

令和 6 年 6 月 11 日現在

機関番号：37112

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03596

研究課題名（和文）消散項を含む双曲型・分散型方程式の漸近解析

研究課題名（英文）Asymptotic behavior of solutions to hyperbolic and dispersive equations with damping terms

研究代表者

竹田 寛志（Takeda, Hiroshi）

福岡工業大学・工学部・教授

研究者番号：10589237

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：線形主要部に消散項を含む双曲型・分散型方程式の初期値問題に対して解の挙動、特に時間減衰評価と漸近形の同定を行った。その過程において、線形解に消散項の違いに応じた高周波成分の評価を行い、平滑化評価式を導出した。この応用として、消散性示す評価式を併用し、非線形問題の小さい初期値に対する解の精密な時間大域挙動を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

消散項を含む双曲型・分散型方程式の初期値問題の対応する放物型方程式や、消散項を外した方程式には解の漸近挙動に対する精密な理論がよく知られている。本研究課題はその応用として得られる帰結ではなく、線形主要部のすべての項を用いた方程式固有の性質を見直して消散項を含む双曲型・分散型方程式に特化した理論体系を構築することを目指している。

研究成果の概要（英文）：For initial value problems of hyperbolic and dispersive equations with a damping term in the linear principal part, the asymptotic behaviors of the solutions, especially the time-decay estimates and the identification of the asymptotic profile, are obtained. The high frequency parts of the linear solution are estimated according to the difference in the damping terms, and a smoothing effect is derived. Based on the fact, together with the estimates which suggest the dissipation of the linear solutions, asymptotic behavior of time-global solutions to small initial values of nonlinear problems are described sharply.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：消散型波動方程式 漸近形 時間減衰評価 平滑化

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

求積法の適用できない微分方程式に対して、その解の変数を十分に大きくしたときの挙動を知る一つの方策は解をよく性質の分かる関数で近似する試み、漸近展開である。消散項を含む双曲型・分散型方程式と対応する放物型方程式の解に、漸近展開における類似性があることが多くの研究で明らかになっていた。近年、放物型方程式で解のより精密な漸近展開の理論が構築されて、基礎的な問題に関して十分な決着が見られている。これに対し、消散項を含む双曲型・分散型方程式において、同様の理論展開が望まれるが、現状、満足な成果が得られているとは言い難い。これは周波数空間における線形主要部の性質が周波数の大小によって大きく異なることと、放物型で線形主要部から導かれる正則性が双曲型・分散型では望めないことが主だった理由であると考えられる。

2. 研究の目的

消散項を含む双曲型・分散型方程式の解の漸近展開において、上述の理由で、漸近形の同定だけではなく、方程式固有の正則性を最大限に明らかにする必要がある。本研究では、これまでの自身の研究成果も踏まえて消散項を含む波動方程式・分散型方程式に対し、

- ・ 解の(漸近形のみならず)高次漸近形を許容する初期値に対する条件を定量的に導出
- ・ (応用として)非線形相互作用下や変数係数を持つ場合の高次漸近展開の理論を構築

を目的とする。また、そのためには初期値の正則性が解にどのように引き継がれていくのか、さらに滑らかになっているのかを定量的に評価する必要がある。

3. 研究の方法

フーリエ解析を中心とした調和解析学的手法に基づく。線形解の正則性の構造を詳細に調べて各方程式の線形主要部に固有の性質を導き、基礎的な補間理論と併せて非線形問題への応用を行った。最新の研究成果の情報収集(各種セミナーや研究会への参加)及び共同研究者との研究打合せを主な研究推進の手段とした。特に、コロナ禍にあったときには効率を落とさないために高性能の機器を運用した。これによって国際研究会やセミナーへのオンライン参加が可能となって(一部の出張は取りやめざるを得なくなったが)、研究の推進に大幅な遅れが出ることを回避できた。併せて「偏微分方程式レクチャーシリーズ in 福岡工業大学」、「Saga Workshop on PDE」や国際研究会「Critical Phenomena in Nonlinear Partial Differential Equations, Harmonic Analysis, and Functional Inequalities」を運営に参画して研究交流を行う場を設けた。

4. 研究成果

主だった成果は学術論文として発表した以下の5つに大別される：

- (1) linear Blackstock's model of thermoviscous flow、the Jordan-Moore-Gibson-Thompson equation in the viscous case、classical thermoelastic system といった時間3階微分の項を含む、もしくは背景に持つ双曲型偏微分方程式の解の大域挙動を明らかにした。
- (2) 非線形消散型弾性波方程式に対して、小さい初期値に対する時間大域解の挙動やその流れの安定性の証明を行った。
- (3) 分数べきラプラシアンを含む消散項を持つ弾性波方程式に対して、そのべきや係数に依存した漸近形の同定および、各成分の最適な時間減衰評価の導出を行った。
- (4) ド・ジッター空間における非線形拡散方程式に対して、小さい初期値の減衰に応じた高次漸近展開公式を導出した。
- (5) 可微分性の損失が起こる消散項と非線形移流項を持つ波動方程式に対して、小さい初期値に対する時間大域解の減衰評価を導出した。

当初の目的とはやや異なった方向性となったが、線形、非線形を含め低周波成分のみならず、高周波成分に各方程式固有の性質を導き、漸近展開の際に平滑化効果を用いることができた。ここで得られた知見は今後の研究の基礎として活用できる汎用性の高いものとなった。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Takeda Hiroshi	4. 巻 326
2. 論文標題 Large time behavior of solutions to elastic wave with structural damping	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 227 ~ 253
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2022.04.017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kagei Yoshiyuki, Takeda Hiroshi	4. 巻 519
2. 論文標題 Decay estimates of solutions to nonlinear elastic wave equations with viscoelastic terms in the framework of L^p -Sobolev spaces	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 126801 ~ 126801
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2022.126801	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kagei Yoshiyuki, Takeda Hiroshi	4. 巻 219
2. 論文標題 Smoothing effect and large time behavior of solutions to nonlinear elastic wave equations with viscoelastic term	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 112826 ~ 112826
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2022.112826	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Dao Tuan Anh, Takeda Hiroshi	4. 巻 18
2. 論文標題 Global existence results for semi-linear structurally damped wave equations with nonlinear convection	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Hyperbolic Differential Equations	6. 最初と最後の頁 729 ~ 760
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0219891621500223	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakamura Makoto; Takeda, Hiroshi	4. 巻 -
2. 論文標題 Asymptotic behaviors of global solutions for a semilinear diffusion equation in the de Sitter spacetime	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Asymptotic Analysis	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3233/ASY-201652	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 D' Abbicco Marcello, Ikehata Ryo, Takeda Hiroshi	4. 巻 26
2. 論文標題 Critical exponent for semi-linear wave equations with double damping terms in exterior domains	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA	6. 最初と最後の頁 NO.56, 25pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00030-019-0603-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計11件 (うち招待講演 9件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 竹田寛志
2. 発表標題 準線形消散型弾性波方程式の時間大域解の平滑化について
3. 学会等名 第11回「解析学とその周辺」@野田 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 竹田寛志
2. 発表標題 L^p における準線形消散型弾性波方程式の解の時間減衰評価について
3. 学会等名 東京理科大学 理工学部数学科 談話会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 竹田寛志
2. 発表標題 構造的消散項を持つ弾性波の時間減衰評価について
3. 学会等名 Takamatsu Workshop on Partial Differential Equations (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Hiroshi Takeda
2. 発表標題 Smoothing effect and large time behavior of solutions to quasi-linear elastic wave equations with viscoelastic term
3. 学会等名 Recent Advances in Nonlinear Evolution Equations (RANEE) Webinars (online) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroshi Takeda
2. 発表標題 Asymptotic expansion of solutions to elastic wave with structural damping
3. 学会等名 The 13th ISAAC Congress (Online) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 竹田 寛志
2. 発表標題 構造的消散項を持つ弾性波の漸近挙動について
3. 学会等名 RIMS共同研究グループ型A「線形および非線形分散型方程式の研究の進展」(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 竹田寛志
2. 発表標題 準線形消散型弾性波方程式に対する初期値問題の時間大域解の挙動 について
3. 学会等名 第38回九州における偏微分方程式研究集会（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Takeda Hiroshi
2. 発表標題 Asymptotic profiles of solutions to semi-linear wave equations with structural damping
3. 学会等名 Workshop ``General Relativity and Partial Differential Equation''（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 竹田 寛志
2. 発表標題 Remarks on lower bounds for the elastic wave with structural damping
3. 学会等名 長崎微分方程式セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中村 誠, 竹田 寛志
2. 発表標題 Asymptotic profiles of global solutions for the semilinear diffusion equation in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会関数方程式論分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 隠居 良行, 竹田 寛志
2. 発表標題 準線形弾性波の初期値問題に対する時間大域解の大域挙動について
3. 学会等名 日本数学会2020年度年会関数方程式論分科会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
中国	広州大学			
ベトナム	ハノイ工科大学			