

令和 5 年 6 月 6 日現在

機関番号：15301

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2022

課題番号：19K14552

研究課題名（和文）非有界係数を持つ経路依存型・非衝突型の確率微分方程式の数値解析と密度関数の研究

研究課題名（英文）Numerical analysis and density functions path-dependent/non-colliding stochastic differential equations with non-bounded coefficients

研究代表者

田口 大 (Taguchi, Dai)

岡山大学・異分野基礎科学研究所・准教授

研究者番号：70804657

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,100,000円

研究成果の概要（和文）：次の8点の研究結果を得た。
非有界係数の密度の評価と数値解析 非滑らかな関数に対する確率微分方程式の数値解析 後退確率Volterra積分方程式の離散近似 Polynomial diffusionsの離散近似 拡散係数が不連続関数である確率微分方程式のEuler-Maruyama近似 安定過程によって駆動される確率微分方程式のEuler-Maruyama近似
Cox-Ingersoll-Ross過程のEuler-Maruyama近似 radial Dunkl processの数値解析。なお、本研究の結果の
については学術雑誌に出版済みであり、 については投稿準備中である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の成果により、これまで数値解析が難しかった、もしくは精度が保証されていなかった確率過程に対して、精度保証付きの数値計算を行うことができるようになった。特に、多次元の確率過程に対する数値解析手法を導入し、強収束の誤差評価を精密に与えた。また、確率密度関数の解析を行い、Avikainenの不等式を多次元の確率過程の場合にまで拡張することによって、通常モンテカルロ法よりも効率的に数値計算が可能となるMultilevel Monte Carlo methodを適用できるようになり、計算量が大幅に改善できるようになった。

研究成果の概要（英文）：In this research, the following seven results were obtained.

(1) Density estimates in the case of unbounded coefficients and its application to numerical analysis (2) Numerical analysis of irregular functionals of stochastic differential equations and its application to the Multilevel Monte Carlo method. (3) Discrete approximation for backward stochastic Volterra integral equations. (4) Discrete approximation for Polynomial diffusions. (5) Numerical analysis of stochastic differential equations with irregular diffusion coefficient. (6) Numerical analysis of stochastic differential equations driven by α -stable process with irregular diffusion coefficient. (7) Numerical analysis for Cox-Ingersoll-Ross (CIR) process. The results of (1)-(5) have already been published, and the result of (6)(7)(8) is in preparation for submission.

研究分野：確率数値解析

キーワード：確率微分方程式 Euler-Maruyama近似 Multilevel Monte Carlo法 Avikainenの不等式 非衝突確率過程 後退確率Volterra積分方程式 Polynomial diffusions CIR過程

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

確率微分方程式の数値計算は丸山氏が導入した折れ線近似の理論である Euler-Maruyama 近似が最も基本的であり、金融機関における金融派生商品の計算など様々な分野で応用されるなど、広大な適用範囲がある方法である。また、確率微分方程式の解の密度関数の存在と性質は、偏微分方程式の基本解の構成方法である parametrix method (摂動論) を用いた解析的手法と Malliavin 解析を用いた確率論的手法などを用いて主に研究されてきた。しかし、これらの先行研究では確率微分方程式の係数は有界である、もしくは十分滑らかであることが仮定されることが多く、物理学や数理ファイナンス等の応用分野で用いられている確率微分方程式の係数は、係数が非有界である場合や滑らかではない場合が多いにも関わらず、その数値解析と密度関数に関する研究は未発展である。また、非衝突確率過程 (非有界な係数をもつ確率微分方程式の特別な場合である) の数値解析については、近年申請者は Hoang-Long Ngo 氏 (Hanoi National University of Education) との共同研究において、Implicit Euler-Maruyama 近似を導入することにより、「衝突しない」という性質を持つ離散近似を導入し、その収束に関する精密な誤差評価を与えた。しかしながら、確率過程の次元に関する非常に強い制限が必要であり、また実際の数値計算に応用するためには「制限付き多元連立多項式」の零点を数値計算する必要があるという問題点がある。そこで、非有界な係数を持つ (経路依存型) 確率微分方程式という一般的な条件の下で、①密度関数の存在と性質の解析、②新たな数値解析手法の構成、③既存の Euler-Maruyama 近似の精密な誤差評価、の3点を解決する必要がある。

2. 研究の目的

本研究の目的は、非有界な係数を持つ (経路依存型) 確率微分方程式と非衝突確率過程の「数値計算方法の構成と誤差評価」と「密度関数の解析」を研究することである。特に、(1) 非有界な係数を持つ (経路依存型) 確率微分方程式の密度関数と数値解析、(2) 非衝突確率過程の密度関数と数値解析、の2つの項目について解析することを目的とする。

(1) に関しては、密度関数の詳細な性質を解析すること、および Euler-Maruyama 近似の収束誤差に関する精密な評価を与えることを目的とする。前者の密度関数の解析については、ガウス型の評価および、より精密な評価、密度関数の滑らかさ (ヘルダー連続性など) を与えること、初期値に関する微分可能性とその上からの評価など、既存の研究で証明されていることを非有界かつ経路依存の場合にまで拡張することを目的としている。また、後者の Euler-Maruyama 近似の収束誤差評価については、密度関数の差の評価も含めた弱収束に関する誤差評価、係数が非滑らかな状況における強収束に関する誤差評価など、既存の研究で証明されていることを非有界かつ経路依存の場合にまで拡張することを目的としている。

(2) に関しては、制限付き多元連立多項式の数値計算に関して、グレブナー基底を用いて数値計算する方法と、この方程式を必要とせず実装が可能な離散近似を構成することを目的とする。特に、これまでの研究では、次元に関する強い制限が必要であったが、この制限を取り払うことのできる数値解析手法の構築を目的としている。さらに、既存の方法では、「制限付き多元連立多項式」の零点を数値計算する必要があるが、この数値計算を必要としない新しい手法の導入も本研究の目的の一つである。

3. 研究の方法

研究の目的に挙げた課題 (1)、(2) に関して、以下の方法を用いて研究する。

(1) 非有界係数の場合の密度の評価とその数値解析について。

これまで密度関数の性質の解析に関する研究は、確率微分方程式の係数が有界である場合に広く研究されてきた。これは、指数マルチンゲール・Maruyama-Girsanov の定理に関する Novikov 条件を確認するために係数の有界性が有用であるという見方もできる。一方で、Novikov 条件を局所的に適用することで、Maruyama-Girsanov の定理を非有界な係数をもつ確率微分方程式に対して適用することができる。この方法と既存の偏微分方程式の基本解の構成方法である parametrix method (摂動論) を用いた解析的手法を組み合わせることで、確率密度関数の詳細な性質を解析する。

Euler-Maruyama 近似の弱収束に関する問題はこれまで、対応する熱方程式を用いて解析され

てきたが、経路依存型である場合はこれを直接用いることはできない。そこで、密度関数に関して Maruyama-Girsanov の定理を用いることで、具体的に表現し熱方程式を用いた手法を適用することで、確率密度関数に関する数値解析と誤差評価に応用する。

(2) 非衝突確率過程の密度関数と数値解析について。

既存の非衝突確率過程に関する数値解析は、Implicit Euler-Maruyama 近似の定義に用いられる「非線形方程式」の解を数値計算する必要がある。この問題に対しては「非線形方程式」を「制限付き多元連立多項式」の零点を求める問題に変換することで、グレブナー基底を用いて数値計算できる形に変換する方法を適用する。また、実装が可能な離散近似の構成については、非衝突確率過程を別の多次元境界付き確率微分方程式に変換することで、別の数値解析の問題に置き換える方法と、非衝突確率過程の係数を上からパラメータを用いて切り捨てることで、問題を有界である場合に置き換える方法を適用する。

4. 研究成果

本研究課題について、以下の①から⑧の項目に関する成果を得た。

- ① 非有界係数の場合の密度の評価とその数値解析
- ② 数理ファイナンスなどで現れる非滑らかなテスト関数に対する確率微分方程式の数値解析と Multilevel Monte Carlo method への応用 (Avikainen の不等式の拡張)
- ③ 後退確率 Volterra 積分方程式に関する離散近似
- ④ Polynomial diffusions と呼ばれる拡散係数が $1/2$ -ヘルダー連続な場合の多次元確率微分方程式の離散近似手法
- ⑤ 拡散係数が不連続関数である場合の 1 次元確率微分方程式に対する Euler-Maruyama 近似の誤差評価
- ⑥ 拡散係数が不連続関数である場合の α 安定過程によって駆動される確率微分方程式に対する Euler-Maruyama 近似の誤差評価
- ⑦ Cox-Ingersoll-Ross (CIR) 過程に対する Euler-Maruyama 近似の誤差評価
- ⑧ 非衝突確率過程/radial Dunkl process の数値解析

①について、田中章博氏（三井住友銀行/大阪大学）との共同研究である。これまで密度関数の研究は、確率微分方程式の係数がある場合に広く研究されてきたが、Girsanov の定理を局所的に用いることでその問題点を改善し、密度関数のガウス型の評価を用いて、確率微分方程式の解の離散近似の誤差評価を得た。本研究の結果は Stochastic Processes and their Applications に出版されている。

②について、田中章博氏（三井住友銀行/大阪大学）と湯浅智意氏（東京都立大学）との共同研究である。これまで Avikainen の不等式は 1 次元の場合にのみ証明されていた。その理由は、主に Skorokhod の表現定理を用いた確率変数の表現が、1 次元の場合にのみ具体的に可能であるという点から来ている。本研究では、その代わりに実解析等で用いられているハーディーリトルウッドの極大関数と Hajlasz によって証明されたソボレフ空間の特徴づけを用いて、多次元の場合にまで拡張を行った。これにより、例えば、多次元の確率過程が滑らかな領域に滞在する確率を Multilevel Monte Carlo method を用いて効率的に数値計算することが可能となる。本研究結果は、IMA Journal of Numerical Analysis に出版されている。

③について、濱口雄史氏（大阪大学）との共同研究である。通常の後退確率微分方程式に関する離散近似は広く研究されていたが、その一般化である後退確率 Volterra 積分方程式の離散近似手法は特別な場合のみ考えられてきた。本研究では、一般のリプシッツ条件の元で離散近似手法を導入し、その精密な誤差評価を与えた。この問題は、研究開始当初想定していなかった研究課題である。これにより、確率制御問題や数理ファイナンスなどの様々な分野でこれまで実装できなかった数値解析が可能になると期待できる。本研究の結果は ESAIM: Probability and Statistics に出版されている。

④について、中川卓也氏（立命館大学）、湯浅智意氏（東京都立大学）との共同研究である。拡散係数が $1/2$ -ヘルダー連続である場合の確率微分方程式の解の存在と一意性は、高次元の場合は特別な場合しか知られていない。その方程式の一つとして Polynomial diffusions があり、その離散近似を導入し誤差評価に関する結果を得た。1 次元の場合であれば Lamperti 変換を用いて拡散係数のヘルダー連続性をドリフト係数の問題に置き換えることができる。一方で多次元の場合には同様の変換を用いることができないため解の一意性を証明する際に用いられている

別の変換手法を適用することで拡散係数のヘルダー連続性をドリフト係数の問題に置き換えることができる。本研究ではこの変換を元に数値解析手法を導入した。本研究の結果は Journal of Mathematical Analysis and Applications に出版されている。

⑤について、1次元確率微分方程式は拡散係数が不連続な関数であっても道ごとの一意性が成立することが証明されている。しかし、これまでの研究では不連続性の問題点から、その数値解析手法である Euler-Maruyama 近似は特別な場合でのみ誤差評価が与えられていた。本研究では Avikainen によって証明された不等式を適用することによって局所時間に関する議論と組み合わせることで道ごとの一意性が成立する条件の元で Euler-Maruyama 近似の誤差評価に関する結果を得た。本研究の結果は Journal of Complexity に出版されている。

⑥について、ブラウン運動の場合と同様に、 α 安定過程によって駆動される 1次元確率微分方程式は拡散係数が不連続な関数であっても道ごとの一意性が成立することが証明されている。しかし、これまでの研究では不連続性の問題点から、その数値解析手法である Euler-Maruyama 近似はヘルダー連続である場合でのみ誤差評価が与えられていた。本研究では Avikainen によって証明された不等式を拡張し、局所時間に関する手法と組み合わせることで、道ごとの一意性が成立する条件の元で Euler-Maruyama 近似の誤差評価に関する結果を得た。この結果については、まだ定理の拡張を検討段階のため、投稿準備中である。

⑦について、田中佑弥氏（第一生命保険株式会社）との共同研究である。ブラウン運動によって駆動される 1次元確率微分方程式の拡散係数がルートで表される確率過程である CIR 過程は、数理ファイナンスにおいて広く応用されており、その数値解析は広く研究されている。特に、非負値の確率過程であるが、これまでの研究ではパラメータに仮定をおくことで、真に正の値をとる状況における数値解析の研究が主流であった。本研究では、CIR 過程のパラメータに関する仮定に制限を置くことなく、また CIR 過程の初期値も原点を取ってもよいという状況（非負値）において、拡散係数に関する不等式と負のモーメントの評価を組み合わせることで、通常 Euler-Maruyama 近似の誤差評価に関する結果を得た。この結果についても、まだ定理の拡張を検討段階のため、投稿準備中である。

⑧について、Hoang-Long Ngo 氏（Hanoi National University of Education）との共同研究である。Bessel 過程や Dyson Brownian motion などの非衝突確率過程の自然な拡張である radial Dunkl process と呼ばれるルート系を用いて定式化される確率過程に関する実装可能な数値解析手法の構築およびその精密な誤差評価に関する結果を得た。具体的には、「3. 研究の方法」で述べた非衝突確率過程の係数を上からパラメータを用いて切り捨てることで、問題を有界である場合に置き換える方法を用いて、Implicit-Euler-Maruyama 近似の数値計算に必要な「非線形方程式」の数値計算を実装可能なものにする結果を得た。この結果についても、まだ定理の拡張を検討段階のため、投稿準備中である。

今後の展望について、非衝突確率過程の数値解析に関する研究について、制限付き多元連立多項式の数値計算のために、代数方程式に関するグレブナー基底や関数の最小値を求める問題に置き換えることで、確率勾配降下法などを用いた計算方法が適用できないか検討中である。さらに制限付き多元連立多項式の数値計算を必要としない数値計算方法の導入も検討中である。また、この確率過程は、ある変換を用いて確率微分方程式の係数が「多項式増大する」場合に交換することができる。近年、係数が多項式増大する確率微分方程式の数値解析手法として「tamed Euler-Maruyama 近似」と呼ばれる数値解析手法が注目を集めている。Implicit Euler-Maruyama 近似は非線形方程式の数値計算が必要であるため、通常 Euler-Maruyama 近似よりも計算量が必要となる手法であるが、tamed Euler-Maruyama 近似は非線形方程式を用いる必要がないため、より効率的な数値計算が可能となる手法である。今後の研究の推進方策として、非衝突確率過程（の変換した方程式）に対する tamed Euler-Maruyama 近似を考え、その誤差評価が得られないか検討する予定である。

Avikainen の不等式と密度関数の研究については、Besov 空間論を用いた研究手法が有用であると考えている。近年、Romito 氏によって導入された one-step Euler-Maruyama 近似を用いた方法によって、係数が適当な条件を満たせば確率微分方程式の解に密度関数が存在し、さらに Besov 空間に属することが知られている。この方法は非常に適用範囲の広い方法であるため、非有界な係数を持つ（経路依存型）確率微分方程式と非衝突確率過程に適用し、密度関数の regularity を研究できると考えている。また、高次元の場合の Avikainen の不等式を非衝突確率過程とその離散近似に対しても適用するために、Implicit Euler-Maruyama 近似の密度関数に対するガウス型の評価についても研究する予定である。通常 Euler-Maruyama 近似であれば、密度関数の評価については研究が行われているが、Implicit Euler-Maruyama 近似の場合には、まだ研究が行われていない。Romito 氏による方法を拡張することで、上記のガウス型評価など密度関数の評価と regularity が得られないか検討する予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Dai Taguchi and Takahiro Tsuchiya	4. 巻 98
2. 論文標題 Newton-Kantorovitch method for decoupled forward-backward stochastic differential equations	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Electronic Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 1-16
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Dai Taguchi, Akihiro Tanaka and Tomooki Yuasa	4. 巻 -
2. 論文標題 L^q -error estimates for approximation of irregular functionals of random vectors	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IMA Journal of Numerical Analysis	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1093/imanum/draa096	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Taguchi Dai, Tanaka Akihiro	4. 巻 -
2. 論文標題 Probability density function of SDEs with unbounded and path-dependent drift coefficient	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and their Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.spa.2020.03.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yushi Hamaguchi, Dai Taguchi	4. 巻 27
2. 論文標題 Approximations for adapted M-solutions of Type-II backward stochastic Volterra integral equations	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 ESAIM: Probability and Statistics	6. 最初と最後の頁 19-79
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takuya Nakagawa, Dai Taguchi, Tomooki Yuasa,	4. 巻 519
2. 論文標題 Semi-implicit Euler--Maruyama scheme for polynomial diffusions on the unit ball	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Dai Taguchi	4. 巻 74
2. 論文標題 On the strong convergence rate for the Euler--Maruyama scheme of one-dimensional SDEs with irregular diffusion coefficient and local time	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Complexity.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計26件 (うち招待講演 10件 / うち国際学会 11件)

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 確率微分方程式の数値解析, Euler--Maruyama 近似の近年の話題
3. 学会等名 日本数学会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 Numerical schemes for radial Dunkl processes
3. 学会等名 確率解析とその周辺
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Backward and truncated Euler--Maruyama schemes for radial Dunkl processes
3. 学会等名 International Conference on Monte Carlo Methods and Applications (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Numerical schemes for radial Dunkl processes
3. 学会等名 AIMS Ghana's Online Research Seminar Series (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Numerical schemes for radial Dunkl processes
3. 学会等名 MFO-RIMS Tandem Workshop (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Multi-dimensional Avikainen's estimates
3. 学会等名 立命館大学ファイナンスセミナー
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Multi-dimensional Avikainen's estimates
3. 学会等名 大阪大学確率論セミナー
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Multi-dimensional Avikainen's estimates
3. 学会等名 確率解析とその周辺
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Multi-dimensional Avikainen's estimates
3. 学会等名 14th International Conference on Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Multi-dimensional Avikainen's estimates
3. 学会等名 Probability Seminar of Toulouse (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Multi-dimensional Avikainen's estimates
3. 学会等名 Monash Probability and Statistics Seminar (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 確率微分方程式の数値解析, Euler-Maruyama 近似の近年の話題
3. 学会等名 日本数学会2021年度年会 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 Probability density function of SDEs with unbounded and path--dependent drift coefficient
3. 学会等名 関西大学 確率論セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 Implicit Euler--Maruyama scheme for radial Dunkl processes
3. 学会等名 九州確率論セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 Implicit Euler--Maruyama scheme for radial Dunkl processes
3. 学会等名 確率論ヤングサマーセミナー 2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 Implicit Euler--Maruyama scheme for radial Dunkl processes
3. 学会等名 確率解析とその周辺
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 A generalized Avikainen 's estimate and its applications
3. 学会等名 第七回数理解ファイナンス合宿型セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 A generalized Avikainen 's estimate and its applications
3. 学会等名 確率論シンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Probability density function of SDEs with unbounded and path--dependent drift coefficient
3. 学会等名 ICIAM Congress (the international Congress of Industrial and Applied Mathematics) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 確率微分方程式の数値解析
3. 学会等名 日本数学会2020年度年会 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 Avikainen の不等式と確率数値解析
3. 学会等名 関西大学 確率論研究会 2022 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 田口大
2. 発表標題 CIR過程の数値解析について
3. 学会等名 2022年度中之島ワークショップ 金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2022 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Numerical schemes for radial Dunkl processes
3. 学会等名 MFO-RIMS Tandem Workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Numerical schemes for Dyson's Brownian motions and radial Dunkl processes
3. 学会等名 Theory of Markov Semigroups and Schrodinger Operators seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Avikainen's estimate and its application to numerical analysis for SDEs
3. 学会等名 Seminar on Probability and Mathematical Statistics at Vietnam Academy of Science and Technology Institute of Mathematics. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Dai Taguchi
2. 発表標題 Approximation for Levy driven SDEs with irregular coefficient
3. 学会等名 MATRIX conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

岡山確率論セミナー https://sites.google.com/view/okayama-prob 岡山 確率解析ワークショップ 2022 https://sites.google.com/view/okayama-prob-2022
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	田中 章博 (Tanaka Akihiro)	大阪大学・三井住友銀行	
研究協力者	土屋 貴裕 (Tsuchiya Takahiro)	会津大学	
研究協力者	中川 卓也 (Nakagawa Takuya)	立命館大学	
研究協力者	濱口 雄史 (Hamaguchi Yushi)	大阪大学	
研究協力者	湯浅 智意 (Yuasa Tomooki)	東京都立大学	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ベトナム	Hanoi National University of Education			