

令和 5 年 10 月 30 日現在

機関番号：11401

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2022

課題番号：19K14582

研究課題名（和文）高階な言語の概普遍性判定問題の決定可能性の解析

研究課題名（英文）Analysis on the decidability of the almost-universality problem for higher-order languages

研究代表者

新屋 良磨（Ryoma, Sin'ya）

秋田大学・理工学研究科・助教

研究者番号：00807026

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,100,000 円

研究成果の概要（和文）：言語Lの密度とはLの「大きさ」を表す $[0,1]$ 区間の実数値であり，概普遍性判定問題とは与えられた言語Lの密度が1かどうかを判定する決定問題である．文脈自由言語についてのサーベイを進めていく上で，一般の文脈自由言語では密度の解析は困難になるため，本研究では正規言語より「弱い」言語クラスに注目し，形式言語における密度の性質を解明する方針を取った．結果として概普遍性判定問題から派生した密度に関する決定問題である「可測性」という概念を発見し，期間全体を通して形式言語の密度に対する一連の新たな結果が得られた．

研究成果の学術的意義や社会的意義

形式言語・オートマトン理論は1960年代から深く研究されており，現代の理論計算機科学の基礎をなしている分野である．

本研究で得られた密度や可測性に関する一連の成果は，形式言語理論に測度論的な新たな視点を与える全く新しい成果である．また，正規言語よりも「弱い」言語クラスにおける可測性の決定可能性は，正規言語の「近似理論」への応用などの新たな可能性を開いた．

研究成果の概要（英文）：The density of a language L is a real value between 0 and 1 that represents the “size” of L. The almost universality problem asks whether a given language is 1 or not.

In conducting our survey of context-free languages, we decided to focus on “weaker” subclasses of regular languages since the theory of density of context-free languages is not well-developed yet. As a result, we discovered the notion of “measurability”, a decision problem about density, and obtained a series of new results on the density and measurability on formal languages were obtained throughout the period.

研究分野：形式言語理論

キーワード：形式言語 オートマトン 測度論 決定可能性

1. 研究開始当初の背景

(1) 言語 L の密度は $\delta(L)$ は

$$\delta(L) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\#(L \cap A^n)}{\#(A^n)}$$

で定義 ($\#(S)$ は集合 S の濃度を表す) される $[0,1]$ 区間内の実数値であり、直感的には言語の「大きさ」を表す値である。密度は代数的符号理論などの文脈で深く研究されてきた概念であり、Jean Berstel による 1972 年の論文において「任意の正規言語の密度は有理数」および「無曖昧文脈自由言語の密度は(収束するならば)代数的数」などの結果が示され、形式言語理論においても注目されるようになった。

一方、一般の文脈自由言語においては密度に関連する成果は歴史的にほとんど知られておらず、特に「任意の文脈自由言語は密度を持つか？」という基本的な問題ですら現時点で未解決である。

(2) 申請者は 2015 年に「密度が 1 になるか？」を判定する問題(概普遍性判定問題)が正規言語に対して線形時間で決定可能であることを示した。概普遍性判定問題などの密度に関する決定問題の決定可能性は文脈自由言語については知られておらず、正規言語に対する結果を文脈自由言語やその部分クラスに一般化できるかどうかは未解明であった。

2. 研究の目的

(1) 密度や密度に関連する決定問題について考察することで、形式言語の新たな側面や形式言語理論に対する幾何的なアプローチを発見する。

(2) 正規言語に関する密度の理論(概普遍性判定問題)を文脈自由言語に一般化できるかできないかを明らかにする。一般化できない場合、文脈自由言語のどのような性質が一般化を困難にしているかを解明する。

3. 研究の方法

(1) 正規言語に関する密度の理論をより詳細に解析し、その結果を精密化する。正規言語の内部には様々な言語の階層が存在し、それらの階層で密度に関する定理が強化できるかどうかを調べる。正規言語の部分クラスとして代数的・論理的な特徴付けを持つ振る舞いの良い部分クラスとして歴史的に良く研究されてきた部分クラスが存在する。歴史的に有名な例として

- ・区分検査可能言語:「ある語 w が部分列として現れる語全体」という形の言語の Boolean 演算で記述できる言語。

- ・星自由言語:一階述語論理で定義できる言語。

などがあり、これらの言語属に対する密度の理論を精密化する方針を取る。

(2) (1)で得られた結果を文脈自由言語などの正規言語よりも上位の言語クラス、さらには文脈自由言語よりも強い「高階な」言語クラスに一般化できるかどうかを解析・検証する。

(3) 概普遍性問題以外にも、密度に関する興味深い決定問題がないか、形式言語理論に限らずサーベイ等を通じて考察する。密度は言語の「大きさ」を表す確率的な指標であり、確率論や測度論のアイデアを形式言語理論に適用できる可能性がある。

4. 研究成果

(1) 無曖昧な文脈自由言語に対する概普遍性判定問題が決定可能であるという予想のもと研究を進め、1973 年の Semenov の普遍性判定問題に対する決定可能性の証明を拡張する形で、概普遍性判定問題についても同様に決定可能性が導けるという方針が得られた。しかし、まだ証明の拡張にはギャップがあり完成には至っていない。

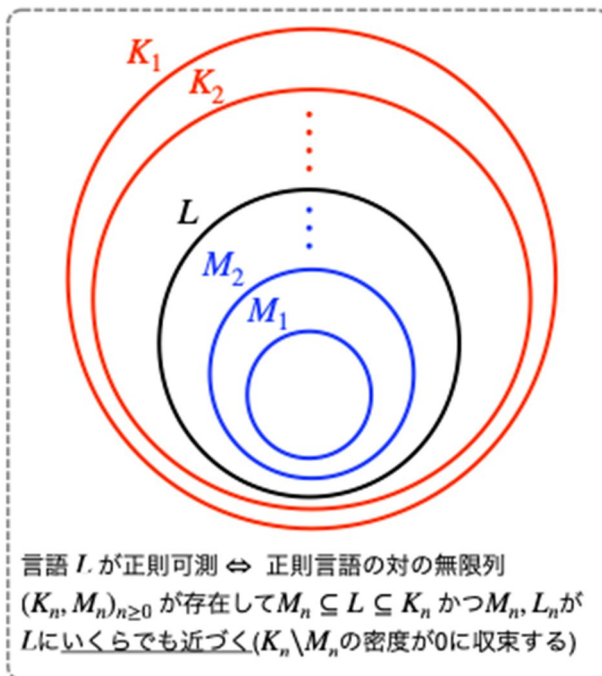
(2) 正規言語の部分クラスである区分検査可能言語について、次の同値条件を示した:
区分検査可能言語 L が密度 1 である \Leftrightarrow ある語 w が存在して L が「 w を部分列に含む語全体の集合」を部分に含む。
これ正規言語が密度 1 であることの次の同値条件(申請者が 2016 年に示したもの)の特殊化(精密化)になっている:
正規言語 L が密度 1 である \Leftrightarrow ある語 w が存在して L が A^*wA^* という言語すなわ

ち「 w を部分語に含む語全体の集合」を部分に含む。

- (3) 概普遍性判定をより精密化した「正規可測性」という決定問題を提案し、文脈自由言語や正規言語の部分クラスに対する一連の非自明な結果を与えることに成功した。ある言語 L が「正規可測である」とは、直感的にはその言語が正規言語で（密度の意味で）いくらでも外側・内側から近似できることを言い、形式的には以下の条件を満たすことを言う：正規言語の無限列の対 K_n, M_n が存在し、

(1) $K_n \supseteq L \supseteq M_n$ が各 n について成り立ち (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta(K_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta(M_n) = \delta(L)$ が成り立つ（下図）。正規可測性は言語の密度を応用した測度論的な発想に基づく概念であり、期間中に以下の一連の結果が得られた：

- 回文や括弧の対応などの典型的な文脈自由言語や、さらに歴史的に知られている多くの複雑な文脈自由言語が正規可測である（正規言語で近似できる）一方、比較的単純な（決定性）文脈自由言語で正規非可測なものが存在するということ。
- 原始語（自身よりも短い語の繰り返しで表現できない文字列）全体の集合は正規非可測であること。
- 文脈自由言語に対する正規可測性の判定は決定不能である一方、「正規可測性」を弱めたいくつかの性質は正規言語に対して決定可能である。



5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 新屋 良磨、山口 勇太郎、中村 誠希	4. 巻 40
2. 論文標題 部分語の出現情報の検査のみで近似できる正規言語について	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 コンピュータ ソフトウェア	6. 最初と最後の頁 2_49 ~ 2_60
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11309/jssst.40.2_49	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sin 'ya Ryoma	4. 巻 LNCS13257
2. 論文標題 Measuring Power of Locally Testable Languages	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 The proceedings of the 26th International Conference on Developments in Language Theory	6. 最初と最後の頁 274 ~ 285
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-031-05578-2_22	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ryoma Sin 'ya	4. 巻 LNCS12811
2. 論文標題 Carathodory Extensions of Subclasses of Regular Languages	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 The proceedings of the 25th International Conference on Developments in Language Theory (DLT2021), LNCS	6. 最初と最後の頁 355 ~ 367
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-81508-0_29	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sin 'ya Ryoma	4. 巻 LNCS12607
2. 論文標題 Asymptotic Approximation by Regular Languages	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 The proceedings of the 47th International Conference on Current Trends in Theory and Practice of Computer Science	6. 最初と最後の頁 74 ~ 88
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-67731-2_6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sin ' Ya Ryoma	4. 巻 LNCS12086
2. 論文標題 Context-Freeness of Word-MIX Languages	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 The proceedings of the 24th International Conference on Developments in Language Theory	6. 最初と最後の頁 304 ~ 318
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-48516-0_23	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計16件（うち招待講演 2件 / うち国際学会 7件）

1. 発表者名 Ryoma Sin'ya
2. 発表標題 Measuring Power of Locally Testable Languages
3. 学会等名 Developments in Language Theory (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Ryoma Sin'ya
2. 発表標題 Carathodory Extensions of Subclasses of Regular Languages
3. 学会等名 Developments in Language Theory (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 新屋良磨
2. 発表標題 部分語の出現情報の検査のみで近似できる正規言語について
3. 学会等名 第24回プログラミングおよびプログラミング言語ワークショップ (PPL 2022)
4. 発表年 2022年

1．発表者名 新屋良磨
2．発表標題 正規言語族の無限内部階層における分離問題および可測性について
3．学会等名 日本数学会 2022 年会（招待講演）
4．発表年 2022年

1．発表者名 新屋良磨
2．発表標題 Automata with Three Types of Constraints
3．学会等名 情報処理学会プログラミング研究会
4．発表年 2020年

1．発表者名 新屋良磨
2．発表標題 正則可測性：正則言語による極限的な近似可能性
3．学会等名 代数，論理，幾何と情報科学研究集会
4．発表年 2020年

1．発表者名 新屋良磨
2．発表標題 算術で強化したオートマトンと言語の有理性・代数性
3．学会等名 モデル理論夏の学校
4．発表年 2020年

1 . 発表者名 Ryoma Sin'ya
2 . 発表標題 Asymptotic Approximation by Regular Languages
3 . 学会等名 Online Worldwide Seminar on Logic and Semantics (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2020年

1 . 発表者名 Ryoma Sin'ya
2 . 発表標題 A quantitative approach to the primitive words conjecture
3 . 学会等名 Computational Logic and Applications (国際学会)
4 . 発表年 2020年

1 . 発表者名 新屋良磨
2 . 発表標題 原始語予想 -- a survey
3 . 学会等名 記号論理と情報科学 研究集会
4 . 発表年 2020年

1 . 発表者名 Ryoma Sin'ya
2 . 発表標題 Asymptotic Approximation by Regular Languages
3 . 学会等名 SOFSEM 2021: Theory and Practice of Computer Science (国際学会)
4 . 発表年 2021年

1．発表者名 Ryoma Sin'ya
2．発表標題 Asymptotic Approximation by Regular Languages
3．学会等名 Logic, Algebraic system, Language and Related Areas in Computer Science (国際学会)
4．発表年 2021年

1．発表者名 新屋良磨
2．発表標題 正則言語で極限的に近似可能な言語について
3．学会等名 第23回プログラミングおよびプログラミング言語ワークショップ
4．発表年 2021年

1．発表者名 Ryoma Sin'ya
2．発表標題 Measure theoretic approach to formal language theory
3．学会等名 日露二国間交流ワークショップ 実効記述集合論，計算可能解析学およびオートマトン理論 (国際学会)
4．発表年 2021年

1．発表者名 新屋良磨
2．発表標題 Context-Freeness for Word-MIX Languages
3．学会等名 情報処理学会プログラミング研究会
4．発表年 2019年

1. 発表者名 Ryoma Sin'ya
2. 発表標題 On the Context-Freeness of Word-MIX languages
3. 学会等名 代数系、論理、言語と計算機科学の周辺II
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織			
	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------