

令和 6 年 6 月 10 日現在

機関番号：10103

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2023

課題番号：19K14572

研究課題名(和文) 接触角構造を伴う界面ダイナミクスに対する幾何解析的研究

研究課題名(英文) Geometrical analysis study on interface dynamics with contact angle structure

研究代表者

可香谷 隆 (Kagaya, Takashi)

室蘭工業大学・大学院工学研究科・准教授

研究者番号：60814431

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：(1) 接触角条件を課した面積保存型曲率流、接的な境界条件を課した界面上昇モデル、結晶粒子の方位パラメータを導入したネットワーク解に対し、初期値問題の可解性や漸近挙動解析の成果を挙げている。これらは柳青氏(沖縄科学技術大学院大学)、高棹圭介氏(京都大学)、水野将司氏(日本大学)との共同研究を含む。

(2) 法線速度が曲面に囲まれた体積に依存した、非局所項を伴う曲面流のレベルセットによって表記する方程式に対し、解の凸性保存や、解の表現公式、それを用いた解の漸近挙動解析の成果を挙げている。これらは柳青氏(沖縄科学技術大学院大学)、三竹大寿氏(東京大学)との共同研究である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究課題の成果のうち、学術的な特徴として、以下の項目が挙げられる。(1) 有界な曲線の挙動においては、接触角条件によっては、進行波解が安定性を持ち、これは境界条件を課さない閉曲線に対する挙動においては見られない現象である。(2) 界面現象モデルにおいて、接的な境界条件を満たす解の可解性は方程式の構造に依存し、これは既存の結果における、接触角条件を課した場合と異なる構造である。これらの研究成果は、境界条件によって異なる構造が現れることを解明しているため、本研究課題の学術的意義となる。また、社会的意義は、本研究課題で扱っているモデルは、物理的背景を伴うことが挙げられる。

研究成果の概要(英文)：(1) Solvability and asymptotic behavior analysis of initial value problems are studied for an area-conserving curvature flow with contact angle conditions, an interface rising model with tangential boundary condition, and network solutions with crystal particle orientation parameters. These include joint works with Qing Liu (Okinawa Institute of Science and Technology), Keisuke Takasao (Kyoto University), and Masashi Mizuno (Nihon University).

(2) For the equation described by the level set formulation of geometric flow with a nonlocal term, where the normal velocity depends on the volume enclosed by the curved surface, the results of convexity conservation of solutions, an expression formula of solutions, and the asymptotic behavior analysis of solutions using the formula are studied. These are joint works with Qing Liu (Okinawa Institute of Science and Technology) and Hiroyoshi Mitake (The University of Tokyo).

研究分野：曲面の発展方程式

キーワード：曲面の発展方程式 接触角条件 偏微分方程式

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

界面ダイナミクスの数学的な記述・解析を動機として、様々な曲面の発展方程式が導入されてきた。本研究では、液滴等の表面張力問題の解析を動機として導入された、接触角条件付き曲面の発展方程式を研究対象とした。境界条件を課す事により、境界条件に依存した解の可解性、漸近挙動、特異性の発生、その他、解の構造が現れることが期待され、これらの解明は学術的な意義がある。

2. 研究の目的

上記のモデルに対し、境界条件に依存した解の挙動解析を行う事により、接触角構造を明らかにしていくことが目的である。特に、解の漸近挙動解析を様々な接触角条件の下で行うことが一つの目的である。また、既存の研究では平均曲率流において、タイプ1やタイプ2などの曲率発散型の特異性が研究されてきているが、境界条件を課した事によって、曲率発散型でない特異性が現れるかの研究も目的の一つとしている。

3. 研究の方法

報告者自身の先行研究では、接触角条件付き面積保存型曲率流に対する進行波解の局所指数安定性の解析(下條昌彦氏(東京都立大学)との共同研究)や、接触角条件付き表面拡散に対する進行波解の存在性と一意性・非一意性の解析(高坂良史氏(神戸大学)との共同研究)を行ってきた。これらの進行波解の安定性理論の完備を一つの方法として挙げた。その他の境界条件を課した曲面流に対する漸近挙動解析も一つの方法として挙げている。

また、特異性の解析に関連して、非線形のノイマン境界条件を課したAllen-Cahn方程式に対する特異極限問題を考察し、接触角条件を伴う平均曲率流のBrakke解の構成、正則性理論なども研究方法の一つとして挙げている。具体的な、曲率発散型でない特異性を伴う曲面流の構成も研究方法の一つとして挙げている。

4. 研究成果

当初計画していた研究方法とは異なる箇所があるが、本研究の研究成果は以下の通りである。また、当初の研究目的の一部の解明にしか至っていないが、未解明な部分は今後も考察対象とする予定である。

- (1) 下條昌彦氏(東京都立大学)との共同研究でも研究対象としていた、接触角条件付き面積保存型曲率流に対し、時間大域的な凸解は進行波解に漸近的に収束することを示し、その解のクラスに限定すれば、進行波解は大域的な指数安定性を持つことを示した。なお、本研究の難しさとして、これまでの曲線の発展方程式で扱われていた変分構造が使えないことが挙げられる。例えば、閉曲線の面積保存型曲率流に対しては、長さ汎関数がリアプノフ関数となり、この構造を用いて、解が時間大域的に存在する時、解は円に漸近収束することが示されている。本研究でのモデルに対しては、長さ汎関数と、接触角条件に応じたある種の接触エネルギー汎関数の和が時間に対して単調減少な関数となるが、下に有界でないことを理由として漸近挙動解析に応用することが難しい。そこで、曲線の挙動を表す偏微分方程式を曲率の発展方程式に書き換え、その方程式に対するリアプノフ関数を発見し、漸近挙動解析を行っている。この手法はこれまでの先行研究と比べて独創的な点となる。なお、本研究は単著論文として出版済みである。
- (2) 接的な境界条件を課した界面上昇モデルに対し、初期値問題の解の可解性の解明と解の漸近挙動解析を行った。なお、本研究は柳青氏(沖縄科学技術大学院大学)との共同研究であり、論文は出版済みである。これまで、接触角条件付き界面上昇モデルに対する研究は行われてきたが、接的な境界条件を扱っている点は本研究の独創的な点である。本研究の成果として、以下の項目が挙げられる。(A) 初期値の関数が連続関数クラスであり、先行研究と比べて弱い正則性を課している。(B) 初期値問題の可解性は方程式の構造に依存し、可解性を持つ場合と持たない場合を方程式によって分類した。特に、後者の場合、解が初期時刻で瞬間的な爆発を示す事によって非可解性を示している。なお、本研究は、上記の研究背景・目的などでも触れている特異性を伴う曲面流の解析を目的としたものであり、境界付近で特異性が発生する場合、曲面が境界と接する状況が発生

- するため、その接する状況の解析のために、接的な境界条件を研究対象としている。
- (3) 結晶方位パラメータを導入した曲率流の初期値問題に対し、ネットワーク解の時間大域的な可解性と解の漸近挙動解析を行った。なお、本研究は高棹圭介氏（京都大学）と水野将司氏（日本大学）との共同研究であり、論文はオープンアクセスとして公開されているが、論文誌は出版予定である。結晶方位パラメータの導入が、様々な曲率流に対する先行研究と異なる部分であり、その導入は水野将司氏のこれまでの研究で行われていた。そのパラメータの導入により、ネットワークの連結点における Herring 角度条件が、ネットワークや結晶方位パラメータの挙動に依存する点が、特にこれまでの研究と異なる。本研究における解析手法においては、結晶方位パラメータを重みとする長さ汎関数がリアプノフ関数となり、そのエネルギー有界性を用いて解の時間大域的な正則性を得ることが鍵となる。
- (4) 解のレベルセットが、曲面に囲まれた体積などに依存した非局所項を伴う曲面の発展方程式を記述する偏微分方程式に対し、解の準凸性が保存されることを示した。また、解の表現公式の解明と、漸近挙動解析を行った。なお、本研究は柳青氏（沖縄科学技術大学院大学）と三竹大寿氏（東京大学）との共同研究であり、論文1本が出版済みで、論文1本が出版予定である。これまで、非局所項を伴う曲面の発展方程式の代表例として、面積保存型平均曲率流、体積保存型平均曲率流などが挙げられるが、これらの非局所項は曲面積が使われており、曲面に囲まれた体積を扱っている点は、本研究の独創的な点になると思われる。解の表現公式については、各レベルセットが初期値のレベルセットの平行曲面族として書けることが期待できるため、その構造を用いて常微分方程式の解析に落とし込み、最適制御理論を用いて解の表現公式を得ている。
- (5) 大偏差原理の収束確率で現れる汎関数に対する特異極限問題に対し、汎関数のガンマ収束性についての解明を行なった。なお、本研究は角田謙吉氏（九州大学）との共同研究であり、現在論文投稿中である。上記の汎関数は時空間上で定義された関数に対する汎関数であり、特徴として、最小解は Allen-Cahn 方程式の解であることが挙げられる。上記の収束に関する収束パラメータの極限を取ると、Allen-Cahn 方程式の解の特性を用いると、汎関数の最小解の列は、各時刻で Sharp interface を生成し、その曲面の族は平均曲率流となることがわかる。特に、曲面の近くで、最小解の曲面の法方向の関数のグラフは、Allen-Cahn 方程式から導出される常微分方程式の解として記述される。本研究で扱う汎関数に対しては、代入する関数のクラスを、与えられた滑らかな曲面流を Sharp interface として生成し、特に、その曲面の法方向のグラフが、上記の Allen-Cahn 方程式から導出される常微分方程式の解を用いて表せるクラスに限定した時、上記の汎関数は、平均曲率流を最小解とする、曲面流に対する汎関数にガンマ収束することを示した。なお、本研究の汎関数で現れる拡散項が線形の場合は先行研究によって同様のガンマ収束性が示されており、本研究では準線形型へ拡張した結果である。これにより、例えば汎関数の最小解の列は、先行研究では曲面の法方向と接方向に変数分離をして解析できたのに対し、準線形の場合には、このような変数分離の手法が使えないことが相違点として挙げられる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Kagaya Takashi, Liu Qing, Mitake Hiroyoshi	4. 巻 30
2. 論文標題 Quasiconvexity preserving property for fully nonlinear nonlocal parabolic equations	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA	6. 最初と最後の頁 28pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00030-022-00818-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Kagaya Takashi, Liu Qing	4. 巻 53
2. 論文標題 Singular Neumann Boundary Problems for a Class of Fully Nonlinear Parabolic Equations in One Dimension	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Mathematical Analysis	6. 最初と最後の頁 4350 ~ 4385
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/20m1371646	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kagaya Takashi	4. 巻 269
2. 論文標題 Global stability of traveling waves for an area preserving curvature flow with contact angle condition	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 3489 ~ 3514
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.03.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Kagaya Takashi, Mizuno Masashi, Takasao Keisuke	4. 巻 0
2. 論文標題 Long time behavior for a curvature flow of networks related to grain boundary motion with the effect of lattice misorientations	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 ANNALI SCUOLA NORMALE SUPERIORE - CLASSE DI SCIENZE	6. 最初と最後の頁 59 ~ 59
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2422/2036-2145.202112_009	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計33件(うち招待講演 26件/うち国際学会 12件)

1. 発表者名 Takashi Kagaya
2. 発表標題 Singular boundary problems for a class of fully nonlinear parabolic equation
3. 学会等名 Joint geometric analysis seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 Takashi Kagaya
2. 発表標題 Sharp interface limit for a rate function of large deviation with quasi non-linearity
3. 学会等名 Evolution Equations and Related Topics -Energy Structures and Quantitative Analysis- (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Takashi Kagaya
2. 発表標題 Asymptotic behavior of geometric flow with contact angle conditions
3. 学会等名 Seminar on multiscale modeling and computation (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Takashi Kagaya
2. 発表標題 Asymptotic behavior of geometric flow with contact angle conditions
3. 学会等名 International Council for Industrial and Applied Mathematics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 Singular Neumann boundary conditions for a class of fully nonlinear parabolic equations
3. 学会等名 The 81st Fujiwara Seminar Mathematical Aspects for Interfaces and Free Boundaries Pre-conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 Long time behavior for a curvature flow of networks with the effect of lattice misorientations
3. 学会等名 早稲田大学応用解析研究会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 Long time behavior for a curvature flow of networks with the effect of lattice misorientations
3. 学会等名 東北大学応用数理解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 Singular Neumann boundary problems for a class of fully nonlinear parabolic equation in one dimension
3. 学会等名 熊本大学応用解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 可香谷隆, 柳青
2. 発表標題 発散型ノイマン境界条件付き完全非線形放物型方程式の可解性及び漸近挙動について
3. 学会等名 日本数学会2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 Singular Neumann boundary problem for power type curvature flow
3. 学会等名 NLPDEセミナー (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 発散型ノイマン境界条件付き完全非線形放物型方程式に対する有界な解の可解性
3. 学会等名 数理解析若手研究会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 接触角条件付き面積保存型曲率流の漸近挙動解析
3. 学会等名 室蘭工業大学談話会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 Singular Neumann boundary problems for a class of fully nonlinear parabolic equations
3. 学会等名 微分方程式の総合的研究 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 Singular Neumann boundary problems for a class of fully nonlinear parabolic equations
3. 学会等名 第39回九州における偏微分方程式研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 Singular Neumann boundary problems for a class of fully nonlinear parabolic equations
3. 学会等名 第23回北東数学解析研究会 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 Existence of non-convex traveling waves for surface diffusion of curves with constant contact angles
3. 学会等名 北海道大学偏微分方程式セミナー
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 Singular Neumann boundary problems for a class of fully nonlinear parabolic equations in one dimension
3. 学会等名 鳥取PDE研究集会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 接触角条件付き面積保存型曲率流に対する進行波解の安定性について
3. 学会等名 東京都立大学幾何学セミナー
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 発散型のノイマン境界付きのある1次元完全非線形放物型偏微分方程式について
3. 学会等名 Elliptic and Parabolic Zoom Seminar
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 接触角条件付き面積保存型曲率流に対する進行波解の安定性について
3. 学会等名 2021年日本応用数学会研究部会連合発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Takashi Kagaya
2. 発表標題 Convergence of the Allen-Cahn equation with a zero Neumann boundary condition on non-convex domains
3. 学会等名 VI ° Italian-Japanese Workshop GEOMETRIC PROPERTIES FOR PARABOLIC AND ELLIPTIC PDE (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Kagaya
2. 発表標題 Singular limit problem for the Allen-Cahn equation with a zero Neumann boundary condition on non-convex domains
3. 学会等名 Geometric Aspects of Solutions to Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Kagaya
2. 発表標題 On mean curvature flow of hypersurface with right angle in domains
3. 学会等名 International Congress on Industrial and Applied Mathematics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 幾何学的問題に対する測度論の応用
3. 学会等名 東北応用数理解析若手セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Kagaya
2. 発表標題 Singular limit problem for the Allen-Cahn equation with a zero Neumann boundary condition on non-convex domains
3. 学会等名 Fall Multiscale seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 接触角条件付き表面拡散方程式に対する進行波解の非一意性と非凸性について
3. 学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 接触角条件付き表面拡散に対する進行波解の非一意性と非凸性について
3. 学会等名 京都大学NLPDEセミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 接触角条件つき表面拡散に対する進行波解の非一意性と非凸性について
3. 学会等名 熊本大学応用解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 接触角条件付き表面拡散に対する進行波解の非一意性 と非凸性について
3. 学会等名 南大阪応用数学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 接触角条件付き表面拡散に対する進行波解の非一意性 と非凸性について
3. 学会等名 東京大学：応用解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 可香谷隆
2. 発表標題 接触角条件付き面積保存型曲率流に対する進行波解の安定性
3. 学会等名 室蘭非線形解析研究会（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Takashi Kagaya
2. 発表標題 Stability of traveling waves for an area preserving curvature flow with contact angle condition
3. 学会等名 九州における偏微分方程式研究集会（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Takashi Kagaya
2. 発表標題 Existence of non-convex traveling waves for surface diffusion of curves with constant contact angles
3. 学会等名 Mini-symposium on Nonlinear Geometric Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関