

令和 5 年 4 月 28 日現在

機関番号：32665

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2022

課題番号：19K03625

研究課題名（和文）量子ウォークのモデル間における相互複写可能性と長時間極限定理の研究

研究課題名（英文）A study of duplications between quantum walks

研究代表者

町田 拓也（MACHIDA, Takuya）

日本大学・生産工学部・准教授

研究者番号：20637144

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：研究期間全体を通じて、査読付学術論文3本を量子情報理論系の国際雑誌から出版した。発表した研究成果は、1次元格子上で定義される量子ウォークの確率分布に対する長時間極限定理であり、いずれもフーリエ解析を用いて結果を得ることができた。特に、半直線上の量子ウォークに関する研究では、本研究課題のメインテーマである量子ウォーク間の相互複写性を発見して、長時間極限定理の導出に成功した。また、国内出版社から著書を1本（共著）出版した。国内招待講演は2件であった。国際的な活動は、2019年8月と2023年3月にカリフォルニア大学バークレー校の数学科を訪問して研究議論を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子ウォークの研究において、時間発展を繰り返した後のウォーカーの振舞いを、物理システムを用いた実験で統計的に解析することは難しく、理論計算による解析が必要となる。本研究で得られた研究成果（長時間極限定理）は数学的な手法を用いて発見され、時間発展後のウォーカーの振舞いを漸近的に記述する。その結果、いくつかの量子ウォークの特徴を明らかにすることができた。特に、フーリエ解析で直接的に計算が難しい量子ウォークモデルを、これまでのフーリエ解析の方法が適用できるような量子ウォークモデルに複写することで長時間極限定理を導出できることを示したことは新しく、学術的に意義があった研究成果といえる。

研究成果の概要（英文）：I published one book chapter and three research papers from international journals. I was invited for domestic meetings and gave two talks there. The results I have got are as follows; a limit theorem for an open quantum walk on the line, a limit distribution of a 2-period time-dependent quantum walk on the half line, and a limit distribution of a quantum walk on the line driven by a five-diagonal unitary matrix. All the results were long-time limit distributions and they were proved by Fourier analysis. I found a duplication between two quantum walks in the study of the 2-period time-dependent quantum walk. As a result, I succeeded in getting a long-time limit distribution of the quantum walk. I visited Math department of University of California, Berkeley in August 2019 and March 2023 for discussion with researchers at the university.

研究分野：量子ウォーク

キーワード：量子ウォーク 極限定理 複写可能性

1. 研究開始当初の背景

量子コンピュータの研究とともに、2000年頃より量子ウォークの数理研究が活発に行われてきた。数理構造の研究だけでなく、トポロジカル絶縁体などの物性理論への応用を目指した研究も行われている。この研究課題では、離散時間量子ウォークの異なるモデル間において、それらのシステムの相互複写可能性を、数学的手法を用いて研究する。そして、ウォーカーの位置を決めるための確率分布を解析する。2つのモデル間で相互複写可能な場合、解析がより簡単なモデルの確率分布を計算することで、同時に他方のモデルの確率分布も得ることができる。モデル間における相互複写可能性の研究成果は、量子ウォークを実験するための物理システムの縮小化など、実験分野の発展に利用されることが期待できる。

2. 研究の目的

この研究課題での目的は、時間発展を繰り返した量子ウォークの確率分布の振舞いを明らかにすることである。そのために長時間極限定理を明らかにする。長時間極限定理は確率分布を近似的に再現し、その特徴を記述する役割を果たす。長時間極限定理導出のためにフーリエ解析を用いる。これまでのフーリエ解析の計算方法で直接は計算が難しい量子ウォークモデルを、計算しやすい量子ウォークモデルに複写することで、極限定理の導出を試みる。量子ウォークのモデル間の複写可能性を研究し、量子ウォークの極限定理を具体的に導出することは、フーリエ解析による量子ウォークの解析可能性を広げることにもつながる。

3. 研究の方法

本研究では、主に格子上で運動が定義される量子ウォークに焦点を当て、具体的なモデルを構成する。モデルを構成する段階で、コンピュータを用いた数値計算によって量子ウォークの確率分布の数値解析を行う。コンピュータではプログラミングと数値計算ソフトを用いて、量子ウォークのシミュレーションを行う。その結果をもとに、数学的な手法を用いた長時間極限定理の導出可能性を検討する。長時間極限定理の具体的な表現を得るためにフーリエ解析を用いるが、理論計算を実行する前に、構成した量子ウォークモデルを、フーリエ解析で計算しやすい量子ウォークモデルに複写する。

4. 研究成果

- (1) 開放系量子ウォークは、外部の系と相互作用のある量子システムを記述するモデルである。この研究では、1次元格子上で運動が定義される二状態開放系量子ウォークの研究を行った。開放系量子ウォークの時間発展作用素はパラメータによって記述され、そのパラメータ値によって、開放系量子ウォークの確率分布の時間拡散オーダーが変わることが分かった。この研究までに得られていた開放系量子ウォークの結果においては、いくつかの開放系量子ウォークの確率分布の標準偏差は時間の1/2乗に比例して増加することが明らかにされていた。(開放系でない)量子ウォークにおける確率分布の標準偏差の挙動とは異なるものであった。しかし、今回の研究において、開放系量子ウォークにおいても、確率分布の標準偏差が時間(の1乗)に比例して拡散していくようなモデルが存在することを発見できた(図1)。フーリエ解析を用いることで確率分布の標準偏差に対する時間オーダーを評価して、長時間極限定理にまとめた。その結果、開放系量子ウォークの時間に対する挙動が、時間発展作用素のパラメータ値によって劇的に変化することを示すことができた。この研究成果は、論文にまとめられて国際雑誌「International Journal of Quantum Information」から出版された。

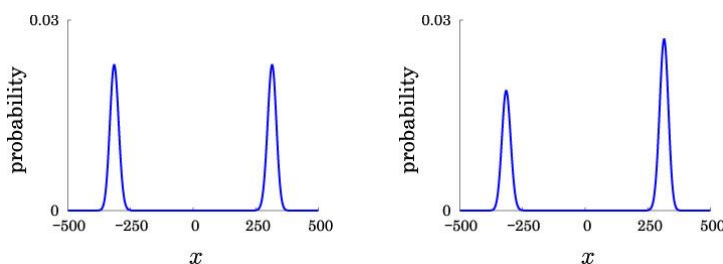


図 1

- (2) 半直線上の格子上で定義される2周期時刻依存型二状態量子ウォークに対して、長時間極限分布を計算した。半直線の端点に局在化するような状態を量子ウォーカーの初期状態に与え、量子ウォークに2つのユニタリ行列を交互に作用させて確率振幅を時間発展させるモデルである。半直線に端点があることによって、フーリエ解析の計算が直接的には使えないが、半直線上の量子ウォークを、直線上の量子ウォークに複写できることを発見することができたため、その複写性を利用してフーリエ解析によって長時間極限分布を導出することに成功した(図2)。得られた長時間極限分布は、2つのユニタリ行列のうち的一方のみで決まることが分かった。つまり、量子ウォークには2つのユニタリ行列が作用しているにも関わらず、その極限分布は一方のみで決まることが明らかにできた。また、極限分布は局在化していた初期状態の確率振幅に依存しないことも分かった。この研究成果は、論文にまとめられて国際雑誌「Quantum Information Processing」から出版された。

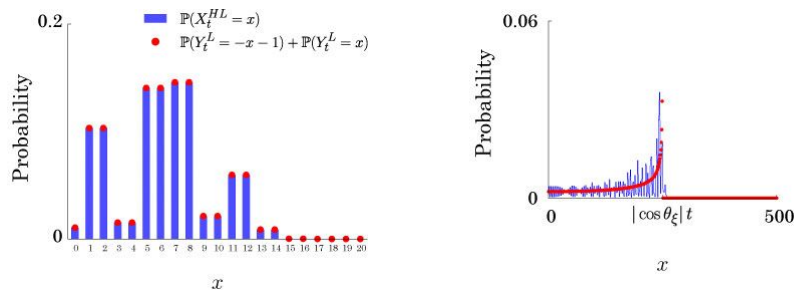


図2

- (3) 時間発展作用素が、ある5重対角ユニタリ行列で与えられるような1次元量子ウォークの解析を行った。この5重対角行列はCMV行列のクラスに属しており、CMV行列によって定義される量子ウォークに対しては、この研究以前にもいくつかの理論結果が得られていた。しかし、具体的な長時間極限分布の表示は得られてなく、この研究において極限密度関数の具体的な表示が得られた。この研究で扱った5重対角行列はパラメータによって与えられており、研究対象の量子ウォークモデルは、5重対角行列のパラメータ値によっては標準的な量子ウォークモデルに帰着される。その一方で、標準的な量子ウォークモデルに帰着されない場合のパラメータ値においては、新たな解析が必要であった。この研究では、フーリエ解析を用いていずれの場合に対しても長時間極限分布を導出することができた(図3)。その結果として、量子ウォークの挙動がパラメータにどのように依存するのかを明らかにすることができた。さらに、標準的な量子ウォークモデルに帰着されない場合の確率分布には、標準的な量子ウォークの確率分布よりも大きな振動が生じることが、数値計算の結果から分かった。この研究成果は、論文にまとめられて国際雑誌「Quantum Information and Computation」から出版された。

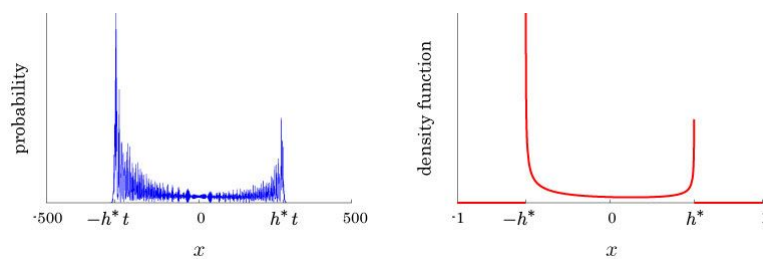


図3

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Machida Takuya	4. 巻 19
2. 論文標題 Phase transition of an open quantum walk	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Journal of Quantum Information	6. 最初と最後の頁 2150028-1 - 22
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S0219749921500283	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Machida Takuya	4. 巻 19
2. 論文標題 Limit distribution of a time-dependent quantum walk on the half line	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Quantum Information Processing	6. 最初と最後の頁 296
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11128-020-02802-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Machida Takuya	4. 巻 21
2. 論文標題 A limit distribution for a quantum walk driven by a five-diagonal unitary matrix	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Quantum Information and Computation	6. 最初と最後の頁 0019 ~ 0036
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.26421/QIC21.1-2-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 2件／うち国際学会 0件）

1. 発表者名 Takuya Machida
2. 発表標題 Introduction to Quantum Walks
3. 学会等名 Rigorous Statistical Mechanics and Related Topics（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 町田拓也
2. 発表標題 2次元格子上の量子ウォークの極限定理
3. 学会等名 数理科学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 今野紀雄, 井手勇介, 町田拓也 他18名	4. 発行年 2020年
2. 出版社 培風館	5. 総ページ数 321
3. 書名 量子ウォークの新展開 数理構造の深化と応用	

〔産業財産権〕

〔その他〕

ホームページ等 https://researchmap.jp/soulstreet
--

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------