

令和 6 年 6 月 25 日現在

機関番号：18001

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K03656

研究課題名（和文）人口移動のダイナミクスと人口分布の形成に対するモデル化と解析

研究課題名（英文）Modeling and analysis of population distributions

研究代表者

山本 健（Yamamoto, Ken）

琉球大学・理学部・准教授

研究者番号：00634693

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,200,000円

研究成果の概要（和文）：社会現象における裾の重い確率分布に対する確率モデルを構築し、そのモデルを理論的および数値的に分析して性質を明らかにした。
乗算的確率過程に可変下限値を導入した確率モデル、および幾何ブラウン運動の観測時刻が連続一様分布にしたがう場合（2重パレート分布の拡張）などの確率モデルを解析した。研究成果は物理学分野の論文誌Journal of the Physical Society JapanおよびJournal of Statistical Mechanicsに掲載された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

可変下限値をもつ乗算的確率過程の研究では、得られた確率分布が市町村の従業者数、国立大学法人の運営費交付金、企業のトラブル処理費用などのデータとよく一致することが確認された。このように、本研究の成果は社会現象のデータ解析への応用が期待される。

研究成果の概要（英文）：Heavy-tailed distributions in social phenomena were theoretically and numerically analyzed using stochastic processes.

A multiplicative stochastic process with sample-dependent lower bound and geometric Brownian motion with uniformly-distributed observation time were analyzed to obtain distribution functions in exact forms. The results were published in physics journals, Journal of the Physical Society of Japan and Journal of Statistical Mechanics.

研究分野：数理物理学

キーワード：確率過程 確率分布

1. 研究開始当初の背景

近年、様々な社会的な対象・現象を物理学や数学の手法で分析する「経済・社会物理学」や「数理社会学」といった分野が発展している。社会系を含む複雑系の統計的な性質を抽出する手法の1つにサイズ分布がある。サイズ分布とは、データをサイズごとに集計したヒストグラムやサイズの順に並べてグラフ(ランキングプロット)などで表された形式である。社会現象では、平均的なサイズよりはるかに大きなサイズをもつ要素が存在するという特徴がしばしばみられる。つまり、要素のサイズに大きな格差があり、このときサイズ分布は裾の重い確率分布(指数関数よりも緩やかに減衰する確率分布)にしたがう。たとえば、人々の給料には大きな格差があり、平均的な金額よりはるかに大きな金額を稼ぐ人物がいる。給料の金額のサイズ分布が裾の重い確率分布の一種であるベキ分布で表されることはパレートの法則として知られている。

都市における人口も裾の重い確率分布を示す現象である。現在、日本では地方での過疎化と都市部での人口過密が進み、「消滅可能性都市」といったセンセーショナルな呼称で危機感がもたれている。人口の確率分布についての研究は、古くはアウエルバッハ(1913)やジップ(1949)にさかのぼる[1]。これらの研究では、都市の人口分布がベキ分布にしたがうことが明らかにされた。佐々木らの研究では日本の自治体の人口分布が分析され、村の人口分布は対数正規分布、町の人口分布はカットオフのある対数正規分布、市の人口分布はベキ分布にしたがうことが報告されている[2]。さらに、佐々木らはこの人口分布の特徴を再現するシンプルな数値モデルを提案している。彼らのモデルでは、各自治体から一定の割合で転出が発生し、転出先として人口が多い自治体を選ばれやすいという性質が取り入れられている。人口が多い自治体ほど多くの人々を集めやすいという性質が、裾の重い人口分布を生じるポイントであると考えられる。

2. 研究の目的

社会現象における裾の重い確率分布に対する確率モデルを構築し、そのモデルを理論的および数値的に分析して性質を明らかにする。

3. 研究の方法

実際の現象の特徴を簡略化して取り入れて構築した確率モデルから、確率密度関数や累積分布関数などを理論的に導出し、その結果を現実のデータと比較する。本研究期間における成果として、「可変下限値を導入した乗算的確率過程」および「2重パレートの拡張」に関する結果が得られた。

4. 研究成果

(1) 可変下限値を導入した乗算的確率過程

社会現象にみられる裾の重い確率分布の生成メカニズムの1つに、乗算的な確率過程がある。最もシンプルな乗算的確率過程は

$$X_{t+1} = M_t X_t \tag{1}$$

という式で表され、確率変数 X_t の時間変化が成長率を表す確率変数 M_t の掛け算として与えられる。中心極限定理より、十分に時間が経過すると X_t の対数 $\ln X_t$ の分布は正規分布に収束する。つまり、 X_t の分布は対数正規分布に収束する。

乗算的確率過程に下限値 a を設定し、 X_t の値が a を下回ることがないという条件を追加する：

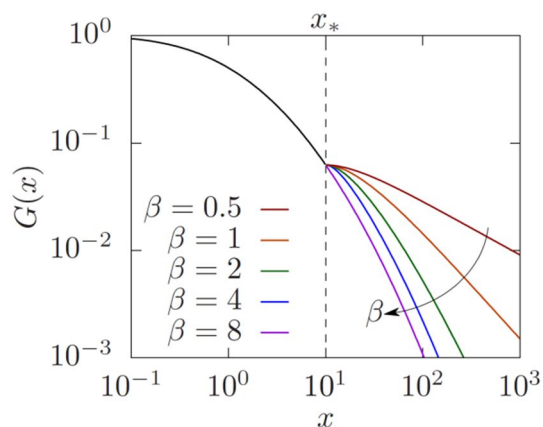


図1 累積分布関数 $G(x)$ のグラフ。

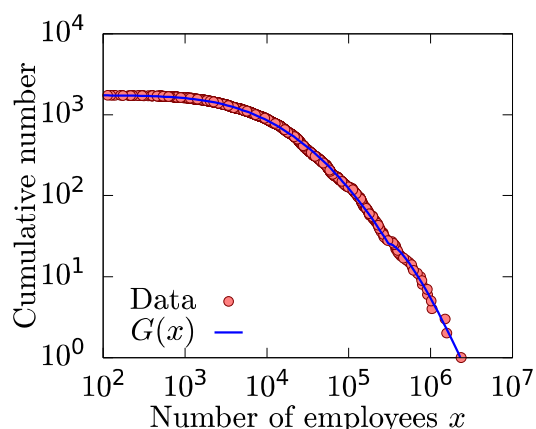


図2 市町村別の従業者数の累積分布(点)と関数 $G(x)$ によるフィッティング(実線)。

$$X_{t+1} = \begin{cases} M_t X_t & (M_t X_t \geq a), \\ X_t & (M_t X_t < a). \end{cases} \quad (2)$$

この確率過程では、十分に時間が経過すると X_t は定常的なべき分布にしたがうことが知られている[3]。

本研究では、下限値 a をサンプルごとに变化させる「可変下限値」を導入した。まず、乗算的確率過程(1)にしたがって時間発展させて X_T を生成し、 X_T が事前に設定した値 x_* より大きければ、 X_T を下限値 a として式(2)の確率過程による時間発展をおこなう。最終的な確率分布は x_* より小さい範囲では対数正規分布となり、 x_* より大きい範囲では式(2)から得られるべき分布を下限値 a について対数正規分布にしたがう重みで重ね合わせたものとなる。確率密度関数および累積分布関数を厳密に計算することができた。ただし、結果の式は複雑なので省略する。かわりに、累積分布関数 $G(x)$ のグラフを図1に示す。パラメータ β は式(2)から得られるべき分布の指数であり、

$$E[M_t^\beta] = 1$$

で特徴づけられる。

図2は累積分布関数 $G(x)$ と実際のデータとの比較である。データは市町村別の従業者数[4]であり、 $G(x)$ はデータ全体にわたってよく一致している。従業者数のデータ以外にも、国立大学法人の運営費交付金のデータや企業のトラブル処理費用のデータでも本研究で得られた分布との一致を確認することができた。

(2) 2重パレート分布の拡張

2重パレート分布とは、サイズが大きい側と小さい側で異なる指数のべき乗則が現れる確率分布であり、給与の分布[5]やブログの投稿時間間隔の分布[6]などの社会系でみられる。2重パレート分布は、数学的には幾何ブラウン運動に基づいて構成される。初期値が定数である場合、観測時刻を固定すると、幾何ブラウン運動の観測時刻における値は対数正規分布にしたがう。幾何ブラウン運動の観測時刻を定数でなく指数分布にしたがう確率変数に変更すると、幾何ブラウン運動の値がしたがう分布は2重パレート分布となる。

幾何ブラウン運動の観測時刻を指数分布以外の確率変数に置き換えることは、2重パレート分布の自然な拡張である。本研究では、観測時刻を連続一様分布とした場合に、確率密度関数と累積分布関数を求めた。このモデルのパラメータは幾何ブラウン運動のドリフト μ およびボラティリティ σ 、初期値 S_0 および一様分布の幅 T_{\max} の4つであるが、スケーリングの議論によって2つに削減することができる。途中の計算には複雑な積分が現れるが、観測時刻が一様分布である場合にはこの積分はガウスの誤差関数を用いて計算でき、分布関数を閉じた形で表せることが分かった。最終結果の式は複雑なので省略する。

図3は得られた確率密度関数 $f_{\text{uni}}(x)$ のグラフである。確率密度関数はつねに単峰であることが厳密に示せるが、ピークの位置はパラメータによって変化する。数値計算からピーク位置のパラメータ依存性を表す図を作成した。さらに、確率密度関数を用いてモーメントを厳密に計算することもできた。また、図4は $f_{\text{uni}}(x)$ の累積分布関数 $F_{\text{uni}}(x)$ のグラフである。確率密度 $f_{\text{uni}}(x)$ とは異なり、パラメータが異なってもグラフの傾向は似ている。本研究で導出した分布で表される現象を探することは今後の検討課題である。

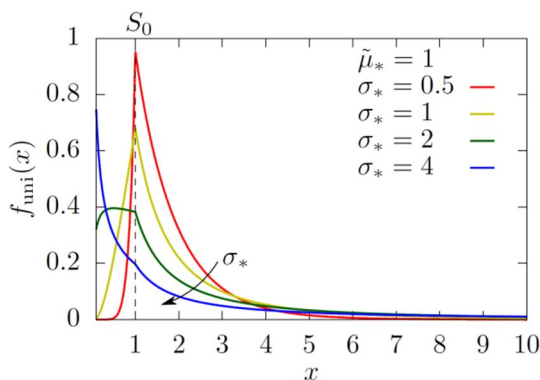


図3 確率密度関数 $f_{\text{uni}}(x)$ のグラフ。

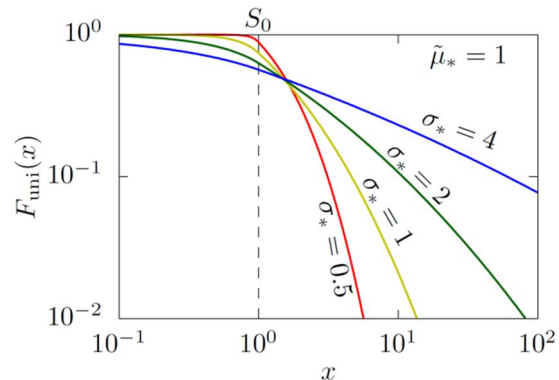


図4 累積分布関数 $F_{\text{uni}}(x)$ のグラフ。

参考文献

- [1] J. K. Zipf: Human Behavior and the Principle of Least Effort (Addison-Wesley, 1949).
- [2] Y. Sasaki, H. Kuninaka, N. Kobayashi, M. Matsushita: Characteristics of population distributions in municipalities, Journal of the Physical Society of Japan 76, 074801 (2007).
- [3] M. Levy, S. Solomon: Power laws are logarithmic Boltzmann laws, International Journal of Modern Physics C 7, 595-601 (1996).

- [4] 統計センター：SSDSE（教育用標準データセット）
<https://www.nstac.go.jp/SSDSE/pastdata.html>
- [5] W. J. Reed: The Pareto, Zipf and other power laws, Economics Letters 74, 15 (2001).
- [6] C. Wang, X. Guan, T. Qin, T. Yang: Modeling heterogeneous and correlated human dynamics of online activities with double Pareto distribution, Information Sciences 330, 186-198 (2016).

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yamamoto Ken, Yamazaki Yoshihiro	4. 巻 91
2. 論文標題 Analysis and Application of Multiplicative Stochastic Process with a Sample-Dependent Lower Bound	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 64803
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.7566/JPSJ.91.064803	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ken Yamamoto, Takuma Narizuka	4. 巻 103
2. 論文標題 Preferential model for the evolution of pass networks in ball sports	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 32302
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevE.103.032302	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Ohta and K. Yamamoto	4. 巻 88
2. 論文標題 Power-law relation and complexity in the shape of Chinese character (kanji)	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 64803
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.7566/JPSJ.88.064803	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Yamamoto	4. 巻 88
2. 論文標題 Analysis of size distributions of fictional characters	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 113801
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.7566/JPSJ.88.113801	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Ohta and K. Yamamoto	4. 巻 89
2. 論文標題 Scaling relation in stroke count and line length of Chinese characters	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 33802
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7566/JPSJ.89.033802	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Yamamoto, T. Bando, H. Yanagawa, and Y. Yamazaki	4. 巻 2024
2. 論文標題 Deformation of power law in the double Pareto distribution using uniformly distributed observation time	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Mechanics	6. 最初と最後の頁 43405
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1742-5468/ad3a5c	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計19件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 1件)

1. 発表者名 板東貴志、柳川博一、山本健、山崎義弘
2. 発表標題 「可変下限値をもつ乗算確率過程」の適用範囲の拡張について
3. 学会等名 2022年度MIMS現象数理学研究拠点 共同研究集会「社会物理学とその周辺」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 上江洲清哉、成塚拓真、香川溪一郎、山崎義弘、山本健
2. 発表標題 サッカーにおけるボールの位置を考慮した選手とチームのボール保持時間分布の解析
3. 学会等名 2022年度スポーツデータサイエンスコンペティション
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 坂本郁也、香川溪一郎、山本健、山崎義弘、成塚拓真
2. 発表標題 最小到達時間に基づくサッカーのパス回しとポジショニング分析
3. 学会等名 2022年度スポーツデータサイエンスコンペティション
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 瀧澤健太、坂本郁也、山崎義弘、山本健、成塚拓真
2. 発表標題 サッカーにおける選手の視覚情報の推定とパス分析への応用
3. 学会等名 第11回スポーツデータ解析コンペティション
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 上江洲清哉、成塚拓真、山崎義弘、山本健
2. 発表標題 サッカーにおける選手とチームのボール保持時間分布について：理論の提案とデータによる検証
3. 学会等名 第11回スポーツデータ解析コンペティション
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 香川溪一郎、成塚拓真、山本健、山崎義弘
2. 発表標題 卓球の試合全体に対する3次元座標推定
3. 学会等名 第11回スポーツデータ解析コンペティション
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 香川溪一郎、成塚拓真、山本健、山崎義弘
2. 発表標題 卓球の試合における3次元座標推定
3. 学会等名 MIMS現象数理学研究拠点共同研究集会「社会物理学とその周辺」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 上江洲清哉、成塚拓真、山崎義弘、山本健
2. 発表標題 サッカーにおける選手とチームのボール保持時間の関係
3. 学会等名 MIMS現象数理学研究拠点共同研究集会「社会物理学とその周辺」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 山本健、板東貴志、柳川博一、山崎義弘
2. 発表標題 ステップ数の異なる乗算確率過程の重ね合わせによる分布の性質について
3. 学会等名 MIMS現象数理学研究拠点共同研究集会「社会物理学とその周辺」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 板東貴志、山本健、柳川博一、山崎義弘
2. 発表標題 要因がランダム性を持つ集合の統計的性質
3. 学会等名 MIMS現象数理学研究拠点共同研究集会「社会物理学とその周辺」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 山本健
2. 発表標題 二分木の枝分かれの定量化と漸近的な性質について
3. 学会等名 日本応用数理学会2021年度年会（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山本健、板東貴志、柳川博一、山崎義弘
2. 発表標題 乗算的確率過程に可変下限値を設定したモデルの解析
3. 学会等名 統計数理研究所共同研究集会 「社会物理学の新展開」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 板東貴志、柳川博一、山本健、山崎義弘
2. 発表標題 企業における費用発生額の統計的性質について
3. 学会等名 統計数理研究所共同研究集会 「社会物理学の新展開」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 太田守洋、山本健
2. 発表標題 漢字の形における統計則
3. 学会等名 言語資源活用ワークショップ2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 山本健
2. 発表標題 ランダム二分木の分岐構造と中心極限定理・大偏差原理
3. 学会等名 日本応用数学会2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 山本健、成塚拓真
2. 発表標題 パス回しネットワークに基づく球技の比較
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 太田守洋、山本健
2. 発表標題 漢字の線長と画数におけるスケーリング関係
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 山本健
2. 発表標題 ランダムな二分探索木における葉の数の解析
3. 学会等名 2019年度応用数学合同研究集会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ken Yamamoto and Takuma Narizuka
2. 発表標題 Growth of ball-passing networks in football games
3. 学会等名 International School and Conference on Network Science (NetSci-X 2020 Tokyo) (国際学会)
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 小田垣 孝、佐野 幸恵、山崎 義弘、山本 健	4. 発行年 2022年
2. 出版社 共立出版	5. 総ページ数 330
3. 書名 社会物理学	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------