

令和 4 年 6 月 24 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2021

課題番号：19K03646

研究課題名（和文）複雑ネットワークにおけるフラクタル性と長距離次数相関

研究課題名（英文）Fractality and long-range degree correlation in complex networks

研究代表者

矢久保 考介（Yakubo, Kousuke）

北海道大学・工学研究院・教授

研究者番号：40200480

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：複雑ネットワークの多くは、トポロジカルな意味においてフラクタル性を示す。この性質の発現が自己組織化臨界性と密接に関係していることはよく知られているが、本研究では、複雑ネットワークにおけるフラクタル性と各ノードの隣接ノード数（次数）同士の相関との関係を明らかにした上で、ネットワークにおけるフラクタル性発現の新たな機構を探る。具体的には、自己組織化臨界ダイナミクスによるフラクタル複雑ネットワークの形成機構を明らかにするとともに、高次数ノード（ハブ）どうしが互いに遠く離れているという経験的事実とフラクタル性の関係解明をとおし、ハブ間反発によってフラクタル性がどのように生まれるかを明らかにする。

研究成果の学術的意義や社会的意義

海岸線などの通常のフラクタル系の形成機構を自己組織化臨界性に基づくモデルにより理解しようとする試みは従来から行われてきたが、ユークリッド距離が定義されないネットワーク系におけるトポロジカルな意味でのフラクタル性も同じ機構で説明され得ることを示すことは複雑系の理解に大きな進展をもたらす。また、この性質を長距離次数相関の観点から解明する試みは前例を見ないものであり、得られた知見は機能性ネットワークのボトムアップ的デザインにも大きなインパクトを与える。

研究成果の概要（英文）：Many complex networks exhibit fractality in a topological sense. It is well known that the mechanism of this property is closely related to self-organized criticality. In this study, however, another mechanism of fractality in networks is explored by clarifying the relationship between fractality and the correlation between the number of neighboring nodes of each node (degree). Specifically, we propose mathematical models of fractal complex networks based on self-organized critical dynamics and reveal how fractality is generated from the long-range degree correlation by elucidating the relationship between fractality and the empirical fact that high degree nodes (hubs) are far away from each other.

研究分野：物理学

キーワード：複雑ネットワーク フラクタル 長距離次数相関

1. 研究開始当初の背景

全体構造と部分構造とが互いに相似(自己相似)であるという性質を意味するフラクタル性は、複雑な構造を有する多くの系に共通して見られる性質である。フラクタルな血管網が全身に酸素を効率的に供給するように、フラクタル性を有する系は極めて高い機能性を示すことが知られている。実際、工業製品の中にはフラクタル系の高機能性を利用したものも少なくない。従来の研究では、ユークリッド空間内に実体をもつ複雑構造体のフラクタル性が主に議論されてきたが、2005年頃から、人間関係や WWW などのように、要素間にユークリッド距離が定義されないトポロジカルな意味での複雑構造系、すなわち複雑ネットワークのフラクタル性が注目を集めるようになってきている[文献 1]。実体をもつ通常のフラクタル系と同様に、機能性複雑ネットワークがフラクタル性を示す場合、優れた機能を呈することが期待される。フラクタル性を有する高機能ネットワークをデザインするためにも、ネットワークにおけるフラクタル性発現の機構解明は重要な課題である。

この問題に対し、実体をもつ通常のフラクタル構造体と同様に、ネットワーク系においても自己組織化臨界性 (self-organized criticality: SOC) を示す非平衡ダイナミクスによってフラクタル性が生じる可能性があることが、これまでに行われてきた我々の研究を中心に明らかにされている[文献 2]。この理論に従えば、現実世界における多くのネットワークが、最短経路長の意味で長いスケールにおいて、フラクタル性とは数学的に背反するスモールワールド性を示すことや、スケール変化に伴ってスモールワールド構造からフラクタル構造にクロスオーバーするという事実を説明することができる。しかしながら、WWW や蛋白質相互作用ネットワークのように、SOC ダイナミクスによって形成されるとは考えられないフラクタル・ネットワークも数多く存在する。稲妻の形状や viscous fingering が SOC ダイナミクスとは無関係の機構によりフラクタル性を獲得するように、複雑ネットワークにおけるフラクタル性発現に関しても SOC ダイナミクスとは異なる新たなメカニズムが存在する可能性がある。この可能性を探ることは、機能性ネットワークのデザインのためにも極めて重要である。

一方、フラクタル性を有する複雑ネットワークにおいては、大きな次数(各ノードの隣接ノード数)を持つノード(ハブ・ノード)は小さな次数を持つノードと繋がり易い傾向にあることが経験的に知られている。一般に、同程度の次数をもつノード同士が隣接する傾向を正の隣接次数相関、互いに大きく異なる次数のノード同士が隣接する傾向を負の隣接次数相関というが、上記の性質はフラクタル・ネットワークが負の隣接次数相関を示すことを意味している。しかしながら、負の隣接次数相関を有するネットワークが必ずしもフラクタル性を示すわけではないことも明らかにされている。我々は、単に隣接次数相関が負になるだけではなく、右図のようにハブ・ノード同士が最短経路長の意味で遠く離れ合っていることがフラクタル・ネットワークの一つの大きな特徴であることを明らかにした[文献 3]。また、こうした長距離に渡る次数相関を記述するための一般的手法の提案も行った[文献 4]。こうした背景の中、ネットワークの長距離次数相関とフラクタル性の関係を明らかにすることは、新たなフラクタル性発現機構を解明するためにも極めて重要な課題となっている。また、ネットワーク上の様々な物理現象が長距離次数相関によってどのような影響を受けるのかを解明することは、機能的なネットワークを設計するという工学的観点からも高い意義をもつテーマである。

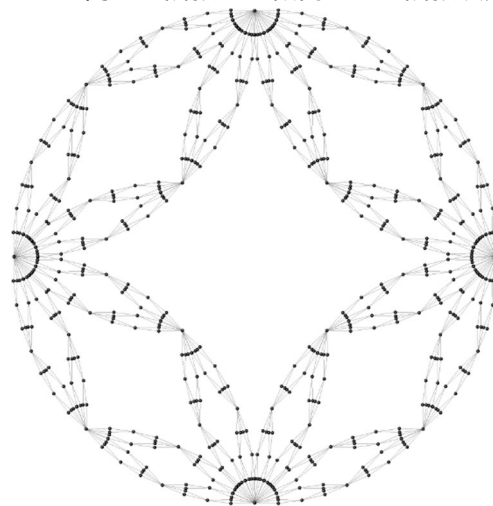


図1: (u, v) -flower と呼ばれるフラクタル・スケールフリー・ネットワークの数理モデル。高次数ノード(ハブ)同士の長距離に渡る反発が見られる。

2. 研究の目的

本研究の主要な目的は、複雑ネットワークにおいてフラクタル性がどのようなメカニズムによって現れるかを理論的に明らかにすることである。特に、フラクタル複雑ネットワークと長距離次数相関の関係を明らかにした上で、ハブ同士の長距離に渡る反発傾向がフラクタル性発現の起源となり得るか否かを明らかにする。この目的のため、まずこれまでの研究で我々が開発した長距離次数相関の一般論に基づいてハブ同士の長距離反発相関の強さを定量化する。その上で、このハブ間反発相関を強くすることによりネットワークにフラクタル性が発現するか否かを明らかにする。また、ハブ間反発とネットワーク上で起こる物理現象の関係を解明するため、パーコレーション転移によってモデル化されるネットワークの頑強性がハブ間反発相関を含む

長距離次数相関とどのように関係しているかを明らかにする。さらに、ハブ間長距離反発が生じる具体的な機構解明のため、小さなグラフ・モチーフに基づく逆繰り込み的成長によってフラクタル性が生じる可能性を探る。少数の企業から成る企業間取引関係がより大きな企業間取引ネットワークの一部に組み込まれるなど、逆繰り込み的ネットワーク成長は現実世界でもしばしばみられる事象であることから、このような機構でフラクタル性とスケールフリー性がネットワーク内に現れる可能性は高い。SOC ダイナミクスとは質的に異なる新たなメカニズム提唱されれば、その制御の容易さから、機能性の高いフラクタル複雑ネットワークをデザインすることが可能となる。

3. 研究の方法

(1) 長距離次数相関を評価する方法の確立

長距離次数相関には、隣接次数相関によって誘起される見かけの長距離次数相関(外因性長距離次数相関)とネットワーク固有の性質として生じる内因性長距離次数相関がある。両者を識別しハブ間長距離反発のような内因性長距離次数相関の強さを評価するため、与えられたネットワーク G の長距離次数相関を表す同時確率 $P(k, k', l)$ と、 G と同じ隣接次数相関を有する隣接相関ランダム・ネットワーク G' に対する同時確率 $P'(k, k', l)$ の間の分布関数距離を導入する。この分布関数距離を $[0, 1]$ の値を取るようリスケールすることで、内因性長距離次数相関強度 d_1 を定義する。最大値1に近い d_1 をもつネットワークは、強い内因性長距離次数相関があることになる。この指標 d_1 を様々な現実ネットワークに対して計算することで、長距離次数相関が非常に多くのネットワークに遍在する性質であることを示す。

(2) 長距離次数相関とネットワークの頑強性の関係解明

内因性長距離次数相関がネットワークの頑強性とどのように関係しているかを明らかにする。そのため、与えられたネットワークの内因性長距離次数相関強度 d_1 、およびそのネットワークのパーコレーション転移点 f_c を求め、両者の関係を明らかにする。特に、大きな d_1 を有する長距離相関ネットワーク G 、 G と同じ次数分布関数を有するランダム・ネットワーク G' 、および G と同じ隣接次数相関を有する隣接相関ランダム・ネットワーク G'' に対し、ランダムノード削除によるパーコレーション転移点 f_c を計算する。これらの f_c を比較することにより、内因性長距離次数相関がネットワークの頑強性にどの程度の影響を与えているかを調べる。

(3) 長距離次数相関とフラクタル性の関係解明

フラクタル性が確認されている現実ネットワークやフラクタル・スケールフリー・ネットワークの数理モデルに対して指標 d_1 を計算することで、フラクタル性の発現には内因性長距離次数相関が必要であることを明らかにする。逆に、 d_1 を大きくするようリワイヤリングを繰り返すことで得られるネットワークのフラクタル解析を行うことで、内因性長距離次数相関がフラクタル性の起源となり得るかを研究する。さらに、ハブ間反発の強さを定量化した量 U を導入し、 U を最大化するような長距離相関ネットワークにフラクタル性が発現するか否かを調べる。

(4) 逆繰り込み的成長によるフラクタル・スケールフリー・ネットワークのモデル

本研究では、フラクタル性を発現させるようなハブ間長距離反発が自然な形で生じるスケールフリー・ネットワークの数理モデルのクラスを提案する。フラクタル性とスケールフリー性を同時に有するネットワークに対するモデルとしては、これまで (u, v) -flowerモデルとSong-Havlin-Makse (SHM)モデルの2種類しか実質的に知られていなかった。 (u, v) -flowerがサイクルのみによって構成されるような極めてサイクル・リッチな構造であるのに対し、SHMモデルによるネットワークはサイクルが全く存在しない木構造を取る。しかしながら、現実のフラクタル・スケールフリー・ネットワークは、このような極端な構造を取る訳ではない。限定的な従来モデルと、それによるネットワーク構造の特殊性という理由から、ハブ間反発とフラクタル性の関係に関する系統的な研究は困難であった。本研究では、各エッジをジェネレーターと呼ばれる小グラフで置き換える逆繰り込み操作を繰り返すことにより、サイクル性やスケールフリー指数、フラクタル次元を自由に制御できるモデルを考案する。また、このモデルにより形成されるネットワークの次数分布関数、クラスター係数、次数相関、パーコレーション転移点などを理論的に計算する。

4. 研究成果

(1) 内因性長距離次数相関の強度に関する研究

ネットワークにおける長距離次数相関は、同時確率 $P(k, k', l)$ によって完全に記述される。ここで、 $P(k, k', l)$ は、ネットワーク内からランダムに選んだ2つのノードの最短経路長が l であり、一方のノードの次数が k 、もう一方のノードの次数が k' である確率である。次数分布関数が $P(k)$ であり全く次数相関の無いネットワークの同時確率 $P_0(k, k', l)$ は文献4によって理論的に求められている。ネットワーク G の $P(k, k', l)$ が $P_0(k, k', l)$ と異なる形を取るならば、 G には長距離次数相関があることになる。本研究ではさらに、次数分布関数 $P(k)$ と隣接次数相関を表す同時確率 $P(k, k')$

が与えられたランダム・ネットワーク(隣接相関ランダム・ネットワーク)の長距離相関同時確率 $P_1(k, k', l)$ を理論的に計算することに成功した。与えられたネットワーク G の $P(k, k', l)$ が $P_0(k, k', l)$ だけでなく $P_1(k, k', l)$ とも異なる形を取るならば、 G には隣接次数相関由来の長距離相関では説明できない内因性長距離次数相関があることになる。本研究では、内因性長距離次数相関の強さを定量化するため、 $P(k, k', l)$ と $P_1(k, k', l)$ の間の分布関数距離を最大値が1になるようにリスケールした量 d_1 を導入した。 d_1 が1に近いネットワークには強い内因性長距離次数相関が存在することになる。現実のネットワークにはどの程度の内因性長距離次数相関が見られるのかを明らかにするため、様々なネットワークの d_1 を調べた。その結果、右表に示すように多くのネットワークにおいて強い内因性の長距離次数相関が存在することが明らかになった。右表において、 N はノード数、 $\langle k \rangle$ は平均次数である。 ρ は隣接するノードの次数順位間の相関係数(スピアマン相関係数)である。また、 d_0 はリスケールされた $P(k, k', l)$ と $P_0(k, k', l)$ の分布関数距離を表しており、この量が1に近いほど長距離次数相関が強い。

Network	N	$\langle k \rangle$	ρ	d_0	d_1
Gnutella	10,876	7.4	0.00	0.11	0.13
Internet (AS level) (1)	10,515	4.1	-0.55	0.17	0.25
Internet (AS level) (2)	26,475	4.0	-0.53	0.21	0.25
Internet (AS level) (3)	22,963	4.2	-0.51	0.19	0.26
Google+	23,628	3.3	-0.74	0.63	0.31
Email	36,692	10.0	-0.01	0.37	0.40
WWW (1)	415,624	11.4	-0.32	0.87	0.41
Brightkite	58,228	7.4	0.22	0.54	0.41
Facebook	63,731	25.6	0.38	0.73	0.43
Coauthor (1)	18,771	21.1	0.35	0.74	0.48
YouTube	1,134,890	5.3	-0.08	0.63	0.50
Coauthor (2)	12,006	19.7	0.72	0.89	0.52
Actor	82,583	88.8	0.34	0.73	0.57
Coauthor (3)	23,133	8.1	0.26	0.71	0.61
Twitter	23,370	2.8	-0.74	0.82	0.67
WWW (2)	325,729	6.7	-0.11	0.90	0.81
Internet (router level)	192244	6.3	0.27	0.89	0.82
WWW (3)	255,265	15.2	-0.20	0.95	0.88
WWW (4)	685,230	19.4	-0.17	0.96	0.92
Protein folding	132,167	3.5	0.51	0.97	0.95
Amazon	334,863	5.5	-0.19	0.96	0.96

表1: 様々な現実ネットワークの内因性長距離次数相関強度 d_1 、隣接次数間の相関係数 ρ などの値も併記している。

(2) ネットワークの頑強性に与える内因性長距離次数相関の影響

本研究ではまず、内因性長距離次数相関が強いことが明らかにされているフラクタル・スケールフリー・ネットワークの数理モデル(2,2)-flowerの頑強性について調べた。ランダムノード削除に対する頑強性を反映した臨界ノード削除率 f_c は、無限に大きな(2,2)-flowerに対して $f_c = 0$ である[文献 5]。このことは、(2,2)-flowerがノード削除に対して極めて脆弱であることを意味している。一方、(2,2)-flowerと同じ次数分布関数を有するランダム・ネットワーク(Random network: RN)および(2,2)-flowerと同じ隣接次数相関を有する隣接相関ランダム・ネットワーク(Nearest-neighbor correlated random network: NNCRN)に対する臨界ノード削除率を理論的に計算したところ、いずれも熱力学極限で $f_c = 1$ 、すなわち極めて頑強であるという結果を得た。この事実は、ネットワークの頑強性に対して内因性長距離次数相関が決定的に重要な役割を果たすことを示している。さらに、本研究では幾つもの現実ネットワークの頑強性と内因性長距離次数相関の関係についても調べた。与えられた現実ネットワーク G 、 G に対応するRNおよびNNCRNの臨界ノード削除率 f_c を求めたところ、図2の結果を得た。表1の結果と比較することにより、以下の結論が得られる。次数相関の弱いネットワークに対しては3種類のネットワークの頑強性はほとんど変わらない。一方、内因性長距離次数相関の強いWWWやAmazonネットワーク(Amazonの商品をノードとし、商品 i と商品 j が頻繁に同時購入される時、 $i-j$ 間にエッジが張られるネットワーク)のように大きな d_1 を有するネットワークの場合、隣接次数相関による脆弱化の程度(図2の赤シンボルと青シンボルの差)よりも遥かに強い脆弱化が内因性長距離次数相関によってもたらされる(図2の赤シンボルと黒シンボルの差)。この事実は、単にネットワークの頑強性に対して長距離次数相関が重要な役割を果たすことを示しているだけでなく、ネットワーク上で起こる様々なダイナミクスを考える際、長距離次数相関を無視することが許されない事を意味している。

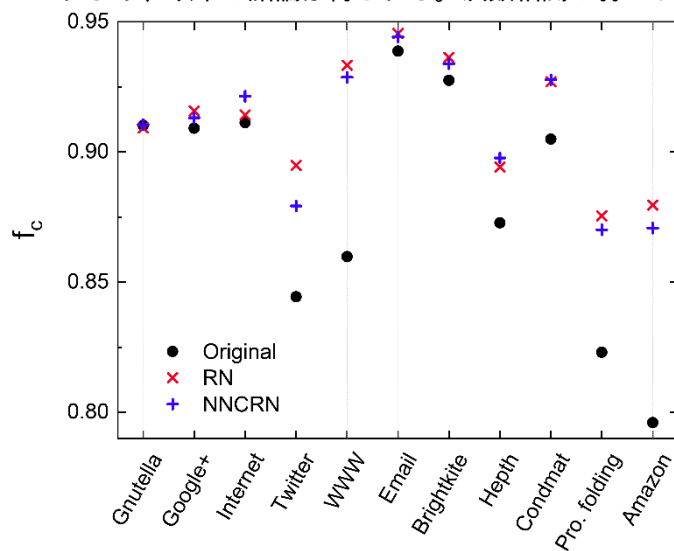


図2: 様々な現実ネットワーク(●), およびそれらに対応するRN(×)、NNCRN(+)の臨界ノード削除率。

(3) 長距離次数相関とフラクタル性の関係解明

多くの現実ネットワークに対してフラクタル解析を行い、フラクタル性の強いスケールフリー・ネットワークの内因性長距離次数相関強度 d_1 を計算した。また、フラクタル・スケールフリー・ネットワークの数理モデルに対しても d_1 を計算した。その結果、フラクタル性を有する複雑ネットワークは例外なく強い内因性長距離次数相関を有することが明らかになった。しかしながら、 d_1 を大きくするリワイヤリングで得られるネットワークのフラクタル解析を行ったところ、フラクタル性は認められなかった。このことから、長距離次数相関はフラクタル性の必要条件ではあるが、十分条件ではない事が明らかになった。必要十分条件を模索するため、ハブ間長距離反発という特別な内因性長距離次数相関とフラクタル性の関係について調べた。この研究のため、ハブ間反発の強さを、 $U_\beta \equiv \left[\sum_{i,j \in G} (k_i k_j)^\beta / l_{ij} \right] / \left[\sum_{i,j \in G_0} (k_i k_j)^\beta / l_{ij} \right]$ で定義される指標 U_β により定量化した。ここで、 k_i はノード i の次数、 l_{ij} はノード i, j 間の最短経路長である。分子の和はネットワーク G 内の全てのノード対間で取られ、分母の和は G に対応するRNに対して取られる。また、 $\beta (\geq 0)$ はハブ間反発を特徴づけるパラメータである。 $U_\beta < 1$ であればネットワーク G にはハブ間反発があり、 $U_\beta > 1$ ならハブ間には引力的な相関があることになる。本研究で調べたフラクタル性をもつ全てのネットワークに対し、適当な β におけるハブ間反発強度が $U_\beta < 1$ であったことから、フラクタル・ネットワークにはハブ間長距離反発があると結論される。次に、 U_β を最小にするようにネットワークをリワイヤすることでフラクタル性が生じるかを調べた。その結果、得られたネットワーク構造はパラメータ β に強く依存することが明らかとなった。 β の値によってはフラクタル性を示すこともあれば、非フラクタル構造となることもある。また、フラクタル性を実現する β の値は次数分布関数に大きく依存することも明らかとなった。リワイヤリングによるネットワーク形成での β の役割を考慮すると、ハブ間長距離反発という概念が、どの程度の次数のハブをどの程度遠ざけるか明確にしない限り意味を失うことが明らかとなった。

(4) フラクタル・スケールフリー・ネットワークの新たなモデル

ハブ間の長距離反発相関が自然に生じるモデルとして、逆繰り込み的成長によるフラクタル・スケールフリー・ネットワークの数理モデルを構築した。このモデルでは、一本のエッジ(およびその両端のノード)から成る第0世代ネットワーク G_0 から始め、各世代では前世代ネットワークの各エッジをジェネレーターと呼ばれる小さなグラフ g によって置き換える。 g にはルートノードと呼ばれる2つの特別なノードがあり、置き換えの際にはエッジ両端のノードとルートノードが重なるようにする。ルートノードの次数が2以上であり、ルートノード間の最短経路長が2以上であれば、十分大きな世代のネットワークはフラクタル性とスケールフリー性を併せ持つことになる。このモデルによって形成される無限世代ネットワークには、無限に大きな次数をもつハブが存在する。これら無限次数ハブ・ノードは高々有限世代で生まれたノードであり、それらの間の最短経路長は無限に離れることになる。したがって、本モデルは極めて多様な形状のフラクタル・スケールフリー・ネットワークを生成する世界初のモデルになっているだけでなく、ハブ間長距離反発という内因性長距離次数相関が自然な形で実現されているモデルにもなっている。また、少数の企業から成る企業間取引関係がより大きな企業間取引ネットワークの一部に組み込まれるなど、逆繰り込み的成長は現実世界でもしばしばみられるネットワークの成長機構となっている。本研究では、このモデルにより形成されるネットワークの次数分布関数、クラスター係数、次数相関、パーコレーション転移点などについても理論的に計算した。具体的には、これらの量を、ジェネレーターのエッジ数、ノード数、ルートノード次数、ルートノード間距離など、ジェネレーターの構造的特徴量の関数として与えることに成功した。

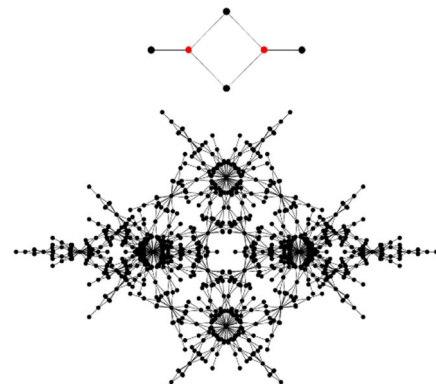


図3: 逆繰り込み的成長モデルにより形成されたフラクタル・スケールフリー・ネットワーク。上段はジェネレーター、下段はこのジェネレーターから構成される第3世代ネットワーク。赤いノードはルートノードである。

< 引用文献 >

1. C. Song, S. Havlin, and H. A. Makse, Nature 433, 392 (2005).
2. A. Watanabe, S. Mizutaka, and K. Yakubo, J. Phys. Soc. Jpn. 84, 114003 (2015).
3. Y. Fujiki, S. Mizutaka, and K. Yakubo, Eur. Phys. J. B 90, 126 (2017).
4. Y. Fujiki, T. Takaguchi, and K. Yakubo, Phys. Rev. E 97, 062308 (2018).
5. T. Hasegawa, M. Sato, and K. Nemoto, Phys. Rev. E 85, 017101 (2012).

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 11件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Yuka Fujiki, Kousuke Yakubo	4. 巻 101
2. 論文標題 Identification of intrinsic long-range degree correlations in complex networks	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 032308-032308
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.101.032308	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Makio Kawasaki, Ken Mochizuki, Norio Kawakami, and Hideaki Obuse	4. 巻 2020
2. 論文標題 Bulk-edge correspondence and stability of multiple edge states of a PT-symmetric non-Hermitian system by using non-unitary quantum walks	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 12A105-1--23
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptaa034	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Ken Mochizuki, Dakyeong Kim, Norio Kawakami, and Hideaki Obuse	4. 巻 102
2. 論文標題 Bulk-edge correspondence in nonunitary Floquet systems with chiral symmetry	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 062202-1--11
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevA.102.062202	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Ken Mochizuki, Naomichi Hatano, Joshua Feinberg, and Hideaki Obuse	4. 巻 102
2. 論文標題 Statistical properties of eigenvalues of the non-Hermitian Su-Schrieffer-Heeger model with random hopping terms	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 012101-1--9
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.102.012101	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ken Mochizuki, Takumi Bessho, Masatoshi Sato, and Hideaki Obuse	4. 巻 102
2. 論文標題 Topological Quantum Walk with Discrete Time-Glide Symmetry	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review B	6. 最初と最後の頁 035418-1--15
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.102.035418	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mochizuki Ken, Kawakami Norio, Obuse Hideaki	4. 巻 53
2. 論文標題 Stability of topologically protected edge states in nonlinear quantum walks: additional bifurcations unique to Floquet systems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 085702 ~ 085702
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ab6514	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 小布施 秀明, 望月 健, 金 多景, 川上 則雄	4. 巻 74
2. 論文標題 量子ウォークのトポロジカル相と光の振幅制御への応用	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 日本物理学会誌	6. 最初と最後の頁 780-786
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Naomichi Hatano and Hideaki Obuse	4. 巻 435
2. 論文標題 Delocalization of a non-Hermitian quantum walk on random media in one dimension	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Annals of Physics	6. 最初と最後の頁 168615-1-13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aop.2021.168615	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 小布施 秀明	4. 巻 76
2. 論文標題 withコロナでの国際会議のカタチ Localisation 2020の取組み	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本物理学会誌	6. 最初と最後の頁 375-376
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11316/butsuri.76.6_375	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kousuke Yakubo, Yuka Fujiki	4. 巻 17
2. 論文標題 A general model of hierarchical fractal scale-free networks	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 PLoS ONE	6. 最初と最後の頁 e0264589-1-22
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1371/journal.pone.0264589	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takumi Bessho, Ken Mochizuki, Hideaki Obuse, and Masatoshi Sato	4. 巻 105
2. 論文標題 Extrinsic topology of Floquet anomalous boundary states in quantum walks	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physical Review B	6. 最初と最後の頁 28770-01-23
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.105.094306	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計51件(うち招待講演 7件/うち国際学会 19件)

1. 発表者名 Kousuke Yakubo
2. 発表標題 A general model of fractal scale-free networks
3. 学会等名 Roles of heterogeneity in non-equilibrium collective dynamics (RHINO 2020) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yuka Fujiki, Kousuke Yakubo
2. 発表標題 Identification of fractality by assortativity invariance under renormalization
3. 学会等名 NetSci-X 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Hideaki Obuse
2. 発表標題 Quantum walks, Anderson localization, and Non-Hermitian physics
3. 学会等名 Localisation 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 小布施秀明
2. 発表標題 開放系量子ウォークにおけるトポロジカル相
3. 学会等名 RIMS 共同研究 開放系 QW とトポロジカル相の数理 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Ken Mochizuki, Norio Kawakami, and Hideaki Obuse
2. 発表標題 Stability of topological edge states in nonlinear quantum walks: Bifurcations unique to Floquet systems
3. 学会等名 APS March Meeting 2021 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Ken Mochizuki, Naomichi Hatano, Joshua Feinberg, and Hideaki Obuse
2. 発表標題 Statistical Properties of the Non-Hermitian SSH Model and Symmetry Inheritance owing to Real Spectra
3. 学会等名 APS March Meeting 2021 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤木 結香, 矢久保考介
2. 発表標題 Structural property of deterministic fractal scale-free networks
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2020
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 藤木 結香, 矢久保考介
2. 発表標題 フラクタル・スケールフリー・ネットワークの一般化モデル
3. 学会等名 日本物理学会2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 武田紘明, 川上則雄, 岡本亮, 小布施秀明
2. 発表標題 2次元2自由度量子ウォークにおける量子探索の最適探索時間の評価
3. 学会等名 日本物理学会2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 望月健, 金多景, 川上則雄, 小布施秀明
2. 発表標題 カイラル対称性を有する一次元開放フロケ系におけるバルクエッジ対応
3. 学会等名 日本物理学会2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 河崎真樹男, 小布施秀明
2. 発表標題 例外点を用いた非エルミート光学式ジャイロスコープの分解能
3. 学会等名 日本物理学会2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 藤木結香, 矢久保考介
2. 発表標題 フラクタル・スケールフリー・ネットワークに対する決定論的モデルの一般化
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会2021年
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 望月健, 別所拓実, 佐藤昌利, 金多景, 川上則雄, 小布施秀明
2. 発表標題 開放系・フロケ系を探索する舞台としての量子ウォーク
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会2021年
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 別所拓実, 望月健, 小布施秀明, 佐藤昌利
2. 発表標題 量子ウォーク系におけるバルクエッジ対応の破
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会2021年
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kousuke Yakubo
2. 発表標題 Self-organized colony formation by a spatial network model
3. 学会等名 Roles of Heterogeneity in Non-equilibrium collective dynamics (RHINO 2019) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuka Fujiki, Kousuke Yakubo
2. 発表標題 Detection and Analysis of Long-Range Degree Correlations in Complex Networks
3. 学会等名 StatPhys 27 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hideaki Obuse
2. 発表標題 PT symmetric non-unitary quantum walks with higher topological numbers
3. 学会等名 IIS-Chiba Workshop NH2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hideaki Obuse
2. 発表標題 Symmetry and Topological Phases in Dynamical Systems: Quantum Walk Approach
3. 学会等名 TopoMat2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ken Mochizuki, Takuya Bessho, Masatoshi Sato, Hideaki Obuse
2. 発表標題 Time-glide symmetric topological quantum walk
3. 学会等名 TopoMat2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Makio Kawasaki, Ken Mochizuki, Norio Kawakami, Hideaki Obuse
2. 発表標題 Bulk-edge correspondence of a non-unitary three-step quantum walk with PT symmetry
3. 学会等名 The 4th A3 Metamaterials Forum 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Julia M. Brevoord, Hideaki Obuse, Yasuhiro Asano, R. J. Boucherie, A. Brinkman
2. 発表標題 Two-Dimensional Quantum Walk with PT Symmetry
3. 学会等名 The 4th A3 Metamaterials Forum 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ken Mochizuki, Norio Kawakami, Hideaki Obuse
2. 発表標題 The stability of topological edge states in non-linear quantum walks: Bifurcations unique to Floquet systems, revealed from non-unitary time-evolution operators
3. 学会等名 META2019, 10th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ken Mochizuki, Naomichi Hatano, Joshua Feinberg, Hideaki Obuse
2. 発表標題 Statistical properties of eigenvalues in a non-Hermitian SSH model with random hopping terms
3. 学会等名 IIS-Chiba Workshop NH2019TD (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hideaki Obuse
2. 発表標題 Bulk-edge correspondence and stability of multiple edge states in PT symmetric non-unitary quantum walks
3. 学会等名 Topological phenomena in non-Hermitian and non-equilibrium systems, 2020 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 宇野 颯, 矢久保 考介
2. 発表標題 ネットワーク・ダイナミクスによるコロニーの自己組織化
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤木 結香, 矢久保考介
2. 発表標題 Intrinsic long-range degree correlations in complex networks
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 宇野颯, 矢久保考介
2. 発表標題 ネットワークの共進化ダイナミクスによる自己組織的コロニー形成
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 宮本璃子, 藤木結香, 矢久保考介
2. 発表標題 複雑ネットワークの頑強性における長距離次数相関の重要性
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 望月 健, 別所拓実, 佐藤昌利, 小布施秀明
2. 発表標題 二次元量子ウォークにおける time-glide symmetry に守られたエッジ状態
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井村健一郎, 小布施秀明, 川畑幸平, 羽田野直道
2. 発表標題 非エルミート・トポロジカル相の輸送特性
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 矢久保 考介
2. 発表標題 古典・量子・抽象系における複雑性と普遍性
3. 学会等名 量子・古典における複雑系の物理と普遍性 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 小布施 秀明
2. 発表標題 アンダーソン転移におけるマルチフラクタル性
3. 学会等名 量子・古典における複雑系の物理と普遍性
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 矢久保考介, 藤木結香
2. 発表標題 構造的負次数相関の判別
3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会 (2020年)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 藤木結香, 矢久保考介
2. 発表標題 隣接次数相関の繰り込み不変性を用いた複雑ネットワークのフラクタル解析
3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会 (2020年)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 望月健, 金多景, 川上則雄A, 小布施秀明
2. 発表標題 カイラル対称性を有する一次元開放フロケ系におけるトポロジカル数
3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会 (2020年)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 河崎真樹男, 小布施秀明
2. 発表標題 非エルミート系における例外点および非相反性を用いた光学センサーの感度評価
3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会 (2020年)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 生部賢, 井村健一郎, 小布施秀明, 羽田野直道
2. 発表標題 非エルミート系における自発電流: 表皮効果、近接効果、連続の式
3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会 (2020年)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yuka Fujiki, Kousuke Yakubo
2. 発表標題 Detection and Analysis of Long-Range Degree Correlations in Complex Networks
3. 学会等名 StatPhys 27 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hideaki Obuse
2. 発表標題 Symmetry and Topological Phases in Dynamical Systems: Quantum Walk Approach
3. 学会等名 TopoMat2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ken Mochizuki, Naomichi Hatano, Joshua Feinberg, Hideaki Obuse
2. 発表標題 Statistical properties of eigenvalues in a non-Hermitian SSH model with random hopping terms
3. 学会等名 IIS-Chiba Workshop NH2019TD (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 宇野 颯, 矢久保 考介
2. 発表標題 ネットワーク・ダイナミクスによるコロニーの自己組織化
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤木 結香, 矢久保考介
2. 発表標題 Intrinsic long-range degree correlations in complex networks
3. 学会等名 ネットワーク科学セミナー2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 矢久保考介, 藤木結香
2. 発表標題 構造的負次数相関の判別
3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会 (2020年)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 藤木結香, 矢久保考介
2. 発表標題 フラクタル・スケールフリー・ネットワークに対する決定論的モデルの一般化
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会 (2021年)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小布施秀明, 川上則雄, 岡本亮
2. 発表標題 非ユニタリー量子ウォークにおける表皮効果の理論と実証実験
3. 学会等名 2021年物理学会秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 河崎真樹男, 望月健, 小布施秀明
2. 発表標題 散逸量子系における副格子対称性に保護されたエッジ状態
3. 学会等名 2021年物理学会秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hideaki Obuse
2. 発表標題 non-unitary quantum walk approach for non-Hermitian physics
3. 学会等名 Mathematical approach for topological physics (III) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 山本潤, 矢久保考介
2. 発表標題 Bifractal Property of Stochastic Scale-free Networks
3. 学会等名 日本物理学会第77回年次大会(2022年)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 山岸愛, 羽田野直道, 小布施秀明
2. 発表標題 量子アクティブ粒子の非エルミート量子ウォークを用いた定義
3. 学会等名 日本物理学会第77回年次大会(2022年)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 武田紘明, 川上則雄, 岡本亮, 小布施秀明
2. 発表標題 2内部自由度量子ウォークによる量子探索効率の次元依存性と解析的評価
3. 学会等名 日本物理学会第77回年次大会(2022年)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 羽田野直道, 小布施秀明
2. 発表標題 非ユニタリー量子ウォークにおける非エルミート非局在転移
3. 学会等名 日本物理学会第77回年次大会(2022年)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 小布施秀明(共編者:今野紀雄, 井出勇介)	4. 発行年 2019年
2. 出版社 培風館	5. 総ページ数 21
3. 書名 量子ウォークの新展開 数理構造の深化と応用(「15章 トポロジカル絶縁体と量子ウォーク」担当)	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担 者	小布施 秀明 (Obuse Hideaki) (50415121)	北海道大学・工学研究院・助教 (10101)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------