

令和 5 年 6 月 27 日現在

機関番号：11301

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2022

課題番号：19K14576

研究課題名（和文）走化性方程式系の解構造に関する新展開

研究課題名（英文）New developments in the structure of solutions to Chemotaxis systems

研究代表者

藤江 健太郎 (Fujie, Kentaro)

東北大学・理学研究科・准教授

研究者番号：50805398

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,900,000 円

研究成果の概要（和文）：走化性による粘菌の挙動を記述する走化性方程式の解の長時間挙動を研究対象とした。連立方程式である走化性方程式を単独方程式の摂動として捉えて解評価する研究を行った。また、走化性方程式のエネルギーの2階導関数の評価を用いて解挙動を調べた。方程式のエネルギー構造に着目して、方程式の一般化・高次元化に関する研究も実施した。走化性方程式のエネルギー構造・定常状態と類似性を持つLocal sensingの走化性モデルに注目し、走化性方程式に対する研究手法が部分的に適用できることを確認した。走化性方程式の解挙動の解析では未解決であった課題をLocal sensingの走化性モデルに置き換えた問題の解決をした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の対象である走化性方程式と半導体素子や中性子星に関する数理モデルとの類似性が知られており、走化性方程式はスケールの異なる様々な事象に共通する数理構造である。このことから、走化性方程式の解挙動に関する基礎研究には学術的な価値がある。また、走化性がメカニズムの中心となる生命現象は、移流項を持つ反応拡散方程式系による数理モデルで記述され、生命科学・医学を背景とした様々な数理モデルが提案されている。走化性方程式がこれらの数理モデルの基礎方程式であり、本研究の成果は生命科学・医学を背景とした数理モデルへの応用が強く期待される。このことから、本研究の実施には社会的意義がある。

研究成果の概要（英文）：The long-time behavior of the solution to the chemotaxis equation, which describes the behavior of slime molds induced by chemotaxis, is the target of this study. We studied how to estimate solutions of the chemotaxis system, which is a coupled equation, by considering it as a perturbation of a single equation. We also studied the behavior of solutions using the estimates of the second-order derivative of the energy of chemotaxis equations. Focusing on the energy structure of the equations, we research the generalization of the equations. We focused on the local sensing chemotaxis model, which has similarity with the energy structure and steady states of the chemotaxis equations, and confirmed that the research methods for the chemotaxis equations are partially applicable. We solved problems that were unsolved in the analysis of behavior of solutions of chemotaxis equations by replacing them with the chemotaxis model of local sensing.

研究分野：数理解析学

キーワード：走化性方程式 Keller--Segel方程式 放物型方程式 関数方程式 爆発現象 走化性 移流拡散方程式

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

走化性による粘菌の挙動を記述する走化性方程式系を研究対象とする。走化性方程式系は複数の偏微分方程式の連立系として表される。走化性方程式に知覚関数を導入すると方程式のもつ変分構造が崩れてしまい、解挙動に関する従来の解析手法が適用できない。そのため、単純化された方程式(単独方程式)の解評価を経由する手法が取られている。このような背景から、元の連立方程式と単純化された単独方程式の関係を明らかにする必要がある、元の連立方程式と単純化された単独方程式の解の存在時刻の評価が課題であった。また、走化性方程式系のエネルギーの1階導関数の関係式(変分構造)はよく知られており、中心的な研究手法・視点である。このエネルギーのアプリオリ評価を用いて解構造が明らかにされてきた。一方で、本研究者の先行研究 Cieslak-Fujie (2018)ではエネルギーの2階導関数の評価を行い、従来のエネルギー評価では導出できなかった時間大域可解性を得ていた。この結果を踏まえると、エネルギーの2階導関数の評価の応用として、解の高い正則性評価ができるかどうかには課題があった。また、走化性方程式系独自の数理構造(変分構造)自体に主眼を置き、その一般化・高次元化を明らかにすることが課題であった。

2. 研究の目的

本研究の目的は次の通りとした:

研究 A. 走化性方程式系と単独の方程式の解の存在時刻の評価

研究 B. 走化性方程式系のエネルギーの評価

研究 C. 数理構造の視点による走化性方程式系の一般化・高次元化

研究 A では走化性方程式系と単独方程式の関係について明らかにすること・単独方程式の摂動と見て走化性方程式の解の存在時刻を評価することを目的とした。また、知覚関数をもつ走化性方程式の解挙動を摂動パラメータに依存せずに明らかにすることが目的である。

研究 B では、走化性方程式系のエネルギーの2階導関数の評価の導出およびその役割を明らかにすることを目的とした。

研究 C では走化性方程式系の変分構造を一般化した構造をもつ新しい方程式系を研究対象とし、その解構造が高次元化されることを明らかにすることを目的とした。

3. 研究の方法

(1)

時定数を摂動パラメータとして走化性方程式系の極限方程式を考えると非局所非線形項をもつ単独の熱方程式になることに注目した。この単独の熱方程式の解評価を利用して、走化性方程式自体の解評価を行うことを考えた。repulsion型走化性方程式を対象とし、摂動パラメータに依存した時間大域存在性の研究を実施した。また、知覚関数をもつ走化性方程式を対象とし、極限方程式の摂動と見た際の解評価(摂動パラメータの依存性)を検討した。摂動パラメータの依存性を研究する中で、Local sensingの走化性モデル(大腸菌のパターン形成の過程を記述する数理モデル)に注目した。走化性方程式系と同様の変分構造・定常問題の構造を持っており、さらに比較原理による解評価が得られることが分かり、走化性方程式系を研究する際の Toy Modelとして扱うことができた。そこで、Local sensingの走化性モデルを対象とし、摂動パラメータの解評価への依存度を考察することで研究を推進した。さらに、知覚関数をもつ走化性方程式に構造が対応する Local sensingの走化性モデルの解挙動を対象とし、知覚関数をもつ走化性方程式の研究では摂動パラメータに依存度の不明瞭性から未解決となっている問題に対応する課題を考察した。

(2)

Cieslak-Fujie (2018)では空間1次元の場合にエネルギーの2階導関数の評価を構築しており、その一般次元への拡張を行った。また、repulsion型の走化性方程式及び非線型な知覚関数をもつ走化性方程式に対してエネルギーの2階導関数の評価を構築し、その応用を検討した。

(3)

本研究者の先行研究 Fujie-Senba(2016)では、走化性方程式系の変分構造を一般化した構造をもつ新しい方程式系が得られている。臨界(4次元)・優臨界領域(5次元以上)において、この変分構造を用いて爆発解の構成に必要な解の満たす不等式を発見・構成するという手法を検討した。また、定常解の評価及び定常解のエネルギー量の評価を行った。

4. 研究成果

(1)

1 単独の非線形熱方程式の摂動として走化性方程式を捉えることによって解の評価を行うという手法を、repulsion型走化性方程式に適用することができた。これにより、化学忌避物質の運

動速度が比較的遅いという状況下で時間大域可解性を導出した。本研究は Tomasz Cieślak 氏 (Polish Academy of Sciences) との共同研究によって行い、論文 Cieślak-Fujie (2019) にて発表した。

2 大腸菌のパターン形成の過程を記述する数理モデルの解の長時間挙動の解析を行った。この数理モデルが、走化性方程式系と同様の変分構造を持つこと・比較原理の構造を持つことを明らかにし、時間大域可解性と解の一樣有界性を導いた。放物型方程式の連立系の解を比較原理によって上から評価する補助函数を開発することで、空間 2 次元において解が時間大域存在・時間一樣有界・無限時刻爆発となるための条件を調べた。さらに、走化性方程式の場合に得られている結果と違って、単独の非線型熱方程式の摂動として数理モデルを捉えた際の摂動パラメータに一樣な解評価を得ることができることを明らかにした。また、高次元(3 次元以上)・運動性函数が多項式減衰の設定で、解が時間大域存在・一樣有界となるための運動性函数の減衰条件を導出した。本研究は Jie Jiang 氏 (Chinese Academy of Sciences) との共同研究によって行い、論文 Fujie-Jiang(2020)・Fujie-Jiang(2021)・Fujie-Jiang(2021) にて発表した。

3 空間 2 次元における走化性方程式の初期値境界値問題の非球対称な無限時刻爆発解について研究した。既存の研究では、特殊な変換を経由して爆発を引き起こす初期値を構成しており、初期値の形状が不明瞭であった。境界点近傍での折り返しによる評価方法を開発することで、エネルギー量が十分小さい非球対称な初期値を直接的に構成した。本研究は Jie Jiang 氏 (Chinese Academy of Sciences) との共同研究によって行い、論文 Fujie-Jiang(2022) にて発表した。

4 Local sensing の効果を表す運動性函数に対する緩やかな条件の下で、高次元において数理モデルの解が時間大域的に存在することを示した。既に開発していた補助函数が非線型放物型方程式の解とみなせることに注目し、ヘルダー評価と発展方程式の一般論を組み合わせることで解の評価を得た。また、指数減衰する運動性函数の場合には、時刻無限大で爆発する解を構成した。本研究は仙葉隆氏 (福岡大学) との共同研究によって行い、論文 Fujie-Senba(2022, Nonlinear Analysis) にて発表した。

5 対数型知覚函数をもつ走化性方程式の解の長時間挙動は、高次元(次元 n が 3 以上)では知覚函数のパラメータによって変動し、特に $n/(n-2)$ が閾値であることが本研究代表者の先行研究で予想されており、肯定的な結果が部分的に得られている。対数型知覚函数をもつ走化性方程式との類似性を踏まえて、上記予想の劣臨界部分に対応する課題を多項式減衰する運動性函数をもつ Local sensing の走化性モデルで考えた。上述の補助函数の導入を見直し、補助函数の定数倍で解を上下から各点評価することを可能とした。これを用いて補助函数が満たす非線型放物型方程式の解析を行ない、劣臨界冪の多項式減衰する運動性函数をもつ Local sensing の数理モデルの時間大域可解性を導出した。対数型知覚函数をもつ走化性方程式の研究では、摂動パラメータの大きさに対する仮定の下でのみ劣臨界部分の時間大域可解性が得られていたが、本結果ではこれらの仮定を外すことが可能となった。本研究は仙葉隆氏 (福岡大学) との共同研究によって行い、論文 Fujie-Senba(2022, Nonlinearity) にて発表した。

6 前述の補助函数による解の上下からの各点評価手法の適用条件を緩和し、さらに複雑であった証明の簡略化を行った。本研究は論文 Fujie(2023) にて発表した。

7 指数減衰する運動性函数をもつ Local sensing の走化性モデルの自己相似解を解析した。特に、構成した自己相似解の時刻無限大での解の凝集量が、走化性方程式の有限時刻爆発解のプロファイルとして知られているものと比べて少し重たいことを明らかにした。本研究は仙葉隆氏 (福岡大学) との共同研究によって行った。本研究の内容は藤江(2022) にて口頭発表した。

(2)

1 走化性方程式のエネルギーの 2 階導関数の構造に注目することで、解の幾何学的性質と時間大域存在の関係を考察した。本研究は Tomasz Cieślak 氏 (Polish Academy of Sciences) との共同研究によって行い、論文 Cieślak-Fujie (2019) にて発表した。

2 非線型な知覚函数をもつ走化性方程式のエネルギーの 2 階導関数の構造を空間 1 次元の設定で考察した。事前の予想と異なり、知覚函数の非線型性が 2 階導関数の増大に影響を与えることを明らかにした。これにより、知覚函数が線型の場合に開発されているエネルギー評価方法を直接適用することができないことが分かった。本研究は論文 Fujie(2021) にて発表した。

(3)

1 走化性方程式の変分構造を一般化した問題を対象とし、爆発解の構成の研究を推進した。特に、臨界領域である空間 4 次元において初期質量が大きい場合において、爆発解を構成する際に必要な解の満たす不等式を導いた。本研究は仙葉隆氏 (福岡大学) との共同研究によって行った。本研究内容のプレプリントを準備中である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 9件/うち国際共著 5件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Fujie Kentaro	4. 巻 28
2. 論文標題 A short remark on comparison estimates in a chemotaxis system with local sensing	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems - B	6. 最初と最後の頁 5355 ~ 5360
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcdsb.2023017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Fujie Kentaro, Senba Takasi	4. 巻 222
2. 論文標題 Global existence and infinite time blow-up of classical solutions to chemotaxis systems of local sensing in higher dimensions	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2022.112987	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Fujie Kentaro, Senba Takasi	4. 巻 35
2. 論文標題 Global boundedness of solutions to a parabolic?parabolic chemotaxis system with local sensing in higher dimensions	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 3777 ~ 3811
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/ac6659	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Fujie Kentaro, Jiang Jie	4. 巻 4
2. 論文標題 A note on construction of nonnegative initial data inducing unbounded solutions to some two-dimensional Keller--Segel systems	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Mathematics in Engineering	6. 最初と最後の頁 1 ~ 12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/mine.2022045	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujie Kentaro, Jiang Jie	4. 巻 176
2. 論文標題 Boundedness of Classical Solutions to a Degenerate Keller-Segel Type Model with Signal-Dependent Motilities	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Acta Applicandae Mathematicae	6. 最初と最後の頁 36
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10440-021-00450-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujie Kentaro	4. 巻 47
2. 論文標題 Energy-Like Functional in a Quasilinear Parabolic Chemotaxis System	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Springer INdAM Series	6. 最初と最後の頁 67 ~ 77
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-73363-6_4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fujie Kentarou, Jiang Jie	4. 巻 269
2. 論文標題 Global existence for a kinetic model of pattern formation with density-suppressed motilities	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5338 ~ 5378
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.04.001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujie Kentarou, Jiang Jie	4. 巻 60
2. 論文標題 Comparison methods for a Keller--Segel-type model of pattern formations with density-suppressed motilities	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Calculus of Variations and Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 92
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00526-021-01943-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Cieslak Tomasz、Fujie Kentarou	4. 巻 67
2. 論文標題 Some remarks on well-posedness of the higher-dimensional chemorepulsion system	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Bulletin of the Polish Academy of Sciences Mathematics	6. 最初と最後の頁 165 ~ 178
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4064/ba190324-4-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計20件 (うち招待講演 17件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 Local sensingの走化性方程式の非有界な解について
3. 学会等名 研究集会「発展方程式における形状解析と漸近解析」(招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 ある走化性方程式の少し重たい爆発解について
3. 学会等名 室蘭工大 PDE 研究会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 Local sensingの走化性方程式の時間大域解について
3. 学会等名 第755回 応用解析研究会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 Behavior of solutions to a chemotaxis system with signal-dependent motilities
3. 学会等名 研究会「微分方程式の総合的研究」(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤江健太郎、Jie Jiang
2. 発表標題 2次元走化性方程式の非有界非球対称非負解の構成に関する注意
3. 学会等名 第47回 発展方程式研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 Global boundedness in a fully parabolic chemotaxis system with local sensing in higher dimensions
3. 学会等名 第39回 九州における偏微分方程式研究会(招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Kentaro Fujie
2. 発表標題 Boundedness of solutions to a fully parabolic chemotaxis system with local sensing in higher dimensions
3. 学会等名 第23回北東数学解析研究会(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 藤江 健太郎
2. 発表標題 On a Chemotaxis Model with Local Sensing
3. 学会等名 第17回室蘭工業大学応用解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 藤江 健太郎、Jie Jiang
2. 発表標題 Local Sensingの走化性方程式の高次元における大域的可解性について
3. 学会等名 第46回 発展方程式研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 藤江 健太郎
2. 発表標題 Local sensingの走化性方程式の解挙動について
3. 学会等名 Critical Exponent and Nonlinear Partial Differential Equations 2021（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤江 健太郎
2. 発表標題 ある準線型走化性方程式の大域的可解性について
3. 学会等名 日本数学会 2021年度年会 実函数論分科会 特別講演（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Fujie Kentarou
2. 発表標題 New energy-like functional in fully parabolic systems of chemotaxis
3. 学会等名 VI ° Italian-Japanese Workshop GEOMETRIC PROPERTIES FOR PARABOLIC AND ELLIPTIC PDE's (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 感応性関数をもつ Keller-Segel 系の臨界条件について
3. 学会等名 第50回南大阪応用数学セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Fujie Kentarou
2. 発表標題 Mathematical Analysis of a Kinetic Model of Pattern Formation with Density-suppressed Motilities
3. 学会等名 RIMS合宿型セミナー「Pattern formation and defects in biology and materials science」(招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Fujie Kentarou
2. 発表標題 On a chemotaxis system with sensitivity functions
3. 学会等名 RIMS共同研究「発展方程式論の新展開：数理理論と現象解析の協働」(招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 On a kinetic model with density-suppressed motility for pattern formations
3. 学会等名 九州工業大学・数理セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 Comparison Methods for a Kinetic Model of Pattern Formation with Density-suppressed Motilities
3. 学会等名 第45回 発展方程式研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 Comparison methods for a Keller-Segel-type reaction-diffusion system
3. 学会等名 第13回実解析と函数解析による偏微分方程式論（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 Comparison methods for a Keller-Segel-type reaction-diffusion system
3. 学会等名 第150回 熊本大学応用解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 藤江健太郎
2. 発表標題 Comparison methods for a kinetic model of pattern formation with density-suppressed motilities
3. 学会等名 OCAMI共同研究「反応拡散拡散方程式と非線形分散型方程式の解の挙動（招待講演）」
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

藤江 健太郎 (Kentaro Fujie) - マイポータル - researchmap https://researchmap.jp/kfujie/ Kentaro FUJIE web http://www.math.tohoku.ac.jp/~fujie/main.html
--

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計2件

国際研究集会 One-day Online Workshop on Chemotaxis	開催年 2021年～2021年
国際研究集会 Online Seminar on Chemotaxis	開催年 2022年～2023年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
中国	Chinese Academy of Sciences		
ポーランド	Polish Academy of Sciences		