

令和 6 年 6 月 7 日現在

機関番号：12701

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03616

研究課題名（和文）組合わせた離散構造に対する量子ウォークの共鳴現象による逆問題的アプローチ

研究課題名（英文）Inverse problem approach to combinatorial discrete structures by resonance phenomena of quantum walks

研究代表者

瀬川 悦生（Segawa, Etsuo）

横浜国立大学・大学院環境情報研究院・准教授

研究者番号：30634547

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：量子ウォークの量子性から誘導される背後にあるグラフの組合せ構造の抽出をその挙動から抽出した。そのためにまずその共鳴性を利用して定常状態に収束する量子ウォークの数値モデルを構築することに成功した。そして、その定常状態を特徴付けるにあたり、グラフのスペクトルを求める解析的な手法を経由して、量子ウォークが満たす回路方程式を導出した。この回路方程式は、通常のグラフのラプラシアンで記述される電気回路の回路方程式を拡張したものになっている。このことにより量子性によって誘導される幾つかの全域部分グラフの族を与え、その族に含まれる全域部分グラフの数え上げにより、定常状態が与えられることを証明した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

将来実用化が期待される量子コンピュータの中で、マルコフ連鎖確を2乗加速でシミュレートすることのできる量子ウォークの基礎的な研究の中で、次のような成果を上げた。量子共鳴現象に対応する現象を量子ウォークでも与え、その定常状態へ収束する仕組みを数学的に明らかにした。そして、その定常状態をより身近なグラフの組合せ構造の数え上げにより、与えられることを証明し、量子的な現象のビジュアル化を図った。さらにその散乱行列や内部のエネルギーを導入し、スペクトル散乱理論の研究者との共同研究を実現するだけでなく、光学素子を用いた実装を実験系の研究者と共同研究を実現させ、その有効性が広まった。

研究成果の概要（英文）：We extracted the combinatorial structure of the underlying graph induced by the quantum property of the quantum walk from its behavior. For this purpose, we first succeeded in constructing a mathematical model of a quantum walk that converges to a stationary state using its resonance property. Then, in characterizing the stationary state, we derived the circuit equation of the quantum walk through an analytical method to obtain the spectrum of the graph. This circuit equation is an extension of an ordinary circuit equation of an electric circuit described by the Laplacian. This gives several families of spanning subgraphs induced by the quantumness, and we prove that counting up the spanning subgraphs in the families gives the stationary state.

研究分野：量子ウォーク

キーワード：量子ウォーク 量子グラフ ランダムウォーク グラフ

## 1. 研究開始当初の背景

量子ウォークの本格的な研究は量子探索の超高速化を可能にするアルゴリズムの中で駆動することから始まった。その後 2000 年初頭から現在まで継続して量子ウォークの研究が盛んに行われる主要な理由として、様々な研究分野とのオーバーラップがあることを強調したい。例えば、物性物理においては、QW を表面にのみ電気が通るトポロジカル絶縁体中の電子の運動を記述する離散モデルとして捉えている。そして、1 次元上の 2 重デルタポテンシャル付きの量子共鳴現象を与える定常シュレディンガー方程式の解と一対一対応を与える、量子ウォークモデルがある。このシミュレータモデルから逆に量子ウォークの各作用素をレーザーの実験でよく用いられている実験機材(半波長板と偏光ビームスプリッター)に対応させ、現在この共鳴現象のフィネスの容易な調整が可能な実装の共同研究が行われている。実はこの実験装置のデザインを与える量子ウォークと機材を非自明に結びこのある種の“同型”写像の導出は、クリーク分解やライニンググラフ化、細分化、またはその逆操作といったグラフ理論で頻繁に行われる変形ノウハウを 1 次元の格子に応用した結果である。そしてより一般的な考察においては、辺彩色の概念が有効で、量子ウォークの構成可能性の判別に有用であることが最近の研究で解ってきている。このように離散的な単純な模型であるにも関わらず、グラフ理論とレーザー制御の実験が出会える連携を見ることも、量子ウォークの研究の面白さの一つでもある。このように QW を懸け橋にして得られた知見により、先ほどのグラフ理論との結びつきのように、各専門的な研究を、QW で動機される新たな数学的、物理的諸問題をより誘導し、深く掘り下げ、理解が深まるフィードバックとなることにも繋がっていた。

## 2. 研究の目的

量子ウォークの時間発展の読み方はその専門分野によって多様であるが、実は上に挙げたものの多くは、量子ウォークを波の透過と反射のダイナミクスとして捉えることで進展した。そこでこの読み方と相性の良い各頂点に境界条件が課せられている平面波の定常シュレディンガー方程式を与える量子グラフから誘導される量子ウォークについて考察する。以下これを量子グラフウォークと呼ぶ。量子グラフの解は、この量子ウォークの一般化固有値 1 の固有方程式の解との関係を見出せスペクトル散乱理論の分野と結びつきが強い。また量子グラフウォークでは、背後にある量子グラフの境界の設定を変化させ、ランダムウォークとの結びつきがある Grover walk などこれまで研究されてきた多くの量子ウォークモデルを含めるため、系統的な量子ウォークの俯瞰的な描像の獲得を目指す。

ところで、そもそも量子グラフウォークはユニタリ作用素で時間発展するダイナミクスであるにもかかわらず、これまでは単なる量子グラフの解を得るための固有方程式を解くための静的なツールとして提案されてきた。そこでこの動的な意味を本研究で新たに解明することがきっかけで新たに導入する性質が、QW の共鳴現象である。つまりこの共鳴現象によって、QW を力学系として見たときに固定点 = 一般化固有値 1 の固有ベクトルに収束するというアイデアである。これは、偏微分方程式、スペクトル・散乱理論の専門家達との共同研究の経験から得られたものであり、相乗効果が期待される。さらに背後にあるグラフの幾何的性質(例えばどのような閉局面に埋め込み可能かなど)が反映されているかをこの定常状態の性質を眺めるだけで言い当てる逆問題を目標にする。そのために著しく発展を遂げている位相幾何学的グラフ理論のアイデアを取りこみながら研究を遂行していく。

## 3. 研究の方法

既約な有限グラフ上のランダムウォークは必ず定常状態に収束する。この事実から定常状態への収束のスピードの評価にまつわるカットオフ現象の研究や、電気回路のランダムウォークの記述など、豊かな現象やそのスペクトルとグラフの幾何構造との対応関係などに関する数学的構造を探索する研究が展開されていく。その一方で、有限グラフ上の量子ウォークではその時間発展のユニタリ性により固有値が複素平面上の単位円周上に分布しているため、ダイナミクスの収束を得るのは一筋縄ではいかない。しかしながら、従来の量子探索アルゴリズムにおいて、2 乗加速を実現させるためには、適切な時刻で観測をしないと、マークされた頂点を観測することのできない、いわゆる「スフレ問題」がある。これも、量子ウォークの固有値が単位円周上に分布しているため、漸近的に挙動がある周期で振動するところにある。もし固定点に収束するような量子ウォークダイナミクスが構成できれば、量子性が起因するより豊かなスペクトルとグラフの幾何構造の関係を表す数学的構造などが得られることが期待される。

そこで、有限・連結グラフの幾つかの頂点に tail と呼ばれる半無限パスを接続する。初期状態として、1 つ tail を選んできて、元のグラフに向かうパスの全ての有向辺に値 1 を持たせる。ここで tail 上では(反射のない)自由量子ウォークになるように各頂点に量子コインを設置する

ことが重要な設定である。するとこの内部のグラフの立場から見ると、外部からソースが常に同じだけ供給され、一方でそれと同時に tail と接続している頂点からはシンクとして放出される力学系になっている。この流入と流出がバランスすることで、内部で共鳴が起き、定常状態が得られることが予想される。この数学的な証明を以下のことに注意して完成させる：このモデルの系全体のユニタリ作用素を内部グラフに制限すると、一般には正規性が保証されない。ここが正規性を仮定して進展させていたこれまでの先行研究とは大きく異なるこのモデルの特徴的で興味深い点で、一般化固有値問題として取り組む。

#### 4. 研究成果

まず、上述の流出入のある量子ウォークモデルにおいて、時刻無限大で固定点に収束することの証明を与えることができた。ユニタリ行列の内部グラフに関する部分行列に対する固有値解析が必要で、一般にこの部分行列の正規性や半単純性は保証できないことに注意しながら、ジョルダン分解を行うことで、その証明が行われる。そのもとで、この定常状態の特徴づけを幾つかの場合で次のように成功した。

流入の振動数が 0 の場合、この定常状態は、量子ウォークの時間発展を記述する背後にあるランダムウォークが可逆のときは、このランダムウォークの各辺の重みがコンダクタンスとなる電気回路を流れる電流と、このランダムウォークの定常状態との線形和で、量子ウォークの定常状態が特徴づけられることを証明した。またその流入と流出の関係を与える散乱行列は各頂点における各時刻の局所的な散乱を記述する量子コインがそのまま復元されることがわかった。一方で、対応するランダムウォークが非可逆な場合、その散乱は、完全反射になることを示した。また流入の振動数が  $\neq 0$  で、背後にあるランダムウォークが各頂点均一な確率で推移するもので誘導される量子ウォークの場合、グラフが 2 部グラフの場合は本質的に流入の振動数が 0 の場合のときと同じような挙動を示し、非 2 部グラフの場合は、その散乱が完全反射になることを証明した。

定常状態における内部グラフに制限した 2 乗ノルムを、内部のグラフにどのくらい量子ウォークが居心地よく存在するかを表す指標として与え、これをグラフに対する量子ウォークの快適度と定義した。この快適度は Grover walk で、流入の振動数が 0 の場合は、全域木の個数、いわゆる複雑度を用いて、電気回路のエネルギーとして表される。その一方で、流入の振動数が  $\neq 0$  の場合は、1 奇サイクルを連結成分としてもつ全域部分グラフの個数が関係し、これらの全域部分グラフの数え上げによって記述されることが示された。また、有限パスに特化した場合については、入力振動数に対する、快適度としてとらえ、快適度が入力振動数に対してどのような有限パスの長さ  $N$  のオーダーで表現することができた。それは、実に  $O(1)$  から  $O(N^3)$  まで入力振動数に応じてバラエティがあることが導かれる。また、そのパスの各点における快適度に関する  $N$  に対する極限定理を導いた。

一般の振動数の場合に関しては、通常のアブラシアンと符号付アブラシアンを一つのパラメータで連続的に繋ぐ、一般化アブラシアンを定義し、この一般化アブラシアンの「逆行列」を用いて、定常状態、散乱行列、快適度を与えた。ここで、振動数によってはこの一般化アブラシアンは逆行列を持たない場合があるが、これらが除去可能特異点となることを、一致の定理などを用いて、証明し、さらに加藤の摂動論により、一見すると特異点に見える入力の場合の挙動を再現した。

また、定常状態に収束する速さについても考察し、正則グラフの全ての頂点から同じだけ流入がある場合は、その速さが次数に対して単調減少するという、ランダムウォークの観点から見れば半直感的な結果が得られた。例えば、ランダムウォークでは頂点数  $N$  に対して、完全グラフでは  $O(1)$ 、円環では  $O(N^2)$  であるのに対して、量子ウォークでは驚くべきことに、完全グラフではその速さは  $O(N \log N)$  に対して、円環では  $O(\log N)$  となる、正反対の現象が起こる。さらに、ある頂点での量子コインの符号を反転させることで、マークし、この頂点における量子探索を考えた。そこで、最初のトライアルで完全グラフで考察すると、定常状態では  $1/2$  の確率でこのマークされた頂点を発見することができる。しかしながら、このアルゴリズムが収束するまでの時間は、 $O(N \log N)$  となり、少しがっかりする結果になったが、収束するまでには脈動を起こしており、この脈動の周期が  $O(N^{1/2})$  で、しかもそのピークでの発見確率が  $1/2$  以上となることが証明された。したがって、この新しいアルゴリズムは、 $O(N^{1/2})$  の適当な時刻に万が一観測し損ねても、 $O(N \log N)$  だけ待てば、必ず、 $1/2$  の確率で、マークされた頂点を発見することができる。「保証付き」の新しい量子探索アルゴリズムを提案した。

このように数学的な骨組みも徐々に構築されてきたので、量子光学との共同研究も進め、光学偏光素子を用いた、この流出入型量子ウォークモデルのデザインを与えることができた。これ以外にも、スペクトル散乱理論、方やグラフ理論、に関係する新たな量子ウォークの諸問題が誘導され、様々な分野の研究者との共同研究を生み、それぞれの分野との相乗効果が生じる結果となった。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計29件（うち査読付論文 20件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Higuchi Yusuke, Sabri Mohamed, Segawa Etsuo	4. 巻 -
2. 論文標題 Toward fixed point and pulsation quantum search on graphs driven by quantum walks with in- and out-flows: a trial to the complete graph	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Quantum Studies: Mathematics and Foundations	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40509-023-00296-2	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Fukuda Akiko, Segawa Etsuo, Watanabe Sennosuke	4. 巻 29
2. 論文標題 Generalized discrete and ultradiscrete Burgers equations derived through the correlated random walk	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Difference Equations and Applications	6. 最初と最後の頁 84 ~ 101
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10236198.2023.2172969	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Konno Norio, Sato Iwao, Segawa Etsuo, Shikano Yutaka	4. 巻 10
2. 論文標題 Quantum walks driven by quantum coins with two multiple eigenvalues	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Quantum Studies: Mathematics and Foundations	6. 最初と最後の頁 41 ~ 65
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40509-022-00281-1	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Mizutani Yusuke, Horikiri Tomoyuki, Matsuoka Leo, Higuchi Yusuke, Segawa Etsuo	4. 巻 106
2. 論文標題 Implementation of a discrete-time quantum walk with a circulant matrix on a graph by optical polarizing elements	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/physreva.106.022402	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kubota Sho, Segawa Etsuo	4. 巻 646
2. 論文標題 Perfect state transfer in Grover walks between states associated to vertices of a graph	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Linear Algebra and its Applications	6. 最初と最後の頁 238 ~ 251
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.laa.2022.04.006	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Doi Yoshiaki, Konno Norio, Nakamigawa Tomoki, Sakuma Tadashi, Segawa Etsuo, Shinohara Hidehiro, Tamura Shunya, Tanaka Yuho, Toyota Kosuke	4. 巻 313
2. 論文標題 On the average hitting times of the squares of cycles	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Discrete Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 18 ~ 28
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.dam.2022.01.001	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 MAEDA Masaya, SASAKI Hironobu, SEGAWA Etsuo, SUZUKI Akito, SUZUKI Kanako	4. 巻 74
2. 論文標題 Dispersive estimates for quantum walks on 1D lattice	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of the Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/85218521	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Anahara Yoshihiro, Konno Norio, Morioka Hisashi, Segawa Etsuo	4. 巻 21
2. 論文標題 Comfortable place for quantum walker on finite path	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Quantum Information Processing	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11128-022-03588-5	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yusuke Ide, Norio Konno, Etsuo Segawa	4. 巻 5
2. 論文標題 Eigenvalues of quantum walk induced by recurrence properties of the underlying birth and death process: application to computation of an edge state	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Quantum Information and Processing	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yamagami Tomoki, Segawa Etsuo, Konno Norio	4. 巻 20
2. 論文標題 General condition of quantum teleportation by one-dimensional quantum walks	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Quantum Information Processing	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11128-021-03155-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Konno Norio, Segawa Etsuo, Stefanak Martin	4. 巻 13
2. 論文標題 Relation between Quantum Walks with Tails and Quantum Walks with Sinks on Finite Graphs	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Symmetry	6. 最初と最後の頁 1169 ~ 1169
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/sym13071169	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Higuchi Kenta, Komatsu Takashi, Konno Norio, Morioka Hisashi, Segawa Etsuo	4. 巻 13
2. 論文標題 A Discontinuity of the Energy of Quantum Walk in Impurities	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Symmetry	6. 最初と最後の頁 1134 ~ 1134
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/sym13071134	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Norio Konno, Iwao Sato, Etsuo Segawa	4. 巻 344
2. 論文標題 A zeta function related to the transition matrix of the discrete-time quantum walk on a graph	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 112412
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Komatsu Takashi, Konno Norio, Morioka Hisashi, Segawa Etsuo	4. 巻 -
2. 論文標題 Asymptotic Properties of Generalized Eigenfunctions for Multi-dimensional Quantum Walks	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Annales Henri Poincare	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00023-021-01131-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Matsuoka Leo, Yuki Kenta, Lavi?ka Hynek, Segawa Etsuo	4. 巻 13
2. 論文標題 Maze Solving by a Quantum Walk with Sinks and Self-Loops: Numerical Analysis	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Symmetry	6. 最初と最後の頁 2263 ~ 2263
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/sym13122263	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sennosuke Watanebe, Akiko Fukuda, Etsuo Segawa, Iwao SATO	4. 巻 B87
2. 論文標題 Limit theorem of the max-plus walk	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 数理解析研究所講義録別冊	6. 最初と最後の頁 125 - 133
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kubota Sho, Segawa Etsuo, Taniguchi Tetsuji	4. 巻 20
2. 論文標題 Quantum walks defined by digraphs and generalized Hermitian adjacency matrices	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Quantum Information Processing	6. 最初と最後の頁 3
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11128-021-03033-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Konno Norio, Sato Iwao, Segawa Etsuo	4. 巻 344
2. 論文標題 A zeta function related to the transition matrix of the discrete-time quantum walk on a graph	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 112412 ~ 112412
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.disc.2021.112412	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sennosuke Watanabe, Akiko Fukuda, Etsuo Segawa, Iwao Sato	4. 巻 --
2. 論文標題 Limit theorem of the max-plus walk	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku Bessatsu (2020)	6. 最初と最後の頁 --
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Komatsu Takashi, Konno Norio, Morioka Hisashi, Segawa Etsuo	4. 巻 33
2. 論文標題 Generalized eigenfunctions for quantum walks via path counting approach	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Reviews in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 2150019 ~ 2150019
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0129055X21500197	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -



1. 著者名 Y. Ide, N. Konno, E. Segawa	4. 巻 20
2. 論文標題 Eigenvalues of quantum walk induced by recurrence properties of the underlying birth and death process: application to computation of an edge state	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Quantum Information and Processing	6. 最初と最後の頁 160
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Higuchi Yusuke, Sabri Mohamed, Segawa Etsuo	4. 巻 181
2. 論文標題 Electric Circuit Induced by Quantum Walk	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Physics	6. 最初と最後の頁 603 ~ 617
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10955-020-02591-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sennosuke Watanabe, Akiko Fukuda, Etsuo Segawa, Iwao Sato	4. 巻 598
2. 論文標題 A walk on max-plus algebra	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Linear Algebra its Application	6. 最初と最後の頁 24--48
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Watanabe Sennosuke, Fukuda Akiko, Segawa Etsuo, Sato Iwao	4. 巻 598
2. 論文標題 A walk on max-plus algebra	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Linear Algebra and its Applications	6. 最初と最後の頁 29 ~ 48
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.laa.2020.03.025	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Higuchi Yusuke, Portugal Renato, Sato Iwao, Segawa Etsuo	4. 巻 583
2. 論文標題 Eigenbasis of the evolution operator of 2-tessellable quantum walks	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Linear Algebra and its Applications	6. 最初と最後の頁 257 ~ 281
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.laa.2019.08.019	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Higuchi Yusuke, Segawa Etsuo	4. 巻 52
2. 論文標題 A dynamical system induced by quantum walk	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 395202 ~ 395202
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ab370b	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Morioka Hisashi, Segawa Etsuo	4. 巻 18
2. 論文標題 Detection of edge defects by embedded eigenvalues of quantum walks	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Quantum Information Processing	6. 最初と最後の頁 1-18
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11128-019-2398-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kubota Sho, Segawa Etsuo, Taniguchi Tetsuji, Yoshie Yusuke	4. 巻 579
2. 論文標題 A quantum walk induced by Hoffman graphs and its periodicity	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Linear Algebra and its Applications	6. 最初と最後の頁 217 ~ 236
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.laa.2019.05.026	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Konno Norio, Sato Iwao, Segawa Etsuo	4. 巻 26
2. 論文標題 Phase Measurement of Quantum Walks: Application to Structure Theorem of the Positive Support of the Grover Walk	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 The Electronic Journal of Combinatorics	6. 最初と最後の頁 P2
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.37236/7618	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計34件 (うち招待講演 16件 / うち国際学会 6件)

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォークの収束の速さの評価
3. 学会等名 応用物理学会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォークのComfortability
3. 学会等名 九州大学IMI共同研究, 解析から設計に向けたオフセル数理科学
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォーク力学系とドレスト光子の実験結果との比較
3. 学会等名 日本レーザー学会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 ドレスト光子が滞在しやすいネットワーク構造解析に向けて
3. 学会等名 応用物理学会（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 グラフの幾何的構造と量子ウォークの定常状態
3. 学会等名 京都大学RIMS 短期共同研究, 多次元量子ウォークの数理
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 Factors of graph induced by quantum walks
3. 学会等名 京都大学RIMS, Rigorous Statistical Mechanics and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 固定点に収束する量子ウォークで駆動する量子探索の提案
3. 学会等名 第14回 東京大学数理情報学談話会（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォークから誘導される幾つかの組合わせ構造
3. 学会等名 直交デザインと関連する組み合わせ論（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Etsuo Segawa
2. 発表標題 Combinatorial Graph Structures Induced by Quantum Walks
3. 学会等名 NOLTA2022（国際学会）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 Optical量子ウォークと沿側閉歩道
3. 学会等名 TGT34
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォークから誘導される組合わせ構造
3. 学会等名 学術変革B「組み合わせ遷移」第5回領域会議・公開シンポジウム（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 Generalized Laplacian induced by Grover walk
3. 学会等名 IMI共同利用・短期共同研究” エクスパンダーグラフの構成手法の研究とその応用（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Etsuo Segawa
2. 発表標題 Circuit equation for Grover walk
3. 学会等名 2022 Japan-China International Conference on matrix theory with applications（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 グラフ上量子ウォークのエネルギー
3. 学会等名 離散数学とその応用研究集会JCCA2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォークから動機される幾つかの全域部分グラフの数え上げ
3. 学会等名 京都大学RIMS, 可積分系数理の諸相（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 ドレスト光子が滞在しやすいネットワーク構造解析に向けて
3. 学会等名 応用物理学会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Etsuo Segawa
2. 発表標題 Factors of graph induced by quantum walks
3. 学会等名 京都大学RIMS, Rigorous Statistical Mechanics and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォークから誘導される幾つかのグラフ因子
3. 学会等名 33th 位相幾何学的グラフ理論研究集会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォークのハシゴ酒現象
3. 学会等名 計算数学研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォーク力学系とドレスト光子の実験結果との比較
3. 学会等名 日本レーザー学会（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォークのComfortability
3. 学会等名 九州大学IMI共同研究
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 瀬川悦生・Sabri Mohamed
2. 発表標題 量子ウォーク・ドレスト光子の摂動に対する感受性
3. 学会等名 日本応用物理学会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 今野紀雄, 瀬川悦生
2. 発表標題 重み付き閉路を用いた量子ウォークの吸収状態の記述：ドレスト光子のエネルギー移送問題との対応に向けて
3. 学会等名 応用物理学会
4. 発表年 2021年



1. 発表者名 松江要, 瀬川悦生
2. 発表標題 ユニタリ量子ウォークと開放系量子ウォークの補間
3. 学会等名 日本数学会秋季統合分科会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Etsuo Segawa
2. 発表標題 A discontinuity of dressed photon energy in the internal graph predicted by a quantum walk simulation
3. 学会等名 Nolta2020
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 電気回路と量子ウォーク
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所RIMS共同研究「量子場の数理とその周辺」(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォーカーの脱出確率
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所RIMS共同研究「作用素環と量子力学系」(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 瀬川悦生, 三宮俊, 大津元
2. 発表標題 ライングラフ上量子ウォークによるドレスト光子の記述
3. 学会等名 応用物理学会 2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 グラフの変形を用いた量子ウォークのユニタリ同値性
3. 学会等名 日本応用数学会 2019 正会員主催OS「量子ウォークとその周辺」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Etsuo Segawa
2. 発表標題 Kirchhoff 's laws and Quantum walks
3. 学会等名 9th International Conference on Quantum Simulation and Quantum Walks (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Etsuo Segawa
2. 発表標題 Reversible random walks and Quantum walks
3. 学会等名 Doppler Institute Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォークの定常状態について
3. 学会等名 RIMS共同研究「幾何構造をもたらすスペクトル解析の新展開（招待講演）」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 量子ウォークの固有値分解とグラフの幾何的な構造
3. 学会等名 組み合わせ論サマースクール（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 瀬川悦生
2. 発表標題 グラフ上の量子ウォークの定常状態と電気回路
3. 学会等名 離散数学とその応用研究集会JCCA2019（招待講演）
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 今野紀雄、井手勇介、瀬川悦生他	4. 発行年 2019年
2. 出版社 培風館	5. 総ページ数 321
3. 書名 量子ウォークの新展開	

〔産業財産権〕

〔その他〕

<https://people.fjfi.cvut.cz/stefamar/listofpubl.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
チェコ	チェコ工科大学			
ブラジル	LNCC			