様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　６ 年　６ 月 ２４ 日現在

機関番号：６２６０３
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2019～2023
課題番号：１９Ｋ１１８７２

研究課題名（和文）統計科学のための情報幾何的方法の深化と発展

研究課題名（英文）Deepening and development of information geometric methods for statistical science

研究代表者
逸見　昌之（Henmi, Masayuki）

統計数理研究所・統計基盤数理研究系・准教授

研究者番号：８０４６５９２１

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,400,000円

研究成果の概要（和文）：本研究で得られた研究成果は以下の通りである。確率密度関数全体の集合に無限次元多様体の構造を導入する既存研究のほとんどは数学の立場からのものであるが、まず代表的なOrlicz空間を用いるものとHilbert空間を用いるものについて検討し、統計学におけるセミパラメトリック推測理論を幾何学的に扱うための枠組みとしては不十分であることを示した。また、セミパラメトリック推測理論には、パラメータ汎関数の微分可能性や接空間といった、多様体に関連する概念がいくつか現れるが、それらを手掛かりとして、統計学的に意味のある無限次元多様体の構造を導入するにはどのようにしたらよいかについての指針を示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義
情報幾何学では、確率密度関数の集合としての統計モデルが有限次元多様体として扱える場合についてはよく研究されていて、統計学にも応用されているが、セミ(ノン)パラメトリックな統計手法などを幾何学的に議論するためには、統計モデルが「無限次元」となる場合の理論を整備する必要がある。本研究での成果はその出発点に過ぎないが、その理論の整備は、情報幾何学の応用範囲を大きく広げ、統計学の発展にも寄与するものである。

研究成果の概要（英文）：The result of this research is as follows. Most of the studies on infinite-dimensional manifolds of probability density functions have been conducted from a mathematical point of view. First of all, we considered the two existing researches based on Orlicz spaces and Hilbert spaces and showed that they are insufficient as a framework for geometry of semiparametric inference in statistics. In addition, we proposed a road map to introduce statistically meaningful structure of an infinite-dimensional manifold based on the concepts of differentiability of a parameter functional, tangent spaces and so on, which are defined without mentioning manifold structure in the theory of semiparametric inference.

研究分野：統計科学

キーワード：無限次元情報幾何

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１（共通）

１．研究開始当初の背景

統計的推論の微分幾何として始まった情報幾何学は、これまで、情報理論・最適化・機械学習・量子推定といった関連諸分野にも影響を及ぼしながら発展を続け、特に日本人研究者の貢献が大きい分野であるが、近年では海外でも関心が高まってきている。例えば昨年、フランスで行われた幾何学と情報科学に関する国際会議 Geometric Science of Information (GSI2017) は 3 回目を迎え、情報幾何学は第 1 回目から依然として中心的なテーマの１つとして扱われている。また今年は、Springer 社から学術誌「Information Geometry」が創刊され、C. R. Rao や B. Efron、D. R. Cox、O. E. Barndorff-Nielsen といった情報幾何学の創成期に大きな影響を与えた統計学の大御所らが祝辞を寄せている。一方、現時点において国内では、時折、情報幾何に関する研究発表が行われるものの、ほとんどが機械学習の手法に関連したものであり、理論が最もよく整備されている「双対平坦空間」と呼ばれる幾何学的構造の応用であることが多い。これは１つには、情報幾何の応用を支える理論がまだ発展途上にあること、さらには、情報幾何が統計モデルや手法、アルゴリズムなど方法論に対する幾何学的構造を議論の対象としていて、近年注目を浴びている位相的データ解析 (Topological Data Analysis) や復興の動きがある統計的形状解析 (Statistical Shape Analysis) など、データそのものの幾何学的構造を対象とする分野に比べて、新たな手法の開発や応用に結び付きにくい点が主な理由として考えられる。しかしながら、統計的推論や統計的方法の構造や仕組みを幾何学的に理解することは、それ自体が興味深いだけでなく、統計的概念や手法の見通しをよくし、また他の手法との関連を考える上でも有用であり、統計科学における理論や手法の発展に寄与するものである。また、情報幾何学は統計学のみならず、様々な数理情報科学の交差点に位置し、現代的なデータを扱う科学として変革しつつある統計学が、機械学習や最適化といった密接に関連する諸分野と連携を深めていく上で１つの指針を与える役割も期待される。

２．研究の目的

確率密度関数の集合を多様体と見なし、その上で統計的推論の構造を微分幾何学の方法により論じることから始まった情報幾何学は、これまで情報理論・最適化・機械学習などの関連諸分野にも影響を及ぼしながら発展してきたが、起源である統計学においては高次漸近理論やその他一部の限られた成果はあるものの、あまり大きな進展は得られていない。しかしながらまだ、いくつもの未解決問題が残っており、統計的推論や統計的手法の構造を幾何学の観点から理解し、発展させる可能性は十分にあると考えられる。そこで本研究では、申請者がこれまで行ってきた研究（変形指数型分布族の情報幾何や非可積分推定関数の情報幾何等）を踏まえながら、未解決である諸問題の解決を目指し、また解決すべき新たな問題の発掘なども行うことで、情報幾何学の統計科学における役割をさらに促進させることを目的とする。

３．研究の方法

本研究はその性格から理論的な研究が中心となるが、情報幾何学の学際性から、関連する研究者とのディスカッションを行いつつ、研究を進めていく。まず、これまで情報幾何学に関する共同研究を行ってきた幾何学者の松添博氏(名古屋工業大学)とは、今後も議論を続けていき、本研究で対象としている問題の幾何学的な側面についての助言を仰ぐ。また、英国 St Andrews 大学の Peter Jupp 教授は、長年、情報幾何学の理論的な側面について研究を行ってきた統計学者であるが、微分幾何学と統計学の双方に対して造詣が深く、本研究の特に推定関数の問題やシンプレクティック幾何との関連について議論を行う。また、その他の未解決問題についても、数学・統計学双方の研究者と議論する。研究成果は順次、論文としてまとめ学術誌に公表し、また、関連する国内外の研究集会などでも積極的に発表を行う。

４．研究成果

情報幾何学では、正規分布のように確率密度関数が有限個の実数値パラメータで特徴づけられていて、その全体が有限次元の可微分多様体として扱える場合については、統計学と結びつく形である程度の理論が整備されているが、セミパラメトリックやノンパラメトリックな統計手法に対して幾何学的な議論をするためには、確率密度関数の集合としてのセミパラメトリックモデルを「無限次元多様体」として扱う必要がある。このような方向性の研究として、確率密度関数全体の集合に、無限次元多様体の構造を導入する研究がいくつか存在しているが、それらのほとんどは数学の観点からのものであり、統計学とはあまり結びついていないのが現状である。本

研究ではまず、そのような既存研究のうち代表的なものとして、Orlicz 空間と Hilbert 空間をモデル空間に用いて無限次元多様体を構成する研究について検討し、それらが何故、統計学的な観点からは不十分であるのかを明らかにした。特に、統計学におけるセミパラメトリック推測理論に着目し、この理論を幾何学的に扱うために必要な条件が満たされていないことを指摘した。また、セミパラメトリック推測理論には、(推定対象となるパラメータに関する)パラメータ汎関数の微分や接空間といった、多様体に関連する概念、すなわち、無限次元多様体の構造が導入された暁にはそこから自然に誘導されるべき概念が、多様体の言葉を用いずに現れているので、これら手がかりとして、どのように無限次元多様体の構造を考えていくべきかについての指針を示した。セミパラメトリックやノンパラメトリックな統計手法も含めて様々な統計手法を幾何学的に議論するための土台を作る(確率密度関数の集合としての統計モデルを無限次元多様体と捉えてその上に計量や接続といった(微分)幾何学的な概念を定める)という目標から見ると、まだまだ道半ばではあるが、他の未解決課題と合わせて、今後も研究を続けていく予定である。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計0件

〔学会発表〕　計3件（うち招待講演　0件／うち国際学会　3件）

１．発表者名 Masayuki Henmi
２．発表標題 Information geometry associated with estimating functions
３．学会等名 The Royal Statistical Society International Conference 2022（国際学会）
４．発表年 2022年

１．発表者名 Masayuki Henmi
２．発表標題 Infinite-dimensional information geometry for statistics
３．学会等名 The Royal Statistical Society International Conference 2023（国際学会）
４．発表年 2023年

１．発表者名 Masayuki Henmi
２．発表標題 Infinite-dimensional information geometry for semiparametric statistics
３．学会等名 Institute of Mathematical Statistics Asia-Pacific Rim Meeting 2024（国際学会）
４．発表年 2024年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

－

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究協力者	松添　博 (Matsuzoe Hiroshi)		

6．研究組織（つづき）

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究協力者	ジャップ　ピーター (Jupp Peter)		

7．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計0件

8．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関