

令和 6 年 6 月 23 日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2019～2023

課題番号：19K12000

研究課題名（和文）平滑化有限要素法を用いた高性能な汎用10節点四面体要素の開発

研究課題名（英文）Development of high-performance general-purpose 10-node tetrahedral element using smoothed finite element method

研究代表者

大西 有希 (ONISHI, Yuki)

東京工業大学・工学院・助教

研究者番号：20543747

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：固体の微圧縮超大変形問題を高精度かつロバストに解くための高性能な平滑化有限要素法(S-FEM)の定式化の研究を行った。複雑形状を有する実問題を対象とするため、四面体メッシュ分割での定式化に拘り、10節点四面体(T10)に対して研究を実施した。提案手法はT10要素を放射状に4節点四面体(T4)へと再分割して既存のS-FEMを要素内で適用することにより、せん断ロッキングを回避した。また、体積成分をT10要素内一定として選択的低減積分を適用することにより、体積ロッキングと圧力チェッカーボーディングを回避した。しかし、偏差応力に空間的振動が発生する問題が新たに生じ、現在までこの問題は未解決である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

有限要素法(FEM)は近年の製品設計に欠かせない技術となっているが、未だに精度を確保することが難しい課題が山積している。特に複雑形状を対象とする実問題では高精度な四面体メッシュが生成出来ないため、やむを得ず低精度な四面体メッシュを使用しているのが現状である。本研究は四面体メッシュを用いても実用上十分な精度を確保することを目的としており、その成果が実用化されれば社会的意義は大きい。また、本研究は平滑化有限要素法(S-FEM)という次世代技術をいち早く取り入れた研究であり、適用範囲が固体力学に限らない普遍性を持つことから、その学術的意義も大きい。

研究成果の概要（英文）：The formulation of a high-performance smoothed finite element method (S-FEM) for solving large deformation nearly incompressible problems accurately and robustly is studied. In order to target real problems with complex geometry, the study was conducted on 10-node tetrahedral (T10) meshes. The proposed method avoids shear locking by radially subdividing a T10 element into a 4-node tetrahedral (T4) meshes and applying the existing S-FEM within each element. Volume locking and pressure checkerboarding were avoided by applying selective reduced integration with a constant pressure at each T10 element. However, a new issue arose in which spatial oscillations occurred in the deviatoric stress, and this issue remains unsolved to date.

研究分野：計算工学

キーワード：平滑化有限要素法 四面体メッシュ 微圧縮超大変形 ロッキング 圧力チェッカーボーディング 偏差応力振動

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

タイヤゴム、熱成形中のプラスチック、塑性加工中の金属、生体などは微圧縮性を呈する材料であり、その変形挙動解析は産業のあらゆる場面で必要となっている。微圧縮性は体積弾性率に対してせん断弾性率が大幅に小さくなった状態(ポアソン比が 0.5 に近い状態)で現れ、大変形を起こす現象に伴って表面化することが多い。また、産業の実務的な問題では複雑形状を扱うことが多いため、有限要素法(FEM)による解析では六面体メッシュ分割が難しく四面体メッシュ分割を使用せざるを得ない。このため、四面体メッシュを用いて大変形を伴う微圧縮挙動を精度良く解析したい産業ニーズは高い。ところが、四面体要素を用いて微圧縮性を呈する材料の FEM 解析を行うと、解析精度を確保することが困難であることが知られている。

例えば標準的な 4 節点四面体(T4)要素で微圧縮挙動を扱う場合、せん断ロッキングに加えて体積ロッキングや圧力チェッカーボーディングを引き起こすため極めて低精度な解しか得ることが出来ない。標準的な 10 節点四面体(T10)要素などの高次要素はせん断ロッキング対しては有効であるが、体積ロッキングや圧力チェッカーボーディングを抑えることが出来ず、また大変形解析におけるロバスト性も損なわれる。故に、大変形解析に定評のある汎用 FEM コードである ABAQUS 等を用いても微圧縮大変形問題を四面体要素で高精度かつロバストに解析することは困難なのが現状である。

上述の実状から、複雑形状の微圧縮大変形を扱う実務的な解析では i) 精度低下の発生を甘んじて受け入れて四面体要素を用い参考程度に FEM を利用する、ii) コストをかけて複雑形状を六面体メッシュに分割して六面体要素による FEM 解析を実施する、の何れかの方法が採られている。例えば、自動車タイヤメーカーの数値解析技術者はタイヤトレッド部の解析の際に多大な人的・時間的コストをかけて手動で六面体メッシュを作成して FEM 解析を実施している。これは極めて望ましくない状況であり、高精度かつロバストな四面体要素の開発は計算力学の発展にとって喫緊の重要課題であると言える。

この課題に対し、高性能四面体要素の開発が国内外で様々なアプローチにより進められている。その有力なアプローチの 1 つに平滑化有限要素法(S-FEM)が挙げられる。S-FEM は 2006 年に提唱された新しい FEM 定式化であり、要素辺や要素面あるいは節点を用いて歪みを平滑化して評価する方法の総称である。申請者はこれまで T4 要素を用いた S-FEM(S-FEM-T4)の研究を推進し、要素辺での歪み平滑と F-bar 法を組み合わせた定式化(F-barES-FEM-T4 など)を開発してきた。開発された S-FEM-T4 は既存の四面体要素と比較して高い精度とロバスト性を持つことが示されている。しかし、S-FEM-T4 は要素をまたぐ歪み平滑化が必須になるという特殊性を持つ。その特殊性が故に、S-FEM-T4 は一般的な FEM コードに実装することが難しく、既存コードへの機能追加の形で迅速に普及させることが期待できないという欠点を持つ。そこで申請者は T4 要素の代わりに T10 要素を用いる手法(S-FEM-T10)により S-FEM-T4 の欠点を克服できるのではないかというアイデアに辿り着いた。

2. 研究の目的

本研究では 10 節点四面体要素を用いて既存の FEM コードに実装可能な新しい平滑化有限要素法(SelectiveCS-FEM-T10)の定式化手法を開発し、現状未解決である四面体要素の精度とロバスト性に関する問題を解決することを目的とした。T10 要素に対して要素内歪み平滑化である Cell-based S-FEM (CS-FEM)を行うことにより要素をまたぐ歪み平滑化を廃し、既存の FEM コードへの実装を可能にする。併せて、微圧縮材料に現れる体積ロッキングと圧力チェッカーボーディングへの対策も実施し、ゴム材料等でも利用可能な定式化手法の開発を目指した。

上述の通り、S-FEM は歪み平滑化を伴う新たな FEM 定式化の総称であり、具体的な定式化には種々のパターンが考えられる。そこで、本研究では歪み平滑のパターン等を様々に変えた種々の CS-FEM-T10 要素のサーベイを行い、有力な候補を複数挙げて優れた性能を持つものを選出し、既存の四面体要素との比較を通じてその有効性を示すことを研究目的とした。

3. 研究の方法

歪み平滑のパターン等の定式化手法を種々に変えた CS-FEM-T10 を網羅的に実装し、その性能評価を行った

第 1 に、T10 要素中心への節点の導入方法について検討を行った。高次の内挿関数を使用する要素は大変形解析において不利であることから、T10 要素を T4 要素に再分割する必要がある。ただし、対称性を保ったまま T10 要素を T4 要素に分割することは原理的に不可能であることが知られている。そこで T10 要素の要素中心に新たに節点を導入することにより対称性を保つこととした。ただし、各 T10 要素中心に新たな節点を導入すると解析自由度の大幅な増加を引き起こしてしまう。そこで、各 T10 要素中心にはダミー節点を導入することとし、解析自由度の増加を回避することとした。また、通常の節点を追加する定式化とダミー節点を追加する定式化の両方を実装し、精度と大変形ロバスト性に差がないことを示した。

第 2 に、体積ロッキングと圧力チェッカーボーディングを抑制する手法について検討を行った。大変形解析においては選択的低減積分(SRI, Selective 法)と F-bar 法がその手法として知られており、両者を実装して性能比較を実施した。その結果、静解析において両者の差異はほとんど見られず、どちらも同等な精度および大変形ロバスト性を有していた。他方、動解析において F-bar 法はエネルギーの発散を誘発することが知られており、その対処法は容易ではない。よって、本研究では SRI を採用することとした(以降、SelectiveCS-FEM-T10 と称する)。なお、この時点で提案手法の解析結果には偏差応力が空間的に振動する現象が確認された。SRI により圧力チェッカーボーディング(静水圧応力が空間的に振動する現象)は抑制できたものの、偏差応力振動という新たな別問題が生じてしまった状況である。

第 3 に、偏差応力振動への対策と大変形ロバスト性の向上を目的として要素再分割パターンについて検討を行った。T10 要素を T4 要素に再分割する場合、通例は 4 個の角節点をまず切り落とし、残った八面体形状を再分割するのが通例である。しかし、この方法では先に切り取られる 4 個の T4 要素に比べて後で再分割される 8 個の T4 要素のアスペクト比(形の歪み度合)が悪くなるという欠点を持つ。また、先に切り取られた辺には要素内歪み平滑化が施されないため、歪み平滑化が要素内で偏って行われるという欠点も持つ。そこで、この通例の再分割方法を止め、ダミー節点から全節点に放射状に線分を引いて 16 個の T4

要素へと再分割する放射状再分割を提案・実装した。放射状再分割では再分割された全ての T4 要素が同等のアスペクト比を持ち、また全ての辺に要素内歪み平滑化が施される。性能評価を行うと、放射状再分割により通例の再分割よりも大変形ロバスト性が向上することが示された。しかし、偏差応力振動の問題は期待に反してほとんど低減されなかった。

第 4 に、T10 要素内歪み平滑化手法の改良を行った。これまでは要素内歪み平滑化の手法として T4 再分割で一般的に行われる Edge-based S-FEM (ES-FEM) を実施していた。しかし、上述の通り T10 要素内 ES-FEM では偏差応力振動の問題が新たに生じてしまっていた。この問題を解決するには偏差応力成分の要素内歪み平滑化手法の改良が解決策として不可欠であると考えられる。そこで、2022 年に提案された Edge Center-based Strain Smoothing Element (EC-SSE) と呼ばれる新手法を取り入れることとした。EC-SSE は全ての辺中心におけるひずみ・応力の空間連続性を担保した画期的な定式化であり、これまでの S-FEM よりひずみ・応力の解析精度を一段階引き上げる（メッシュ収束速度を 1 次から 2 次へと向上させる）ことが出来る。よって、EC-SSE は次世代平滑化有限要素法「S-FEM 2.0」と呼ぶべき定式化である。この EC-SSE を T10 要素内偏差歪みの計算に適用し、性能評価を行った。その結果、微小変形の範囲では偏差応力の解析精度が向上し、辺中心におけるひずみ・応力の連続性が確保された高精度な解が得られることが明らかとなった。しかし、大変形の範囲では偏差応力振動の問題が顕著となり、当該の問題を解決することは出来なかった。本定式化において EC-SSE は T10 要素内歪み平滑化にのみ適用されていたため、要素内の辺中心においてはひずみ・応力の連続性が得られるものの、要素間境界の辺中心においてはそれらの連続性が得られない。言わば中途半端に EC-SSE を適用しただけでは偏差応力振動の問題が解決出来ないことが明らかとなった。

4. 研究成果

せん断・体積ロッキングと圧力チェッカーボーディングを抑制できる四面体有限要素である SelectiveCS-FEM-T10 を開発した。一般的な四面体要素では不可避であるロッキングと圧力チェッカーボーディングの問題を回避している点において、提案手法は一定の優位性を持つと考えられる。加えて、T4 要素を用いる他の平滑化有限要素法は要素をまたぐ歪み平滑化を行うため汎用 FEM への実装が困難であるが、T10 要素を用いる提案手法は要素内歪み平滑化のみで済む定式化のため汎用 FEM に容易に実装可能である。他方、提案手法は新たに生じた偏差応力振動の問題が未だ解決出来ていない。偏差応力振動は Mises 応力等の固体力学において重要な指標の計算精度に影響を与えるため、圧力チェッカーボーディング以上に致命的な悪影響を解析結果に与えてしまう。従って、現状の SelectiveCS-FEM-T10 は「あちらを立てればこちらが立たぬ」の代替手法に留まっており、一般に広く普及させるに価する新四面体要素定式化にはなり得ていないのが実情である。

一方、本研究の途中で取り入れた最新手法である EC-SSE による精度向上は特筆すべき成果となった。上述の通り、提案手法は大変形解析において偏差応力振動の問題を回避できなかったものの、微小変形解析では偏差応力振動は発生せず、既存手法より明らかに滑らかで高精度なひずみ・応力が得られることが示された。「S-FEM 2.0」と呼ぶにふさわしい飛躍的進歩をもたらした EC-SSE をいち早く取り入れて実装し、その性能評価を行った点は本研究の重要な成果であったと考える。この性能評価を経て、EC-SSE を主軸として全面的に採用し、体積ロッキングおよび圧力チェッカーボーディングを低減する手法の開発へと

つなげる策が考え浮かぶに至った。今後の研究方針に対する貴重な着想を得ることが出来たと考える。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yuki ONISHI	4. 巻 214101
2. 論文標題 Selective Cell-Based Smoothed Finite Element Method Using 10-Node Tetrahedral Element with Radial Element Subdivision	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Journal of Computational Methods	6. 最初と最後の頁 1-29
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S0219876221410152	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yuki Onishi	4. 巻 17
2. 論文標題 A Concept of Cell-Based Smoothed Finite Element Method Using 10-Node Tetrahedral Elements (CS-FEM-T10) for Large Deformation Problems of Nearly Incompressible Solids	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 International Journal of Computational Methods	6. 最初と最後の頁 1845009
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S0219876218450093	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計17件（うち招待講演 4件 / うち国際学会 8件）

1. 発表者名 Yuki ONISHI
2. 発表標題 A Brief Introduction to Smoothed Finite Element Method (S-FEM)
3. 学会等名 The 6th German-Japanese Workshop on Computational Mechanics (GJ6) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 大西有希
2. 発表標題 4節点四面体エッジ中心ひずみ平滑要素(EC-SSE-T4)に基づく微圧縮大変形解析
3. 学会等名 第36回計算力学講演会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 大西有希
2. 発表標題 10節点四面体パッチを用いた平滑化有限要素法による微圧縮大変形解析
3. 学会等名 第28回計算工学講演会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 大西有希
2. 発表標題 10節点四面体ひずみ平滑要素による微圧縮大変形解析
3. 学会等名 第27回計算工学講演会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yuki ONISHI
2. 発表標題 A large deformation tetrahedralsmoothed finite element formulationfor nearly incompressible solidsbased on the strain smoothed element (SSE) technique
3. 学会等名 The 13th International Conference on Computational Methods (ICCM2022) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 大西有希
2. 発表標題 4節点四面体ひずみ平滑要素(SSE-T4)に基づく微圧縮大変形解析
3. 学会等名 第35回計算力学講演会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 大西有希
2. 発表標題 放射状メッシュ再分割を用いた10節点四面体平滑化有限要素法の動的大変形性能評価
3. 学会等名 第34回計算力学講演会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuki ONISHI
2. 発表標題 Modal and Dynamic Explicit Analyses with the Latest Tetrahedral Smoothed Finite Element Method
3. 学会等名 IUTAM Symposium on Computational methods for large-scale and complex wave problems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuki ONISHI
2. 発表標題 Explicit Dynamic Analysis using SelectiveCS-FEM-T10 with Radial Element Subdivision
3. 学会等名 The 12th International Conference on Computational Methods (ICCM2021) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuki ONISHI
2. 発表標題 SelectiveCS-FEM-T10 with Radial-type Mesh Subdivision
3. 学会等名 The 11th International Conference on Computational Methods (ICCM2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 大西有希
2. 発表標題 10節点四面体の放射状メッシュ再分割を用いた平滑化有限要素法
3. 学会等名 計力スクエア (CMD2020)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 大西有希
2. 発表標題 微圧縮大変形のための四面体平滑化有限要素法の現状
3. 学会等名 第41回ゴムの力学研究分科会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuki Onishi
2. 発表標題 SelectiveCS-FEM-T10: Selective cell-based smoothed finite element methods with 10-node tetrahedral elements
3. 学会等名 The 7th Asian Pacific Congress on Computational Mechanics (APCOM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuki Onishi
2. 発表標題 Smoothed Finite Element Methods: Recent Academic/Practical Progress
3. 学会等名 The 10th International Conference on Computational Methods (ICCM2019) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuki Onishi
2. 発表標題 An optimal multiple smoothing scheme of selective cell-based smoothed finite element methods with 10-node tetrahedral elements for large deformation of nearly incompressible solids
3. 学会等名 The 10th International Conference on Computational Methods (ICCM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大西有希
2. 発表標題 担当体積に平滑化を施した10節点四面体平滑化有限要素による微圧縮大変形解析
3. 学会等名 第32回計算力学講演会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大西有希
2. 発表標題 10節点四面体セルベース平滑化有限要素(CS-FEM-T10)の性能評価
3. 学会等名 第24回計算工学講演会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

大西有希のウェブサイト https://www.a.sc.e.titech.ac.jp/~yuki/
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------