

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 4 日現在

機関番号：24405

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03641

研究課題名（和文）急激な人口移動を表す空間進化ゲームにおける爆発と消滅の同時発生現象

研究課題名（英文）Simultaneous occurrence of explosion and extinction in spatial evolutionary game for rapid movement of population

研究代表者

田畑 稔 (TABATA, Minoru)

大阪公立大学・大学院理学研究科・客員研究員

研究者番号：70207215

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：本研究の主要な目的は、数値実験から導かれる予想命題『単連結領域で急激な人口の流出・流入があると、ある部分領域で人口が消滅し、同時に別の部分領域で人口分布が超関数の意味でデルタ関数に収束する』を数理統計的手法と数値解析的手法を組み合わせることで証明することであった。パラメータ値に制限付きであるが、本命題の証明に成功した。出発点となったのは、Villaniの研究（統計学的手法であるエントロピー法を統計力学の非線型偏微分積分方程式であるBoltzmann方程式へ応用する）であった。この結果を人口移動の精密な数値計算へ応用した。これにより工業賃金分布と農業賃金分布の統計量を計算した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

日本では少子高齢化に伴って、地域間の人口移動は緩やかになると、かつては信じられていた。しかし長期に渡る過疎化によって人口減少が続いている地方では、集落が短期間に消滅するような人口流出が起き、それと同時に東京のような大都市では、急激な人口の流入が起きることが確実視されている。このように都市の人口爆発と地方の人口消滅は、人口爆発する都市を多く抱える中国や東南アジアは勿論、日本にとっても重要政策課題の一つである。本研究は、このようなアジアの重要政策課題に対して数理解析的アプローチを試みるものであり、大きな社会的意義を有していると言える。

研究成果の概要（英文）：The main objective of this study was to prove, by a combination of mathematical statistical and numerical methods, the expected proposition derived from numerical experiments: 'Rapid population outflows and inflows in a singly connected area cause the population to disappear in one subregion, while the population distribution in another subregion converges to a delta function in the superfunctional sense'. The proposition was successfully proved, albeit with restrictions on the parameter values. The starting point was Villani's work (application of the statistical method of entropy to the Boltzmann equation, a non-linear partial differential and integral equation of statistical mechanics). The results were applied to precise numerical calculations of population movements. The statistics of the industrial and agricultural wage distributions were calculated using this method.

研究分野：応用数学

キーワード：空間進化ゲーム 人口移動

1. 研究開始当初の背景

Krugman がノーベル経済学賞を受けた空間経済学では、多くの新しい関数方程式が導出され、数理モデルのフロンティアとなっていた。特に Dixit-Stiglitz-Krugman model (以下 DSK と略記) は、数理統計学、関数方程式論、進化ゲーム、数値解析学、人口移動理論と密接に関係する全く新しい空間進化ゲームである。ノーベル経済学賞受賞研究は、金融工学やゲーム理論等の新しい応用数学の母体となってきた。DSK から新しい応用数学が生まれることが期待されていた。

DSK の replicator 方程式は、統計的係数(エントロピー係数、エントロピー相関係数)を持つ全く新しいタイプの非線型偏微分積分方程式であるが、次の数学的困難さ(A)と(B)を持っているため、旧来の関数方程式論や進化ゲームの手法は全く使えない。

- A) 二重非線型性と負冪の特異性。DSK の方程式系に含まれる賃金方程式は、賃金密度を未知関数とする負冪の特異性を持つ非線型偏微分積分方程式である。しかし方程式の積分核それぞれ自身が、別の非線型積分作用素で表される。すなわち負冪の特異性を持つ非線型積分作用素の中に別の非線型積分作用素が組み込まれた入れ子構造になっている。このため賃金方程式に含まれる統計的係数も同じ負冪の特異性を持つ。
- B) 統計的係数を持つ非線型偏微分積分方程式。数理生物モデルの replicator 方程式の係数は人口密度の単純な関数であった。しかし DSK の replicator 方程式の係数は負冪の特異性を持つ統計的係数(エントロピー係数、エントロピー相関係数)である。この統計的係数は、(A)の困難さ(負冪の特異性と入れ子構造の積分核)により人口密度の0近傍で急激に大きくなる。その結果 replicator 方程式の解の挙動は0近傍で非常に不安定である。

以下の理由とにより、数学的困難さ(A)と(B)を克服できず、DSK を含む人口移動の空間進化ゲームの研究は長らく停滞していた。

『人口移動現象のデータはすべて統計的に観測される』という空間進化ゲームの特性が考慮されなかった。

数理統計学の計算手法が数値解析学、進化ゲーム理論、関数方程式論に十分に活用されてこなかった。

本研究に関係する重要な研究動向は次の通りであった。

- 1. 空間経済学(経済地理学)的分布の凝集と分岐の研究 (K. Ikeda & K. Murota, Bifurcation theory for hexagonal agglomeration in economic geography, Springer, 2014)。
- 2. Villani はエントロピー法を Boltzmann 方程式へ応用することにより、数理統計的計算手法が非線型関数方程式論の強力な武器になることを示した。
- 3. 研究対象は空間進化ゲームの爆発・消滅の同時発生である。故に研究対象としては1の凝集と分岐の研究と補完しあう関係にある。そこで人口移動の空間進化ゲームに数理統計的計算手法を用いる。従って方法論的には、統計的計算手法の関数方程式論への応用という Villani の開拓した新しいトレンドに沿っている。

2. 研究の目的

2008 年ノーベル経済学賞は Krugman の空間経済学の研究に授与された。中心となる数理モデルは DSK モデルである。この空間進化ゲームは、統計的係数(エントロピー係数、エントロピー相関係数)を持つ非線型偏微分積分方程式タイプの全く新しい replicator 方程式で表現される。震災や移民流入で起きる急激な人口移動のシミュレーションへの応用が期待されていた。数値実験から導かれる予想命題『単連結領域で急激な人口の流出や流入があると、ある部分領域で人口が消滅し、同時に別の部分領域で人口分布が超関数の意味でデルタ関数に収束する(人口消滅と人口爆発の同時発生現象)』を数理統計的計算手法を用いて証明することが研究の目的であった。さらに数値計算により今後 10 年間の震災被災地から都市への人口流出をシミュレートすることが研究結果の応用としての目的であった。

3. 研究の方法

空間進化ゲームでは解の収束や解の爆発の結果はいくつか得られていた。実際 DSK についても単独の人口消滅(人口分布関数のコンパクト部分集合上のゼロ収束)が起きるための十分条件や、単独の人口爆発(人口分布関数の Dirac の関数への収束)の十分条件は得られていた。しかし異なる場所で同時に起きる解の爆発とゼロ収束は互いに強く影響しあい、消滅単独と爆発単独の現象に比べ非常に複雑である。予想命題が主張する人口消滅と人口爆発の同時発生現象は、多くの数値実験で確認されているが、数理解析的研究は全くなされていなかった。この未解明の現象の数理解析的メカニズムを明らかにするため予想命題を証明する必要があった。と は研究停滞の原因であると同時に、『人口移動の空間進化ゲームでは数理統計的計算手法が強力な武器になる』という重要な示唆を与える。実際、Villani は、統計学的手法であるエントロピー法を統計力学の非線型偏微分積分方程式である Boltzmann 方程式へ応用し非常に大きな成功を収めた。これらの結果を重要な示唆と考え、人口密度と賃金密度の統計的係数(エントロピー係数、エントロピー相関係数)を計算し、その評価を元の人口密度と賃金密度に逆問題として適用する方法を開発した。この方法を空間特異的に広がる感染症の医療統計学に応用した。これらの研究により逆問題的手法が、統計的係数計算、入れ子構造の二重非線型積分作用素、並びに

replicator 方程式と高い親和性を持つことを発見した。この発見により入れ子構造の積分核と負冪の特異性によって起きる解の鋭敏な挙動変化を的確に捉える評価を得ることができた。

これらの研究を手がかりに、人口密度と賃金密度を直接評価せず、統計的係数(エントロピー係数, エントロピー相関係数)を評価し、それらを人口密度と賃金密度に逆問題として適用する方法を用いて予想命題を証明することを試みた。これに類似した手法は爆発単独現象の解析や、人口ゼロ収束単独現象の解析に応用されている。これらの爆発単独と消滅単独の現象の解析に用いた計算手法を組み合わせることにより、爆発と消滅の同時発生現象を扱う予想命題を攻略した。

現実社会に応用可能な人口移動シミュレーションを実行するには、パラメータ値の細かな場合分けが必要である。ところが一回の数値計算でも実行完了に数日必要であつた。すべての場合にシミュレーションすることは不可能である。そのため DSK は高い実証性を持つと期待されながらシミュレーションは十分に行われていない。そこで予想命題によって漸近挙動が事前に分かるパラメータ値を除外した。残った場合にのみシミュレーションを実行し、数値計算効率を劇的に高めることができた。

以下のようなプロセスを経て、研究計画を実行した。

- (ア) 2019 年度: 数値計算によりモデルの挙動の把握
- (イ) 開発した近似解法を用いてアルゴリズムの実装と数値計算を行った。流出・流入人口を徐々に上げて、爆発と消滅の同時発生現象が起きる閾値を確認して証明方針決定に役立てた。数値実験を 2020 年度 2021 年度も継続して行った。
- (ウ) 2020 年度: 人口密度・賃金密度の統計的係数を評価した
- (エ) 人口密度・賃金密度の統計的係数を計算した。統計的係数の評価(数理統計学)を用いて元の人口密度と賃金密度に逆問題として適用した。
- (オ) 2021 - 2023 年度: 予想命題の証明, 論文執筆, シミュレーション
- (カ) 前年度に得た評価を用いて予想命題の証明を行い, 論文を執筆した。人口動態調査を基礎にして, 今後 10 年間の熊本県と福島県からの流出人口を数値シミュレーションにより予測した。論文執筆と数値シミュレーションを行った。

4. 研究成果

このような研究を実行した結果, 以下のような成果を得ることができ, 3 編の論文として公表した。

1. 予想命題攻略に用いる数理統計的計算手法を開発した。
2. DSK の爆発単独現象, ゼロ収束単独現象の解析を行った。DSK の賃金方程式の解と短期均衡解の存在, 一意性の証明。
3. DSK の定常解・時間発展解の数値解法の提案。
4. DSK の時間発展解の存在, 一意性の証明。
5. DSK の時間発展解の収束条件と解の爆発条件の証明。
6. エントロピー係数, エントロピー相関係数の新しい計算法の開発。
7. 研究課題で重要な武器となるエントロピー係数, エントロピー相関係数の計算方法を研究した。その結果を数理疫学モデルと空間進化ゲームの基礎となる人口移動モデルへ応用した。この期間に開発した数理統計的計算手法と人口移動モデルの解析手法は重要な役割を果たしている。
8. 人口移動モデルの解の収束の証明と数値計算法の開発。
9. 人口移動モデルの解の爆発条件の証明。
10. 数理統計学計算手法の開発とヒト成人 T 細胞白血病疫学モデルへの応用。

この研究成果は以下のような意義を持っている。

1. 応用数学の新分野の開拓。ノーベル経済学賞は金融工学やゲーム理論のような応用数学の新分野を生み出してきた。Krugman のノーベル賞受賞研究の中心である DSK についての本研究は、数理統計学、数値解析学、進化ゲーム、非線型関数方程式論をつなぐ応用数学の新分野開拓に寄与できた。
2. 数理統計学と進化ゲームの新境界領域。数理統計学の計算手法の非線型関数方程式への応用は、Villani がエントロピー法を Boltzmann 方程式へ応用したことに始まる。本研究はこのトレンドに沿って、統計的係数(エントロピー係数, エントロピー相関係数)の計算手法を空間進化ゲームへ応用した。数理統計学と進化ゲーム理論の新しい境界領域の研究である。
3. 数理解析的命題のシミュレーションへの応用。DSK のシミュレーションは、膨大な計算時間を必要とした。しかし予想命題を用いれば、数値計算の場合分けの数を大幅に減らし、数値計算効率を劇的に高めることができる。この効率化の試みにより、数理解析が数値計算において強力な武器になることを示すことができた。
4. 社会貢献。熊本、東北の震災被災地では、急激な資本喪失により労働人口が流出し、その流出した人口は都市部に集中しようとしている。欧州では流入した移民が都市部のスラムに集中し、局所的な人口爆発の危険がある。予想命題が現実社会で起きようとしている。DSK は、このような急激な人口移動を表す空間進化ゲームである。震災復興や混迷を深める欧州の政策決定には正確な人口移動予測が不可欠である。本研究により高精度の人口移動シミュレーションができれば、政策決定を通して数理科学が大きな社会貢献をすることができ

- きた。
5. 当初は『DSK の replicator 方程式の解の挙動は、数理生物モデルの replicator 方程式のそれと類似している』という予想を立て、開発した数値計算法を用いて多くの数値実験を行った。その結果、類似性は時間局所的にしか成立せず、予想命題を裏付ける数値実験結果を得ることができた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Minoru Tabata, Nobuoki Eshima	4. 巻 23
2. 論文標題 Approximation of a Continuous Core-periphery Model by Core-periphery Models with a Large Number of Small Regions	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Networks and Spatial Economics	6. 最初と最後の頁 223-283
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11067-022-09580-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Nobuoki Eshima, Claudio Giovanni Borroni, Minoru Tabata, Takeshi Kurosawa	4. 巻 23(2), 140
2. 論文標題 An Entropy-Based Tool to Help the Interpretation of Common-Factor Spaces in Factor Analysis	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Entropy	6. 最初と最後の頁 1-14
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/e23020140	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Minoru Tabata, Nobuoki Eshima	4. 巻 200
2. 論文標題 Approximation of Short-Run Equilibrium of the N-Region Core-Periphery Model in an Urban Setting	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematics Applied to Engineering, Modelling, and Social Issues. Studies in Systems, Decision and Control	6. 最初と最後の頁 551-567
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-030-12232-4_17	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------