

令和 6 年 5 月 30 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K11850

研究課題名（和文）広義の非正則モデルにおけるベイズ的推測に関する研究

研究課題名（英文）Research on Bayes inference in non-regular models in a wide sense

研究代表者

赤平 昌文（Akahira, Masafumi）

筑波大学・数理物質系（名誉教授）・名誉教授

研究者番号：70017424

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：統計学において、通常は正則条件を仮定して論じるが、ファイナンス、物理学等の応用分野においては、正則条件が満たされない場合も多く、その典型として非正則分布族が考えられる。本研究では、正則な面を部分的にもつ広義の非正則モデルにおいて、特に、様々な応用分野で重要な上側切断パレート分布を含む広義の非正則分布族における母数のベイズ推測と最尤推測の構造を解明する研究を遂行した。実際、切断指数型分布族を含む一般の切断分布族においてベイズ推定量、最尤推定量を通して推測構造を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

最近、ビッグデータが注目を集め、社会からはそれを処理する情報技術が求められている。実際、得られたデータに基づく統計的推測はその重要性を益々増しているとともに、特にベイズ(Bayes)的推測は機械学習、AI等の理論的基礎を担っている。本研究では、正則な面を部分的にもつ広義の非正則モデルにおいて、特に、ファイナンス、物理学、水文学、地質学、天文学等の様々な分野で重要な上側切断パレート(Pareto)分布を含む広義の非正則分布族における母数のベイズ推測と最尤推測の構造を解明する研究を遂行した。なお、広義の非正則モデルは、正則と非正則の双方をつなぐモデルとして重要である。

研究成果の概要（英文）： In statistics, regularity conditions are usually assumed in discussions, but in applied fields such as finance and physics, regularity conditions are often not satisfied, and a non-regular family of distributions is considered as a typical case. In this study, we investigated Bayesian inference and maximum likelihood inference of parameters of a general non-regular family of distributions, including the upper-truncated Pareto distribution which is important in various application fields, in a wide sense non-regular model that partially has regular surfaces. We carried out research to elucidate the structure of Bayesian inference and maximum likelihood inference. In fact, we clarified the inferential structure of the general truncated family of distributions, including the truncated exponential family of distributions, through Bayesian estimators and maximum likelihood estimators.

研究分野：数理統計学

キーワード：切断指数型分布族 切断分布族 局外母数 切断母数 最尤推定量 ベイズ推定量 漸近損失

### 1. 研究開始当初の背景

最近、機械学習、AI 等でベイズ的手法が多用され、実際、検索機能等の基盤としても重要な役割を果たしている。一方、統計的推測においては、従来、正則条件が成立するような正則な場合には、ベイズ推定量(BE)と最尤推定量(MLE)は高次のオーダーまで漸近的に同等であることが知られている。そこで、正則な面をもつ広義の非正則モデルの典型として切断指数型分布族の自然母数と切断母数に関する推定について考える。最近、切断母数が未知の場合に、滑らかな事前分布に関する BE は MLE と漸近的に同じ偏りをもつように補正すれば 2 次の次数まで同等であることを研究代表者が示した(Akahira 2016; AISM)。一方、下側切断指数型分布族において、切断母数を局外母数として自然母数の最尤推定について、Bar-Lev (1984; AISM)は既知のときの MLE と未知のときの MLE は同じ漸近正規分布に従うことを示した。また、その分布族に属する下側切断アーラン(Erlang)型分布の或る場合に  $\alpha$  が 0 のときの MLE の平均 2 乗誤差に対して  $\alpha$  が未知のときの MLE の平均 2 乗誤差の比がシミュレーションに基づいて図示されたが(Vancak et al. 2015; Math.Meth.of Statist.)、実はその比は理論的に導出され得ること分かった(Akahira 2016)。国内では切断位置母数分布族で切断母数が位置母数  $\theta$  のみに依存するような場合に  $\theta$  の推定問題が研究され、一定の成果は得られてきた(Akahira and Takeuchi 1995; Springer LNS 107)。また、ファイナンス、物理学、水文学、地質学、天文学等の様々な分野で利用されている上側切断パレート(Pareto)分布について、その指数(index)母数の最尤推定問題が論じられている(Aban et al. 2006; JASA)。しかし、その分布を含むような両側切断指数型分布族においてその問題を考察でき、片側切断指数型分布族の場合と同様に 2 つの切断母数  $\alpha$  と  $\beta$  を局外母数として、高次のオーダーまで自然母数の最尤推定量の漸近的挙動も調べることができる(Akahira, 2017; Springer Briefs in Statistics)。一方、母数の立場を変えて  $\alpha$  と  $\beta$  (または  $\alpha$ )を局外母数として切断母数  $\theta$  (または  $\theta$ )の推定問題を考えることもできる。Zhang (2013; Statistics)は、上側切断パレート分布の場合に  $\alpha$  (または  $\alpha$ )の最尤推定量の漸近的偏りを求め、局外母数  $\beta$  と  $\beta$  (または  $\beta$ )が既知のときに  $\alpha$  (または  $\alpha$ )の一致最小分散不偏(UMVU)推定量の漸近分散について論じた。さらに、それらの局外母数が未知のときにその UMVU 推定量において  $\alpha$  と  $\beta$  (または  $\beta$ )をそれらの最尤推定量で代用したプラグイン推定量の漸近分散がシミュレーションで求められたが、両側切断指数型分布族の場合にその漸近分散を理論的に求めることが可能であること、また上側切断パレート分布の場合がその例となり、Zhang (2013)のシミュレーション結果はその理論的結果に符合することが確認された(Akahira, 2017)。国外での広義の非正則モデルに関する研究は 1 次の漸近理論の枠内に留まるために限定的な成果しか得られなかったが、研究代表者をはじめとする国内の研究者は高次漸近理論を駆使してはるかに精密な結果を得ている。

### 2. 研究の目的

正則な面を部分的にもつ非正則モデルにおいてベイズ推定量と最尤推定量の高次の漸近的比較を行うとともに、ベイズ的推測と最尤推測の構造を解明することを目的とする。特に、従来、切断指数型分布族に限定して研究が進められてきたが、切断指数型に限らず一般の切断分布族にまで拡張することができれば、切断コーシー分布を含む切断  $t$  分布等にも適用可能になり、その範囲が格段に広がるので応用分野への貢献が期待される。

### 3. 研究の方法

まず、切断分布族において切断母数  $\theta$  が既知の場合に関心のある母数  $\alpha$  のベイズ推定量、最尤推定量の確率展開を高次まで導出し、漸近平均、漸近分散を高次まで求める。次に、切断母数  $\theta$  が未知の場合に  $\alpha$  のベイズ推定量、最尤推定量の確率展開を高次まで導出し、漸近平均まで求めた上でベイズ推定量、最尤推定量の漸近平均を高次まで同等になるように偏り補正してから、それらの漸近分散を高次まで求める。そして、それらの推定量の高次の漸近分散を比較するとともに、正則な面を部分的にもつ広義の非正則モデルの構造が結果にどのように反映されるかを詳しく調べ検討する。さらに、ベイズ推定量の高次の漸近分散は本質的に事前分布には影響しないことが望ましいが、局外母数の存在および  $\beta$  の事前分布の所与のため、この問題はそう簡単ではない。そこで局外母数をそれらの最尤推定量で置き換えてから、 $\alpha$  のベイズ推定量を導出して最尤推定量と高次のオーダーまで比較することが考えられる。また、情報量の観点から最尤推定量とベイズ推定量を(高次のオーダーまで)漸近的に比較するが、局外母数の影響をどのように考察するかが鍵になる。

#### 4. 研究成果

正則な面を部分的にもつ広義の非正則モデルは、特に非正則な面が既知の場合には正則モデルになり、一方、正則な面が既知の場合には非正則モデルになるので、正則と非正則の双方をつなぐモデルとして重要である。そのモデルの典型として切断指数型分布族のモデルが考えられるが、特に、ファイナンス、物理学、水文学、地質学、天文学等の様々な分野で重要な(上側切断)パレート分布を含む、自然母数と切断母数をもつ切断指数型分布族において一方の母数を局外母数としてもう一方の母数の推定問題が検討されてきた。しかし、分布族を切断指数型に制約することが本質的なのかという問題が生ずる。

まず、関心のある母数  $\theta$  と切断母数  $\tau$  を含む片側切断分布族について  $\theta$  を局外母数として  $\tau$  の推定問題を考え、 $\theta$  が既知の場合の  $\tau$  の最尤推定量  $ML(\tau)$  と  $\theta$  が未知の場合の  $\tau$  の最尤推定量  $ML(\tau)$  を漸近的に2次のオーダーまで比較した。また、 $\theta$  が既知の場合の  $\tau$  の  $ML(\tau)$  の確率展開を求め、そこから2次の漸近平均と2次の漸近分散を求めた。また、 $\theta$  が既知の場合の  $\tau$  の  $ML(\tau)$  と同じ2次の漸近平均をもつように補正した( $\theta$  が未知の場合の  $\tau$  の最尤推定量  $ML^*$  についても同様なことを行った。その上で、 $\theta$  が既知の場合の  $\tau$  の  $ML(\tau)$  に対する  $\theta$  が未知の場合の  $\tau$  の  $ML^*$  の2次の漸近損失、すなわち、 $\theta$  が既知の場合の  $\tau$  の  $ML(\tau)$  の2次の漸近分散と  $\theta$  が未知の場合の  $\tau$  の  $ML^*$  の2次の漸近分散との差を求めた。その損失は、スコア関数の分散に対する、切断点  $\tau$  におけるスコア関数の値からスコア関数の平均までの距離の比として表現されている。これらの結果は片側切断指数型分布族の場合の拡張になっている。また、その例として切断コーシー分布等の場合が挙げられた。従って、分布族を切断指数型に制約することは本質的ではないことが分かり、またその結果の適用範囲は広がることも分かった。

次に、上記とは逆に、局外母数  $\theta$  をとし、切断母数  $\tau$  をもつ片側切断分布族について  $\tau$  の推定問題を考え、 $\theta$  が既知の場合の  $\tau$  の最尤推定量  $ML(\tau)$  と  $\theta$  が未知の場合の  $\tau$  の最尤推定量  $ML(\tau)$  を漸近的に2次のオーダーまで比較した。実際、 $\theta$  が既知の場合の  $\tau$  の  $ML(\tau)$  の確率展開を求め、そこから2次の漸近平均と2次の漸近分散を求めた。また、 $\theta$  が既知の場合の  $\tau$  の  $ML(\tau)$  と同じ2次の漸近平均をもつように補正した( $\theta$  が未知の場合の  $\tau$  の最尤推定量  $ML^*$  についても同様なことを行った。その上で、 $\theta$  が既知の場合の  $\tau$  の  $ML(\tau)$  に対する  $\theta$  が未知の場合の  $\tau$  の  $ML^*$  の2次の漸近損失、すなわち、 $\theta$  が既知の場合の  $\tau$  の  $ML(\tau)$  の2次の漸近分散と  $\theta$  が未知の場合の  $\tau$  の  $ML^*$  の2次の漸近分散との差を求めた。その損失は、スコア関数の分散に対する、切断点  $\tau$  におけるスコア関数の値からスコア関数の平均までの距離の比として表現されている。これらの結果は片側切断指数型分布族の場合の拡張になっている。また、その典型例となる切断コーシー分布を含む切断  $t$  分布において、位置母数または尺度母数を局外母数として切断母数の最尤推定量による近似モデルの比較を行うことが可能になった。

上記では主として大標本論の観点から研究を進めてきたが、固定(した大きさの)標本に基づく中央値不偏(median unbiased、略して MU)推定量全体のクラス  $M$  の中で、真の母数  $\theta$  の周りでの集中確率を最大にする MU 推定量を  $\tau$  の有効推定量と定義して、切断分布族の切断母数の推定問題を考えた。実は、研究代表者は著書「統計的不偏推定論」(共立出版、2019年)の第2章において正則分布族の典型である指数型分布族における自然母数  $\theta$  の(固定標本に基づく)MU 推定量全体のクラス  $M$  において  $\tau$  の有効推定量を求める方法を最強検定の手法を用いて考えて、正規分布、ガンマ分布の場合に有効推定量を具体的に求めた。本研究において同様な方法で非正則分布族の典型である切断分布族の場合に、適当な条件の下で  $M$  において切断母数の (固定標本に基づく)有効推定量を求めることができた。特にパレート分布、下側切断指数分布の場合に有効推定量を具体的に求めて、一様最小分散不偏推定量の形と比較すると、標本の大きさが10程度でほぼ同じになることが分かった。なお、集中確率による有効性の概念の方が最小分散による有効性のそれより意味が明確である面もあるので、今後、条件の緩和を考えることは有用になる。

さらに、局外母数  $\theta$  と切断母数  $\tau$  をもつ一般の下側切断分布族において、 $\theta$  が既知または未知の場合に  $\tau$  のベイズ推定量の確率展開を求め、 $\theta$  が既知のときの  $\tau$  のベイズ推定量に対する  $\theta$  が未知のときの  $\tau$  のベイズ推定量の2次の漸近損失を、2次の漸近分散の差として求めた。その際、未知の母数  $\theta$  を  $\tau$  の最尤推定量で代用した。そして、下側切断分布族の場合の結果は下側切断指数型分布族の場合のそれを系として含み、基本的な構造は変わらないことを示し、例として切断コーシー分布の場合を挙げた。従って、切断分布族を切断指数型に限定する必要がないことが示されたので、本成果によって切断  $t$  分布を含む広範囲の分布によるモデルの構造が明確化されるとともに適用可能な応用範囲も広がった。また、切断指数型に制限することが本質的でないことも明らかになった。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計17件（うち査読付論文 5件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 11件）

|   |                           |
|---|---------------------------|
| 1. 著者名<br>Akahira, M. , Ohyauchi, N.  | 4. 巻<br>Published on line |
| 2. 論文標題<br>Asymptotic loss of the MLE of a truncation parameter in the presence of a nuisance parameter for a one-sided truncated family of distributions | 5. 発行年<br>2023年           |
| 3. 雑誌名<br>Communications in Statistics - Theory and Methods   | 6. 最初と最後の頁<br>1 ~ 15      |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1080/03610926.2023.2269436   | 査読の有無<br>有                |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難  | 国際共著<br>-                 |

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>赤平 昌文、大谷内 奈穂   | 4. 巻<br>2254            |
| 2. 論文標題<br>Second order asymptotics in Bayesian estimation for a one-sided truncated family of distributions | 5. 発行年<br>2023年         |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録  | 6. 最初と最後の頁<br>108 - 117 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし   | 査読の有無<br>無              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)   | 国際共著<br>-               |

|  |                     |
|--|---------------------|
| 1. 著者名<br>江頭 健斗、矢田 和善、青嶋 誠               | 4. 巻<br>2254        |
| 2. 論文標題<br>高次元小標本における非階層型クラスタリングの一致性について | 5. 発行年<br>2023年     |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録                | 6. 最初と最後の頁<br>1 - 8 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし           | 査読の有無<br>無          |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)   | 国際共著<br>-           |

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>赤平 昌文、大谷内 奈穂   | 4. 巻<br>2221            |
| 2. 論文標題<br>On the efficiency of median unbiased estimators based on a sample of fixed size | 5. 発行年<br>2022年         |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録  | 6. 最初と最後の頁<br>115 - 123 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし   | 査読の有無<br>無              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)   | 国際共著<br>-               |

|   |                      |
|---|----------------------|
| 1. 著者名<br>伴野 創志、小池 健一   | 4. 巻<br>2221         |
| 2. 論文標題<br>Attainments of the Bayesian information bounds for escort distribution | 5. 発行年<br>2022年      |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録   | 6. 最初と最後の頁<br>1 - 13 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし  | 査読の有無<br>無           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)  | 国際共著<br>-            |

|  |                       |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名<br>江頭 健斗、矢田 和善、青嶋 誠             | 4. 巻<br>2221          |
| 2. 論文標題<br>階層的クラスタリングの高次元漸近的性質について     | 5. 発行年<br>2022年       |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録              | 6. 最初と最後の頁<br>30 - 37 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし         | 査読の有無<br>無            |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著<br>-             |

|  |                               |
|--|-------------------------------|
| 1. 著者名<br>Bando, T., Sei, T., Yata, K.   | 4. 巻<br>189                   |
| 2. 論文標題<br>Consistency of the objective general index in high-dimensional settings | 5. 発行年<br>2022年               |
| 3. 雑誌名<br>Journal of Multivariate Analysis   | 6. 最初と最後の頁<br>104938 ~ 104938 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1016/j.jmva.2021.104938                             | 査読の有無<br>有                    |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-                     |

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>Akahira, M.  | 4. 巻<br>4               |
| 2. 論文標題<br>Maximum likelihood estimation for a one-sided truncated family of distributions | 5. 発行年<br>2021年         |
| 3. 雑誌名<br>Japanese Journal of Statistics and Data Science                                  | 6. 最初と最後の頁<br>317 ~ 344 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1007/s42081-020-00098-5                                     | 査読の有無<br>有              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難   | 国際共著<br>-               |

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>Ishii, A., Yata K., Aoshima, M.                              | 4. 巻<br>73              |
| 2. 論文標題<br>Hypothesis tests for high-dimensional covariance structures | 5. 発行年<br>2021年         |
| 3. 雑誌名<br>Annals of the Institute of Statistical Mathematics           | 6. 最初と最後の頁<br>599 ~ 622 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>10.1007/s10463-020-00760-5                 | 査読の有無<br>有              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難                                 | 国際共著<br>-               |

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>青嶋 誠、石井 晶、矢田和善               | 4. 巻<br>73              |
| 2. 論文標題<br>高次元小標本における統計的仮説検定           | 5. 発行年<br>2021年         |
| 3. 雑誌名<br>数学                           | 6. 最初と最後の頁<br>360 ~ 379 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし         | 査読の有無<br>有              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著<br>-               |

|   |                         |
|---|-------------------------|
| 1. 著者名<br>赤平 昌文   | 4. 巻<br>2157            |
| 2. 論文標題<br>On the extension of maximum likelihood estimation to a one-sided family of distributions | 5. 発行年<br>2020年         |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録   | 6. 最初と最後の頁<br>135 - 144 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし  | 査読の有無<br>無              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)  | 国際共著<br>-               |

|  |                      |
|--|----------------------|
| 1. 著者名<br>江頭 健斗、矢田 和善、青嶋 誠                             | 4. 巻<br>2157         |
| 2. 論文標題<br>高次元におけるDistance Weighted Discriminationについて | 5. 発行年<br>2020年      |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録                              | 6. 最初と最後の頁<br>1 - 10 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし                         | 査読の有無<br>無           |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)                 | 国際共著<br>-            |

|   |                       |
|---|-----------------------|
| 1. 著者名<br>小池 健一、橋本 真太郎                      | 4. 巻<br>2157          |
| 2. 論文標題<br>Bobrovsky-Mayer-Wolf-Zakaiの下界の改良 | 5. 発行年<br>2020年       |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録                   | 6. 最初と最後の頁<br>31 - 38 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし              | 査読の有無<br>無            |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)      | 国際共著<br>-             |

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>赤平 昌文                        | 4. 巻<br>48              |
| 2. 論文標題<br>統計学と数学との関係                  | 5. 発行年<br>2020年         |
| 3. 雑誌名<br>現代思想                         | 6. 最初と最後の頁<br>145 - 153 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし         | 査読の有無<br>無              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著<br>-               |

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>赤平 昌文  | 4. 巻<br>2124            |
| 2. 論文標題<br>Empirical Bayes estimation of a truncation parameter for a oTEF | 5. 発行年<br>2019年         |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録  | 6. 最初と最後の頁<br>148 - 154 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし   | 査読の有無<br>無              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)                                     | 国際共著<br>-               |

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>小池 健一                        | 4. 巻<br>2124            |
| 2. 論文標題<br>ベイズ推測におけるリスク不等式の漸近的な比較      | 5. 発行年<br>2019年         |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録              | 6. 最初と最後の頁<br>103 - 111 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし         | 査読の有無<br>無              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著<br>-               |

|   |                       |
|---|-----------------------|
| 1. 著者名<br>石井 晶、矢田 和善、青嶋 誠                   | 4. 巻<br>2124          |
| 2. 論文標題<br>強スパイク固有値モデルにおける高次元一標本検定とその応用について | 5. 発行年<br>2019年       |
| 3. 雑誌名<br>京都大学 数理解析研究所講究録                   | 6. 最初と最後の頁<br>56 - 64 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)<br>なし              | 査読の有無<br>無            |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている (また、その予定である)      | 国際共著<br>-             |

[学会発表] 計9件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件)

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>矢田 和善、石井 晶、青嶋 誠               |
| 2. 発表標題<br>強スパイク固有値モデルにおける高次元共分散行列の統計的推測 |
| 3. 学会等名<br>2023年度統計関連学会連合大会              |
| 4. 発表年<br>2023年                          |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>江頭 健斗、矢田 和善、青嶋 誠              |
| 2. 発表標題<br>高次元データにおけるk-means法の漸近的性質とその応用 |
| 3. 学会等名<br>2023年度統計関連学会連合大会              |
| 4. 発表年<br>2023年                          |

|                                |
|--------------------------------|
| 1. 発表者名<br>中山 優吾、矢田 和善、青嶋 誠    |
| 2. 発表標題<br>高次元主成分分析における頑健性について |
| 3. 学会等名<br>日本数学会秋季総合分科会        |
| 4. 発表年<br>2022年                |



|                                 |
|---------------------------------|
| 1. 発表者名<br>江頭 健斗、矢田 和善、青嶋 誠     |
| 2. 発表標題<br>階層的クラスタリングの高次元漸近的振舞い |
| 3. 学会等名<br>日本数学会秋季総合分科会         |
| 4. 発表年<br>2022年                 |

|   |
|---|
| 1. 発表者名<br>中山 優吾、矢田 和善、青嶋 誠   |
| 2. 発表標題<br>Multiple outlier detection test with PCA in high-dimension, low-sample-size settings |
| 3. 学会等名<br>2022年度統計関連学会連合大会   |
| 4. 発表年<br>2022年   |

|   |
|---|
| 1. 発表者名<br>小池 健一、橋本 慎太郎                     |
| 2. 発表標題<br>Bobrovsky-Mayor-Wolf-Zakaiの下界の改良 |
| 3. 学会等名<br>日本数学会秋季総合分科会                     |
| 4. 発表年<br>2021年                             |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>矢田 和善、石井 晶、青嶋 誠                 |
| 2. 発表標題<br>高次元データにおけるノイズ構造の高精度な解析に基づく統計的推測 |
| 3. 学会等名<br>統計関連学会連合大会                      |
| 4. 発表年<br>2021年                            |

|                                |
|--------------------------------|
| 1. 発表者名<br>矢田 和善、青嶋 誠          |
| 2. 発表標題<br>高次元スパースPCAの一致性とその応用 |
| 3. 学会等名<br>統計関連学会連合大会          |
| 4. 発表年<br>2020年                |

|  |
|--|
| 1. 発表者名<br>矢田 和善、青嶋 誠                        |
| 2. 発表標題<br>高次元混合データにおける幾何学的 consistency について |
| 3. 学会等名<br>日本数学会秋季総合分科会                      |
| 4. 発表年<br>2019年                              |

〔図書〕 計2件

|                       |                 |
|-----------------------|-----------------|
| 1. 著者名<br>赤平 昌文、小池 健一 | 4. 発行年<br>2022年 |
| 2. 出版社<br>共立出版        | 5. 総ページ数<br>228 |
| 3. 書名<br>統計的逐次推定論     |                 |

|                   |                 |
|-------------------|-----------------|
| 1. 著者名<br>赤平 昌文   | 4. 発行年<br>2019年 |
| 2. 出版社<br>共立出版    | 5. 総ページ数<br>208 |
| 3. 書名<br>統計的不偏推定論 |                 |

〔産業財産権〕

〔その他〕

6. 研究組織

|       | 氏名<br>(ローマ字氏名)<br>(研究者番号)                       | 所属研究機関・部局・職<br>(機関番号)                | 備考 |
|-------|---|--------------------------------------|----|
| 研究分担者 | 青嶋 誠<br><br>(Aoshima Makoto)<br><br>(90246679)  | 筑波大学・数理物質系・教授<br><br><br><br>(12102) |    |
| 研究分担者 | 小池 健一<br><br>(Koike Kenichi)<br><br>(90260471)  | 日本大学・商学部・教授<br><br><br><br>(32665)   |    |
| 研究分担者 | 矢田 和善<br><br>(Yata Kazuyoshi)<br><br>(90585803) | 筑波大学・数理物質系・教授<br><br><br><br>(12102) |    |

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
|         |         |