

令和 3 年 6 月 10 日現在

機関番号：56203

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2020

課題番号：19K14543

研究課題名（和文）放物型フローを応用した複素構造の存在問題に対する新たなアプローチ

研究課題名（英文）A new approach for the existence problem of the complex structure by applying parabolic flows

研究代表者

川村 昌也（Kawamura, Masaya）

香川高等専門学校・一般教育科（高松キャンパス）・講師

研究者番号：90805673

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,700,000 円

研究成果の概要（和文）：本研究課題の1年目は、主に概Hermitian曲率フロー(AHCF)の正則性の問題に取り組み、高階の正則性などの解の持つ性質を検証した。長時間解の存在性に対する障害について考察し、(AHCF)の長時間における解の存在性に対する障害を減れと曲率を用いて示すことができた。2年目に、(AHCF)の解と任意の概Hermitian計量の間の一樣同値性を示すことができた。現在、これらの結果を基にして、Chern-Ricci曲率の正性が(AHCF)に沿って保存可能であることに証明を与えている。この結果を応用することで、曲率と概複素構造の可積分性の関係性を明らかにする。

研究成果の学術的意義や社会的意義

概複素構造の積分可能性については、知られていない部分が多く、例えば6次元球面に複素構造が入るかどうかという問題は約70年間未解決の問題である。私の研究は、放物型フローを用いて、曲率と概複素構造の積分可能性の関係性を明らかにしようという試みであり、これまでとは異なるアプローチによって、今まで得られなかった新しい結果が得られる可能性を多く秘めている。今回の研究により、概Hermitian曲率フローの持つ性質が幾つか明らかになり、これらの結果を基にして曲率の正性の保存性などの研究が現在も進行中である。

研究成果の概要（英文）：In the first year of this research project, we mainly tackled the problem of the regularity of the almost Hermitian curvature flow (AHCF). We investigated some properties of solutions to the flow (AHCF) such as the higher order regularity. We studied the obstacle for the existence of the long time solution, and we then could show the obstacle by using the torsion and the curvature. In the second year, we gave a proof of the uniform equivalence between a solution of (AHCF) and an arbitrary chosen almost Hermitian metric. Based on these results, we have been working on proving that some positivity of the Chern-Ricci curvature can be preserved along (AHCF). By applying the positivity preserved along the flow, we will show the relation between the curvature and the integrability of the almost complex structure.

研究分野：微分幾何学

キーワード：放物型フロー 複素構造 概複素幾何学 チャーン接続

1. 研究開始当初の背景

Streets と Tian により, Kähler-Ricci flow に近い構造をできる限り引継ぎ, Hermitian 性を保存する Kähler-Ricci flow を, 捩れを持つ Hermitian の場合に一般化した放物型フローとして pluriclosed flow (PF) 及び Hermitian curvature flow (HCF) が定義された. 基本的なアイデアは, Hermitian 計量の放物型フローを構成するために, Levi-Civita 接続の代わりに Chern 接続を用いることである. これらのフロー (PF), (HCF) は Hermitian 幾何学における, (RF) の類似物と考えられる. (RF) が Hilbert 汎関数から導出されたのと同様に, (HCF) もある汎関数の Euler-Lagrange 方程式の形から得られている. また, (RF) はある Schrödinger 作用素の勾配フローであるが, 一方 (PF) の解から弦理論における非線形シグマモデルの Renormalization group flow が構成できて, ある非線形 Schrödinger 作用素の第 1 固有値の勾配フローとなることが分かっている. Streets-Tian は同じ初期条件を持つ (HCF) の解と (PF) の解が同値であることを示した (Streets-Tian identifiability theorem). 私の研究のアプローチは, この結果を複素素の場合に拡張することを目指すことに端を発している. 本研究開始の背景として, まず, (PF) と同じ形で初期条件を概 Hermitian 計量とするフローとして概 Hermitian フロー (AHF) を定義した. (PF) の場合は, pluriclosed 性が保存されることを示し, その性質を利用して解の短時間存在と一意性を示していましたが, (AHF) ではそのような性質を用いることなく, Chern 接続と Levi-Civita 接続の差を考察することで解の短時間存在と一意性を得ている. そして概 Hermitian 曲率フロー (AHCF) というフローを定義し, 同じ初期条件を持つ (AHF) と (AHCF) の解は同値であることを示し, Streets-Tian identifiability 定理の結果を複素素の場合に一般化した. 次の研究として, (AHF) 及び (AHCF) の正則性についての結果や解の長時間存在の障害, また, 他の概 Hermitian 計量との一様同値性について研究を進めることを考えた. このような非 Kähler の場合における研究は, 超対称性に現れる重要な多様体が非 Kähler であることなど, 超弦理論などの数理物理学の研究に強いつながりを持つ. 例えば pluriclosed flow は超対称性モデルを構成すると考えられているフローであり, 超弦理論にも応用される重要な研究対象である. これらのフローの複素素多様体への拡張として私が定義したのが, 概 Hermitian フローと概 Hermitian 曲率フローであり, これらのフローに沿って保存される性質などを調べながら, 幾何学的特長の分類を進めることを考えている. 例えば, Griffiths の意味での曲率の正性の保存性を調べることで, その結果を元にして, 6 次元球面など, 多様体上の複素構造の存在問題に対しての新しいアプローチができると考えている. また, 概 Hermitian 多様体上の放物型フローとして, almost pluriclosed flow, scalar Calabi-type flow を定義し, 短時間一意解の存在性を示している. 特に, almost pluriclosed flow は almost pluriclosed 性を保存し, scalar Calabi-type flow は概 balanced 性を保存することを示している. また, scalar Calabi-type flow について, ある形式 ω_0 が ω_t に C^k 位相で十分近ければ, 解 $\omega(t)$ は全ての $t \in [0, \infty)$ に対して存在し, $t \rightarrow \infty$ のとき ω_t 位相で ω_∞ に収束することを示している. 今後も, 複素素多様体上の放物型フローを複素素多様体上に拡張することで, 概 Hermitian 幾何の研究を発展させるためにこの研究を開始するに至った.

2. 研究の目的

複素素構造の積分可能性については, 知られていない部分が多く, 例えば 6 次元球面に複素構造が入るかどうかという問題は約 70 年間未解決の問題である. 私の研究は, 放物型フローを用いて, 曲率と複素素構造の積分可能性の関係性を明らかにしようという試みであり, これまでとは異なるアプローチによって, 今まで得られなかった新しい結果が得られる可能性を多く秘めている.

3. 研究の方法

新しく定義した二つの放物型フローである概 Hermitian フロー (AHF) と概 Hermitian 曲率フロー (AHCF) の短時間における解の存在と一意性を示しており, (AHF) の解が (AHCF) の解に一致することを示し, Streets-Tian の identifiability 定理を一般化することができている. これらの放物型フローを用いることで曲率と複素素構造の積分可能性の関係性を明らかにする.

4 . 研究成果

本研究課題の1年目は、主に概 Hermitian 曲率フロー (AHCF) の正則性の問題に取り組み、高階の正則性などの解の持つ性質を検証した。長時間解の存在性に対する障害について考察し、(AHCF) の長時間における解の存在性に対する障害を捩れと曲率を用いて示すことができた。2年目に、(AHCF) の解と任意の概 Hermitian 計量の間の一様同値性を示すことができた。現在、これらの結果を基にして、Chern-Ricci 曲率の正性が (AHCF) に沿って保存可能であることに証明を与えている。この結果を応用することで、曲率と概複素構造の可積分性の関係性を明らかにする。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Masaya Kawamura	4. 巻 44
2. 論文標題 Regularity results for the almost Hermitian curvature flow	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Tsukuba Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 63-120
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.21099/tkbjm/20204401063	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masaya Kawamura	4. 巻 44
2. 論文標題 Uniform equivalence between almost Hermitian metrics and the solution to the almost Hermitian flow	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Kodai Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 20-46
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2996/kmj44102	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 川村昌也
2. 発表標題 概Hermitian曲率フローの解の性質について
3. 学会等名 日本数学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------