

令和 5 年 6 月 20 日現在

機関番号：14303

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2022

課題番号：19K04880

研究課題名（和文）グラフ構造を用いた競合解消数理モデリング及びその食品表示に係る応用

研究課題名（英文）Mathematical modeling with graph structures for a conflict resolution and its application to a labeling issue of processed food

研究代表者

軽野 義行 (Karuno, Yoshiyuki)

京都工芸繊維大学・機械工学系・教授

研究者番号：80252542

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：有向二部グラフ構造を用いた競合解消モデルである反転グラフ問題に対して、等価無向グラフを得るための多項式時間変換手続きを設計した。また、その等価無向グラフ上の最適化基準を活用して、反転グラフ問題の整数計画表現を実現した。さらに、予算制約付き拡張モデルに対して、その整数計画表現に基づく厳密解法を提案した。すなわち、本研究では、等価無向グラフへの変換及び整数計画表現という二段階の帰着によって、有向二部グラフ構造を用いたある種の競合解消モデルに対して、厳密解を求めるための一つの手法を示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

反転グラフ問題はグラフ構造を用いた競合解消モデルの一つであるが、その数学的構造や計算の困難性には未解明の事項が多く残されていた。先行研究で厳密解法について具体的に言及されることがなかったのも、そのためと考えられる。研究成果の学術的意義は、帰着の技法を用いて、その競合解消モデルの数学的構造の一面を明らかにしたこと、また、その数学的構造を用いて厳密解を求めるための計算手法を具体的に提示したことである。この競合解消モデルは、食品表示における健康被害防止の課題と関係する可能性があり、理論に裏打ちされた計算手法の実現は、将来的には社会的意義にも繋がると考えられる。

研究成果の概要（英文）： For the switching graph problem on directed bipartite structure as a conflict resolution model, a polynomial time procedure is designed to convert a given digraph into an equivalent undirected graph. Utilizing an optimization criterion on the equivalent undirected graph, an integer programming formulation is presented. For an extended version of the switching graph problem with budget constraints, an exact approach based on the integer program is also proposed. The two-step transformation makes it possible to obtain an optimal solution for a larger size instance of the conflict resolution model than the size of a known benchmark.

研究分野：社会システム工学

キーワード：数理モデリング グラフ構造 アルゴリズム設計

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) 反転グラフ問題は、両面回路基板の余剰通電孔の除去モデルとして、1990年代終盤に提案された。各配線クラスタにおけるセグメントの配置面の交換によって、一方の面の配線とその裏面の配線との間の競合状態を解消し、その結果として除去可能な通電孔が特定される。有向二部グラフ構造を用いた競合解消表現には、他にも応用が可能と考える向きはあったが、その数学的構造や計算の困難性に未解明の事項が多く残されていた。特に、研究開始時点では、先行研究で厳密解法について具体的に言及しているものがなかった。

(2) 食品による健康被害防止のため、平成14年4月より、加工食品の容器包装にはアレルギー物質が表示されている。しかしながら、健康被害防止の観点からは省略が望ましくないアレルギー物質の表示が、ルール上は省略可となるが生じる。これは、様々な理由から、一つの製品に対して、許容される表示方法が複数存在することに起因する。食品による健康被害防止をかえって混乱させることがないように表示のルールについて、物質個別の対応のみならず、その考え方の基礎となりうる数理モデル候補の発見あるいは構築が望まれた。

2. 研究の目的

(1) 反転グラフ問題と呼ばれる競合解消モデルの数学的構造及びその計算の困難性を、帰着の技法を用いて解明することを目的とした。ただし、いわゆる P NP 問題でいうところの、クラス P に属するか NP 困難かのみを単純に問うものではない。詳細なケース分類に基づき、NP 困難なケースであっても、苦手なインスタンスの少ない厳密解法や精度保証を持つ近似アルゴリズムの設計につながるような帰着可能性までを問うものである。

(2) 原材料等がアレルギー物質を含むかどうかの関係を二部グラフで表現し、食品表示への応用を念頭に置いた反転グラフ問題の拡張モデルの構築(及びアルゴリズム設計)を追加的な目的とした。当初の構想では、製品に占める重量比の非増大順に拘らない原材料等の表示順序が仮想的に検討できるような反転グラフのモデル構築も含まれた。なお、そのアルゴリズム設計は、基本モデルの数学的構造や計算の困難性の解明結果と密接に関連する。

3. 研究の方法

本研究の目的を達成するために、まず適用可能な帰着の技法の検討を行った。より具体的には、反転グラフ問題の入力の一部である有向二部グラフに対する等価変換手続きの設計、等価無向グラフにおける最適化基準の導入、整数計画(IP)としての定式化等の検討である。これらによって、反転グラフ問題の数学的構造の一面や計算の困難性(の上界)が明らかになる。また、食品による健康被害防止を一つの応用とするならば、基礎モデルに対する厳密アプローチの実験的評価は必須と考えるべきである。そのために、反転グラフ問題の整数計画表現に対する IP ソルバーの求解効率を調べるための計算実験を実施した。

与えられたインスタンスの厳密解を得ることによって、併せて、焼き鈍し法に基づく既存の発見的アプローチの再評価も可能になる。焼き鈍し法については、等価無向グラフのある種の対称性を利用して計算の高速化も図った。さらに、拡張モデルの検討においては、グラフの等価変換手続きと整数計画表現の適用可能性を探った。なお、新型コロナウイルスの影響下において、応用面に関する情報収集と成果発表の機会を、当初の計画通りには持てなかったことに言及しておきたい。拡張モデルに対する当初計画以上の検討と進展は、それと引換に得られたものといった感がある。

研究成果の発表は、主に国際会議や学会発表の場で行ったが、一部は依頼のあった招待講演や出前授業等の場でも触れた。

4. 研究成果

(1) 反転グラフ問題の入力の一部である有向二部グラフにおいては、一方の点集合が利得を持つアイテム群を、もう一方の点集合が費用を伴うスイッチ群を表す。なお、両面回路基板における余剰通電孔除去の文脈では、各アイテムが一つの通電孔の除去候補に、また各スイッチが一つの配線クラスタに対応する。帰着の技法を用いるための第一の成果は、与えられた有向二部グラフを、等価な意味を持つ無向グラフに変換する多項式時間手続きを設計したことである。等価無向グラフにおいて、各点は一つのアイテムの利得を獲得するための基本準解に対応させ、各辺は同時に獲得可能なアイテムのペアに対応させている。

(2) 反転グラフ問題の直接的な解はスイッチの部分集合であり、その部分集合に属するスイッチを「入」にすることで獲得できるアイテムの重み和を最大にしたい。一方、等価無向グラフにおける解は基本準解の部分集合であり、実行可能解が等価無向グラフ上のクリークによって表現できる。最大重みクリーク問題は NP 困難であるものの、整数計画表現が知られている。したがって、IP ソルバーを適用することによって、インスタンスのサイズによっては厳密解を求め

ることができる可能性が示されたことになる。

(3) 反転グラフ問題のインスタンスを整数計画として表現し、IP ソルバーを適用する厳密アプローチの求解効率を計算実験によって調べた。すなわち、最大重みクリークを IP ソルバーによって求め、それを反転グラフ問題の厳密解に解釈し直すということである。なお、等価無向グラフはある種の対称性を有しているため、ここでは最大重みクリーク問題の任意のインスタンスを対象とはしていない。計算実験では、アイテム数やスイッチ数が数百規模のインスタンスについて、厳密解を求めることが出来た。反転グラフ問題の提案者によるベンチマークではアイテム数やスイッチ数が五十弱であり、また、先行研究における解法は発見的なものに限られていたため、解けるインスタンスのサイズが更新されたことになる。

(4) 等価無向グラフのある種の対称性に対する一つの数学的特徴づけを得た。関連して、等価無向グラフにおける最大クリークのサイズの上界を得た。それらを利用して、焼き鈍し法に基づく発見的解法の性能改善を図ったところ、広範な計算実験において、解の品質を殆ど劣化させることなく、30%程度あるいはそれ以上の実行時間の削減が観察された。計算実験のみに依らず、各反復における計算手間も評価し、実行時間の削減結果に対する理論的な裏付けも得ている。なお、先述の通り、テストに使用したインスタンスの最適値は、整数計画表現に基づく厳密アプローチによって求めることができている。

(5) スイッチ費用に関する予算制約付きモデルについて、その整数計画表現を可能とした。等価無向グラフへの変換に基づく拡張モデルの最大重みクリーク問題への帰着の構成は長らく不明であった。しかし、スイッチの部分集合と基本準解とを関係付ける線形整数不等式系を導くことで、ようやく整数計画問題として解くことに成功した。この線形整数不等式系の導出では、最適解のうちの少なくとも一つがある合成準解の極小解になっている、という性質が活用されている。合成準解の極小解という概念は、焼き鈍し法の設計時に導入したものであったが、図らずもその数学的性質がここで活かされることとなった。また、IP ソルバーを適用した計算実験では、高速に厳密解を求めることが出来た大規模インスタンスが多数観察されている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Yoshiyuki Karuno, Oki Nakahama	4. 巻 14
2. 論文標題 An improved performance of greedy heuristic solutions for a bi-criteria mixture packaging problem of two types of items with bounded weights	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1299/jamdsm.2020jamdsm0066	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計5件（うち招待講演 1件/うち国際学会 3件）

1. 発表者名 Akihiro Tomozawa and Yoshiyuki Karuno
2. 発表標題 Faster implementation of an iterative improvement procedure for collecting weighted items in directed bipartite graphs
3. 学会等名 The 2022 International Symposium on Flexible Automation（国際学会）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yoshiyuki Karuno, Akihiro Tomozawa, and Kazuki Tsuji
2. 発表標題 An integer programming formulation of collecting weighted items in directed bipartite graphs with a budget constraint
3. 学会等名 The 11th International Conference on Industrial Application Engineering 2023（国際学会）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 軽野義行, 友澤明宏, 辻和樹
2. 発表標題 有向二部グラフにおける反転コストを考慮した重み付きアイテム収集問題に対するIPソルバーの適用
3. 学会等名 日本機械学会生産システム部門研究発表講演会2023
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 軽野義行
2. 発表標題 辞書式二目的最適化問題の定式化例とアルゴリズム
3. 学会等名 2020年度日本OR学会中部支部シンポジウム（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yoshiyuki Karuno and Seiya Yoshikawa
2. 発表標題 An application of integer programming solvers to an item collecting problem in directed bipartite graphs
3. 学会等名 The 8th IIAE International Conference on Industrial Application Engineering 2020（国際学会）
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関