結果を得た。さらに、2次元非自励系微分方程式系の原点に漸近する解について、その安定性を解軌道の長さやフラクタル次元の観点から評価した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

円環領域における楕円型偏微分方程式の正值解の一意性について、これまで未解決であった部分について一定の答えを与えることができた。ある準線形の自励系常微分方程式系の平衡解の線形化に対応する新しい理論を構築した。これは楕円型偏微分方程式の解析などの様々な応用が見込まれるものである。一般的な微分作用素をもつ楕円型方程式の研究は、現在、活発に研究が行われており、本研究により、様々な微分作用素を統一的に扱う方法が提示され、今後の多くの研究で、その応用が期待される。

研究成果の概要(英文)：New uniqueness and multiple existence results were derived for radially symmetric solutions of elliptic partial differential equations. The asymptotic behavior of radially symmetric solutions of quasilinear elliptic equations was investigated. The asymptotic behavior of solutions of equations with p-Laplace operators and the asymptotic behavior and monotonicity of eigenvalues were also studied. New results were also obtained on the existence of solutions to elliptic equations with general differential operators. Furthermore, the stability of solutions asymptotic to the origin of a two-dimensional nonautonomous differential system was evaluated in terms of the length and fractal dimension of the solution trajectory.

研究分野：境界値問題

キーワード：境界値問題 楕円型方程式 球対称解 一意性 多重存在性 準線形 解曲線の長さ 漸近挙動

1. 研究開始当初の背景

非線形常微分方程式の2点境界値問題の解の個数に関して、これまで膨大な量の結果が得られており、今なお、新たな結果が生み出されている。非常に長い歴史をもつこの研究は、根源的かつ重要な課題であるだけでなく、非線形楕円型偏微分方程式の研究にも現れるものである。その問題の見た目は単純であるが、解構造を一般論的な手法で系統的に取り扱う方法は見つかっておらず、係数関数や非線形項 f のそれぞれの場合に応じた個別の解析が必要となる。そのような局所的な結果が、これまで数多く得られてきたのだが、それらを集めて俯瞰すると、境界問題の解の個数は線形の問題の固有値を有する非線形方程式 $f(s) = s$ の根 $s > 0$ の個数との関係が深いことに気づく。即ち、過去の大半の結果は、境界値問題は、方程式 $f(s) = s$ の根の個数と少なくとも同じ個数の解をもつ、というものである。この事実は、直接的に証明されている訳ではないが、過去の数多くの局所的な結果を収集することで、状況証拠的に確認される。特に、Sturm の比較定理により、方程式 $f(s) = s$ が根 $s > 0$ をもたなければ、境界値問題も解をもたない、ということもわかる。

2. 研究の目的

それでは、境界値問題の個数と方程式 $f(s) = s$ の根の個数は一致するのであろうか。この問いに答えることが、本研究の目的である。これまでに得られた結果だけでは、この問いには十分に答えられていない。本研究では、基本的であるが不明な点が多い方程式 $f(s) = s$ の根の個数が1個または2個の場合について考察する。その個数が3個以上の場合についても、ほとんど何もわかっていないが、本研究ではその場合を扱わない。それは、その個数が1個または2個の場合でさえ、課題が山積みだからである。

3. 研究の方法

境界値問題の個数と方程式 $f(s) = s$ の根の個数が一致するような結果を導くためには、零点をもつ解の厳密な個数を調べる必要がある。それには、shooting method を利用した Kolodner-Coffman の方法を用いる。即ち、左端点の境界条件を満たすような初期値にパラメータを含めた初期値問題を考える。その初期値問題の零点のパラメータによる挙動を調べる。そのため、初期値問題の解のパラメータについての偏導関数の零点を数えることで、それが可能になるというのが、Kolodner-Coffman の方法である。その際、その偏導関数はある線形化方程式の解となる。

境界値問題の個数と方程式 $f(s) = s$ の根の個数が一致しないような結果を導くために、本研究では、係数関数 $h(x)$ が独立変数 x に関して偶関数などの対称性がある場合を主に考える。その場合、考える境界値問題は対称な解をもち得るので、その対称解の Morse 指数を調べる。考える境界値問題はグリーン関数を用いて積分方程式に帰着させることができる。そこに現れる積分作用素のルレイ・シャウダーの写像度が Morse 指数により求まる。パラメータを変化させたとき、Morse 指数が丁度1だけ変化する瞬間が見つければ、写像度の符号が変化し、ホモトピー不変性より分岐が起こることがわかる。そして、その分岐点で解の個数が変化することが期待できる。ここで解の Morse 指数とは、ある線形化問題の負の固有値の個数のことである。その固有値に随伴する固有関数の零点の個数はよく知られている。従って、0 が固有値の場合である線形化方程式の零点の個数がわかれば、Sturm の比較定理より、第 k 番目の固有値の符号がわかり、解の Morse 指数が求まる。Sturm の比較定理とは、大雑把に言うと、二つの2階線形常微分方程式の係数関数に大小の関係があるとき、そのお互いの解どうしの零点の個数が比較できるというものである。

上記のどちらの研究においても、線形化方程式が現れ、その解の零点の個数を調べることが重要となる。そのためには、Sturm の比較定理やその理論を応用できるような、線形化方程式に比較させる適切な方程式や不等式と、それを満たす比較関数を見つけることが鍵となる。的確な比較関数を見つけるためには、結局、これまでの経験を頼りに、無数にある候補となる関数の一つひとつ吟味することに尽きる。

4. 研究成果

ある種の2次元非自励系微分方程式系の原点に漸近する解の軌道の長さが有限長であるか無限長であるかについて研究を行った。原点に漸近する解はある意味で安定な解であるが、解軌道が短いほどより安定であると言える。解軌道の長さによって解の安定性を測る試みは最近始まった研究であり、未解決な部分が多い。本研究では解軌道の有限長と無限長の両方の判定法を導いているが、それらはある意味で鋭いものであり、特別な場合には、それらをあわせると解軌道が有限長であるための必要十分条件が得られる。

楕円型偏微分方程式の正值球対称解の構造について研究を行った。楕円型偏微分方程式において対象を球対称解に限ると問題は常微分方程式に帰着される。これまでの過去の研究にて開発した常微分方程式の2点境界値問題の正值解の一意性についての手法に加えて、Pohozaev の

恒等式を利用することにより、円環領域における楕円型方程式の境界値問題の正值球対称解の一意性に関するあらたな結果を導いた。

ある準線形楕円型方程式は変数変換によって、準線形の自励型常微分方程式系に変換できる。通常、自励系は線形化することにより平衡解の近傍の解の挙動が明らかになることが多い。しかし、今回扱った問題では、その非線形性により、零解のまわりで線形化できない。そのかわりに半分線形系の摂動とみなすことで、零解の近傍の解の挙動を調べることができた。このことを利用して、ある準線形楕円型方程式が無数個の正值特異解をもつことが証明できた。

非線形な微分作用素をもつ準線形楕円型偏微分方程式系の単位球における正值球対称解の存在について研究を行った。p-Laplace 作用素はべき乗の関数を含むものであるが、本研究ではそのべき乗関数の部分を、より一般的な関数である正則変動関数に置き換えた問題について考察し、過去の p-Laplace 作用素について得られた結果を完全に含む形で一般化することに成功した。

Hardy 項をもつ準線形楕円型方程式の球対称解の原点近傍及び無限遠方での漸近挙動について研究を行った。その方程式は重み付きの Hardy の不等式の Euler-Lagrange 方程式にもなっており、Hardy の不等式の最良定数の値を境にして、考えている準線形楕円型方程式の解構造は大きく変化する。また、ここで考えている方程式は p-Laplace 作用素を含むものであるが、 $p=2$ の場合は Euler の微分方程式であり、すべての球対称解は初等関数を用いて表される。一方、 $p \neq 2$ でない場合、そのようなことは成り立たないが、方程式は準線形自励系に変換される。以前、その準線形自励系について考察しており、そのときの知識を応用することで、今回の方程式の漸近挙動について精密な結果を得ることができた。さらにここで得た漸近挙動の結果を用いることで、Euler 型の微分方程式の振動解の有限長性に関する未解決問題について、答えを与えることもできた。

円環領域及び外部領域における楕円型方程式の境界値問題の正值球対称解の一意性について研究を行った。エネルギー関数が満たす不等式と Pohozaev 型の恒等式を組み合わせることにより、正值球対称解の一意性を示すことができた。これは、解の特徴を精密にとらえ、巧妙な技法を積み重ねることによって導かれるものである。得られた結果は一般的なものであり、過去の結果では得られない新しい部分を含むものである。例えば、非線形項が二つのべきの和の形である場合には Yadava の 1997 年の結果が知られているが、その結果では判定できない部分が残されていた。今回得られた結果を応用すると、その未解決な部分に結論を与えることができる。

一次元 Henon 型方程式の境界値問題の正值対称解の一意性と多重存在性について研究を行った。問題に含まれるパラメータが特定の狭い範囲の外にあるとき、Pohozaev 型の恒等式を応用することにより、正值対称解の 2 個の存在を仮定すると、矛盾が生じることが証明できる。残された一意性が不明のパラメータ範囲が狭いことから、すべてのパラメータに対して正值対称解の一意性が成立すると予想されるが、実際はそうではなく、残された範囲について数値計算を行うと、3 個の正值対称解が見つかる。以前から、以上のことが判明していたが、その多重存在を示す方法を見いだせないままであった。今回の研究により、精度保証付き数値計算による計算機援用証明の意味で、正值対称解の多重存在を証明することができた。具体的には、考えている境界値問題の左端点を満たすような初期値問題を考え、その解が考えている区間に零点をもつ、あるいは、もたないという初期値を精度保証付き数値計算によって見つけた。それにより、零点をもつ初期値ともたない初期値の間に、境界値問題の解となる初期値が存在することになる。この方法で、3 個の正值偶関数解を見るけることができた。

ある二次元非自励系の原点に近づくスパイラル解軌道のフラクタル次元（ボックス次元）を求め、その次元が系の非線形項のべきの指数から導かれることを示した。次元が高いほど、解はゆっくり原点に漸近すると捉えることができ、フラクタル次元により解の安定性の指標をあたえることにもなっている。

球領域及び円環領域における Dirichlet 境界条件下での球対称な p-ラプラス作用素の k 番目の固有値の p に関する単調性と $p > 1$ や $p < 1$ とした場合の漸近挙動について研究を行った。領域が小さい場合、固有値は単調増加であるが、領域が大きい場合はそうではないことがわかった。また、固有値の漸近挙動を求めることと同時に固有関数の零点の漸近挙動も求めることができた。例えば、k 番目の固有値の固有関数はちょうど $k-1$ 個の零点を考えている区間の内部にもつが、 $p > 1$ とすると、それらの零点は等間隔に並ぶことがわかった。

$p(x)$ -ラプラス作用素をもつ楕円型偏微分方程式の正值球対称解の存在性及び非存在性について研究を行った。ここでは、p-ラプラス作用素をもつ方程式には現れない現象を見つけることに成功した。より具体的には、 $p(x)$ が定数の場合には、正值球対称解が存在するためには、方程式に含まれるパラメータの範囲が有界であることが必要であるが、 $p(x) = p(|x|)$ かつ、 p が $|x|$ について狭義単調関数であれば、 p の最大値と最小値の差がどんなに小さくても、正值球対称解が存在するようなパラメータの範囲は非有界であることがわかった。

一般的な微分作用素をもつ常微分方程式に周期境界条件を課した境界値問題の解の存在性について研究を行った。その結果は、これまで研究されてきた p-ラプラス作用素、-ラプラス作用素、 $p(x)$ -ラプラス作用素などの結果を含むもので、それらの個別の研究を統一的に扱うことに成功している。

三次元単位球面内の円環領域上の scalar-field 方程式のディリクレ問題について研究を行

った．領域は三次元単位球面から北極と南極を中心とする同じ大きさの小さな2つの測地球を取り除いた円環領域を考えた．そのような問題の極角にのみ既存する正值解の存在性について考察した．考えている領域は赤道について対称なので，問題は赤道で対称な解をもち得る．方程式の非線形項の増大度と赤道で対称な解及び非対称な解の一意性と多重存在性についての関係性を明らかにした．

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 11件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Marta Garcia-Huidobro, Raul Manasevich, Jean Mawhin, Satoshi Tanaka	4. 巻 388
2. 論文標題 Periodic solutions for nonlinear systems of Ode's with generalized variable exponents operators	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 34 ~ 58
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2023.12.040	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Raul Manasevich, Satoshi Tanaka	4. 巻 44
2. 論文標題 An eigenvalue problem for a variable exponent problem, via topological degree	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 970 ~ 982
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2023134	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Ryuji Kajikiya, Mieko Tanaka, Satoshi Tanaka	4. 巻 387
2. 論文標題 Asymptotic behavior and monotonicity of radial eigenvalues for the p-Laplacian	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 496 ~ 531
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2024.01.027	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Masakazu Onitsuka, Satoshi Tanaka	4. 巻 192
2. 論文標題 Influence of nonlinearity to box-counting dimensions of spiral orbits for two-dimensional differential systems	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Bulletin des Sciences Mathematiques	6. 最初と最後の頁 103417 ~ 103417
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.bulsci.2024.103417	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shioji Naoki, Tanaka Satoshi, Watanabe Kohtaro	4. 巻 513
2. 論文標題 Multiple existence of positive even solutions for a two point boundary value problem on some very narrow possible parameter set	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 126182 ~ 126182
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2022.126182	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Carmen Cortazar, Marta Garcia-Huidobro, Pilar Herreros, Satoshi Tanaka	4. 巻 20
2. 論文標題 On the uniqueness of solutions of a semilinear equation in an annulus	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Communications on Pure and Applied Analysis	6. 最初と最後の頁 1479 ~ 1479
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/cpaa.2021029	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kenta Itakura, Satoshi Tanaka	4. 巻 8
2. 論文標題 A note on the asymptotic behavior of radial solutions to quasilinear elliptic equations with a Hardy potential	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society, Series B	6. 最初と最後の頁 302 ~ 310
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/bproc/100	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Garcia-Huidobro Marta, Manasevich Raul, Tanaka Satoshi	4. 巻 20
2. 論文標題 Positive Solutions for Systems of Quasilinear Equations with Non-homogeneous Operators and Weights	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advanced Nonlinear Studies	6. 最初と最後の頁 293 ~ 310
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/ans-2020-2082	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Itakura Kenta, Onitsuka Masakazu, Tanaka Satoshi	4. 巻 271
2. 論文標題 Perturbations of planar quasilinear differential systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 216 ~ 253
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.08.024	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shioji Naoki, Tanaka Satoshi, Watanabe Kohtaro	4. 巻 284
2. 論文標題 Uniqueness of positive radial solutions of superlinear elliptic equations in annuli	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 522 ~ 545
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2021.02.047	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Onitsuka Masakazu, Tanaka Satoshi	4. 巻 2021
2. 論文標題 Rectifiability of orbits for two-dimensional nonautonomous differential systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 1 ~ 23
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14232/ejqtde.2021.1.18	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計20件 (うち招待講演 15件 / うち国際学会 9件)

1. 発表者名 Satoshi Tanaka
2. 発表標題 Uniqueness and multiplicity of positive solutions to the scalar-field equation on large annuli in the three-dimensional unit sphere
3. 学会等名 The 13th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, SS28 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Satoshi Tanaka
2. 発表標題 On the multiplicity of positive even solutions to the one-dimensional Henon type equation on some very narrow possible parameter set
3. 学会等名 The 13th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, SS28 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 田中敏、梶木屋龍治、田中視英子
2. 発表標題 p-Laplacian の球対称固有値の漸近挙動と単調性
3. 学会等名 北見工大における微分方程式セミナー (通算第45回)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Satoshi Tanaka
2. 発表標題 Uniqueness and nonuniqueness of positive radial solutions to the Brezis-Nirenberg problem in an annulus
3. 学会等名 第41回九州における偏微分方程式研究集会 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 田中敏
2. 発表標題 三次元単位球面内の円環領域上の scalar-field 方程式の正值対称解
3. 学会等名 広島数理解析セミナー (第 260 回) (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 渡辺宏太郎, 田中敏, 塩路直樹
2. 発表標題 Existence and multiplicity of positive solutions to the scalar-field equation on large annuli in the 3-sphere
3. 学会等名 日本数学会 2022 年 度秋季総合分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Satoshi Tanaka
2. 発表標題 Existence and multiplicity of positive solutions to the scalar-field equation on large annuli in the three-dimensional sphere
3. 学会等名 CMM PDE Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Satoshi Tanaka
2. 発表標題 Uniqueness and multiplicity of positive solutions to the scalar-field equation on large annuli in the three-dimensional unit sphere
3. 学会等名 13th Americas Conference on Diff. Equations and Nonlinear Analysis and ICMC Summer Meeting on Differential Equations - 2023 Chapter (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 田中敏
2. 発表標題 三次元単位球面上の円環領域における scalar-field 方程式の正值解の多重存在
3. 学会等名 微分方程式における解の漸近挙動の解析とその周辺 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Satoshi Tanaka
2. 発表標題 Multiplicity of positive even solutions to the one-dimensional Henon type equation on some very narrow possible parameter set
3. 学会等名 Differential Equations Day on ZOOM (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 渡辺宏太郎, 田中敏, 塩路直樹
2. 発表標題 Multiple existence of positive even function solutions for a two point boundary value problem on some very narrow possible
3. 学会等名 日本数学会 2021 年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 田中敏
2. 発表標題 1次元 Henon 型方程式の正值対称解の多重存在
3. 学会等名 第5回 精度保証付き数値計算の実問題への応用研究集会 (NVR 2021) (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Satoshi Tanaka
2. 発表標題 On the uniqueness of positive radial solutions to superlinear elliptic equations in annuli
3. 学会等名 第23回北東数学解析研究会 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 田中 敏
2. 発表標題 Perturbation of planar quasilinear differential systems and its application
3. 学会等名 東北大学 応用数理解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 田中 敏
2. 発表標題 1次元 Henon 方程式の正值対称解のモース指数と対称性破壊分岐について
3. 学会等名 第4回 精度保証付き数値計算の実問題への応用研究集会 (NVR 2020) (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 鬼塚政一、田中 敏
2. 発表標題 Rectifiability and attractivity for two-dimensional nonautonomous differential systems
3. 学会等名 日本数学会 2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 田中 敏、鬼塚政一
2. 発表標題 On a perturbation theory for the planar quasilinear differential system and its application
3. 学会等名 日本数学会 2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 田中 敏
2. 発表標題 1次元 Henon 方程式の正值対称解のモース指数と対称性破壊分岐
3. 学会等名 東北大学 応用数理解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Satoshi Tanaka
2. 発表標題 Perturbations of half-linear differential systems and its application to quasilinear elliptic equations
3. 学会等名 DEA 2019: Dynamics, Equations and Applications（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Satoshi Tanaka
2. 発表標題 Perturbations of quasilinear differential systems
3. 学会等名 2019 International Workshop on Nonlinear PDEs and Its Applications（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計2件

国際研究集会 Online seminar on differential equations	開催年 2021年～2021年
国際研究集会 International Workshop on Nonlinear Elliptic Equations and Its Applications	開催年 2022年～2022年

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------