

様 式 C - 1 9、F - 1 9 - 1、Z - 1 9 （共通）

科学研究費助成事業 研究成果報告書



令和 5 年 5 月 7 日現在

機関番号：32657

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2022

課題番号：19K14570

研究課題名（和文）非線形シュレディンガー方程式における初期条件と大域可解性の関係

研究課題名（英文）Relationship between initial conditions and global solvability in initial value problem of nonlinear Schrödinger equations

研究代表者

星 埜 岳 (Hoshino, Gaku)

東京電機大学・理工学部・助教

研究者番号：30778155

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,900,000 円

研究成果の概要（和文）：この研究課題への取り組みにおいて以下の主要な結果を得た。重み付きソボレフ空間において初期値が空間遠方で指数減衰しているときにノルムに大きさに関する条件を課した上で非線形シュレディンガー方程式の時間大域解を構成した。その解は時間と空間両変数に関して解析的である。非線形消散型シュレディンガー方程式系について初期値が重み付きソボレフ空間に属する場合に時間大域解を構成した。解の性質を利用して解の漸近挙動に関する結果を示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非線形シュレディンガー方程式には非線形項の次数や初期値関数に課される条件以外にも非線形項の前に乗じられている定数にも重要な役割がある。これまでの多くの研究において係数がどのような条件の場合に解が構成され、解はどのような性質をもつのか調べられてきた。本研究では解が消散性という性質を持ちうる場合に主眼を置いて研究した。既存の方向性とは異なる興味の探求の仕方や結果を提示することができた。この分野における方向性に対してひとつの可能性を示すことで研究領域を活発にし研究分野に貢献できたことに学術的意義がある。また成果をまとめた論文の海外からの引用などにより国際的な関心を集めたことにも社会的意義がある。

研究成果の概要（英文）：We have obtained the following main results in this research project. (1) If the data satisfy exponentially decaying condition in the weighted Sobolev space. Then the Cauchy problem of the nonlinear Schrödinger equation has the unique global solutions in function space of functions analytic in both space and time variables (2) If the data belong to the weighted Sobolev space. Then the Cauchy problem of dissipative system of nonlinear Schrödinger equations has unique global solution. By using the properties of the solution, we show results on the asymptotic behavior of the solution.

研究分野：非線形偏微分方程式

キーワード：消散型非線形シュレディンガー方程式

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

非線形シュレディンガー方程式の散乱問題に関する研究において非線形項の冪 $p=1+2/n$ は臨界冪となっており小澤 (1991) や林—Naumkin (1998) の研究によって $p=1+2/n$ の場合の非線形シュレディンガー方程式の修正漸近自由解に関する研究が活発に行われる様になった。下村 (2006) の研究によって消散型非線形シュレディンガー方程式が修正漸近自由解の研究において注目される様になった。

消散型の非線形項をもつ非線形シュレディンガー方程式について北—下村 (2009) の研究により消散型評価式という評価式が知られていた。ルベーク空間におけるものは知られていたが、北—下村による不等式は 1 階の重み付きソボレフ空間におけるものであった。この不等式によって初期値に対して大きさに関する条件を課することなく時間大域解を構成し修正漸近自由解の存在と漸近挙動に関する結果を証明することができた。

この先行研究の後に続く研究もいくつかあるのであるが、研究代表者は 2018 年の研究結果において 1 階の重み付きソボレフ空間から分数階の重み付きソボレフ空間に拡張して時間大域解の漸近挙動の結果に関する示した。

またこれとは独立した研究課題として研究代表者は共同研究者と共に非線形シュレディンガー方程式の初期値問題の時空間変数に関する解析的平滑化効果についての結果を発表しているが、時間大域解の時空間解析的平滑化効果の結果は非線形項が擬共形冪を持つ場合に限られていた。

2. 研究の目的

本研究ではこれまでの研究代表者による 2018 年の研究結果を引き続き考察する形で非線形消散型シュレディンガー方程式の初期値問題と漸近挙動について考察することを目的とする。

また擬共形不変でない非線形シュレディンガー方程式の初期値問題に対して時間大域解の時空間解析的平滑化効果を証明する手法を確立する。

3. 研究の方法

非線形シュレディンガー方程式系について非線形項の前に乗じられた係数が消散性の条件を満たすときに方程式系の非線形項に対する評価式を導出し、消散型評価式を証明する。
その評価式を応用して時間大域解を構成し解の漸近挙動について調べることができる。

先行研究において用いた消散型非線形項に対する評価式は Liskevich—Perelmuter (1995) において証明されたもので複素数値の場合に限られていた。これに対して岡沢—横田 (2002) は複素ギンツブルグ・ランダウ方程式の研究において非線形項に対する評価式をヒルベルト空間値関数にまで拡張した。

このヒルベルト空間版の不等式を応用して消散型シュレディンガー方程式系の時間大域解の漸近挙動を示すことができる。

時空間解析性については非線形項が擬共形不変でないとき目的の関数空間において非線形評価を行うと時間変数に関する多項式が誤差として現れる。

これを制御して目的の関数空間の中に非線形項を収めるために初期値の属する空間として重み付きソボレフ空間を導入しガリレイ生成作用素を用いて時間減衰評価式を導き出して時間変数に関する多項式を吸収する。

4. 研究成果

非線形シュレディンガー方程式系については時間大域解の漸近挙動に関する結果を証明することができた。この成果をまとめて査読付き論文雑誌に投稿中である。

また時空間解析性に関しては擬共形不変でないシュレディンガー方程式に対して時間大域解の時空間解析性に関する成果がいくつか得られた。これらの結果をまとめて査読付き論文誌に受理されている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Hoshino Gaku	4. 巻 3
2. 論文標題 Space-time analytic smoothing effect for the cubic nonlinear Schrödinger equations without pseudo-conformal invariance	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Partial Differential Equations and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s42985-022-00151-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hoshino Gaku	4. 巻 60
2. 論文標題 Asymptotic behavior for solutions to the dissipative nonlinear Schrödinger equations with the fractional Sobolev space	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 111504 - 111504
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1063/1.5125161	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hoshino Gaku	4. 巻 -
2. 論文標題 Gevrey-modulation spaces and smoothing effect for the system of nonlinear Schrodinger equations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Pseudo-Differential Operators and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hoshino Gaku	4. 巻 -
2. 論文標題 Space-time Gevrey smoothing effect for the dissipative nonlinear Schrodinger equations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nonlinear Differential Equations and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hoshino Gaku	4. 巻 -
2. 論文標題 Space-time analytic smoothing effect for the nonlinear Schrödinger equations with nonlinearity of exponential type	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Differential Equations & Applications	6. 最初と最後の頁 73 ~ 90
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/dea-2023-15-05	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計3件 (うち招待講演 3件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 星 埜 岳
2. 発表標題 消散型非線形シュレディンガー方程式について
3. 学会等名 早稲田大学 応用解析研究会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 星 埜 岳
2. 発表標題 消散型非線形シュレディンガー方程式について
3. 学会等名 京都大学NLPDEセミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 星 埜 岳
2. 発表標題 指数型非線形項をもつNLSについて
3. 学会等名 第4回反応拡散方程式と非線形分散型方程式の解の挙動 (招待講演)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------