

令和 6 年 6 月 11 日現在

機関番号：32704

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2023

課題番号：19K14602

研究課題名（和文）反応拡散方程式系によって生成される界面運動と伝播の研究

研究課題名（英文）Research on propagation and interface behavior generated by reaction-diffusion system

研究代表者

兼子 裕大（Kaneko, Yuki）

関東学院大学・理工学部・講師

研究者番号：40773916

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,000,000円

研究成果の概要（和文）：生物種の侵入現象を表す反応拡散方程式の自由境界問題について研究した。反応項が正値双安定と呼ばれる複数の零点を持つ場合、2つの安定平衡点に対応するBig Spreading（大発生）とSmall spreading（小発生）が存在することを示し、各々の漸近形状と対応する自由境界の拡大速度を求めた。また、ある条件下でBig Spreadingはテラス型分布を形成することを示した。さらに、これらの結果を空間多次元の自由境界問題にも拡張した。他の拡散現象と比較するとき、単独反応拡散方程式から複数のSpreading挙動やテラス型分布が生じる要因は、正値双安定項の非線形性に由来すると結論付けられた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

侵入現象は外来種問題や生物多様性の観点から非常に重要な問題である。生物種の個体数密度と侵入前線を未知関数とするとき、侵入現象は反応拡散方程式の自由境界問題として定式化できる。この問題を解くことによって、生物種がどのように分布し侵入前線がどれほどの速度でどこまで拡がるのかということについて、理論的に深く理解することができる。特に本研究で示されたテラス型分布は、生物種の小集団が先に定着した後、大集団が遅れて押し寄せるような伝播形態が存在することを示唆している。

研究成果の概要（英文）：We studied a free boundary problem for a reaction-diffusion equation which models the spreading of biological species. When the reaction term is positive bistable, we showed big spreading and small spreading corresponding to the stable equilibrium points, obtained asymptotic profiles of solutions and determined the different spreading speeds. We also showed that the big spreading forms a propagating terrace under some condition. These results were extended to a multi-dimensional free boundary problem. In conclusion, the factor that causes the spreading behaviors and the propagating terrace to single reaction-diffusion equations derives from positive bistable nonlinearity.

研究分野：非線形偏微分方程式 拡散現象

キーワード：反応拡散方程式 自由境界問題 伝播現象 界面運動 漸近挙動 正値双安定 テラス型分布 進行波

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

本研究の背景として、生物種の侵入現象は Skellam(1951)以降、反応拡散方程式系の進行波解を用いて説明されてきた。国内では重定(1992)、瀬野(2007)、二宮(2014)など多くの研究や著書がある。一方、本研究に関わる自由境界問題によるアプローチは、Du-Lin(2010)によって近年提唱されたため、進行波に比べて研究の蓄積が少ない。しかし、侵入前線を界面として明示できるという利点があるため、積極的に研究すべき対象であり、報告者も 2010 年からこの自由境界問題の研究を進めてきた。

特に研究開始当初は、Kawai-Yamada(2016)による大小異なる Spreading の発見、報告者らによる(数値実験によって予測されていた)テラス型分布の数学的証明の成功によって、この種の自由境界問題に対する期待が高まっていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、反応拡散方程式系で記述される様々な拡散現象に対して、数学解析によって界面運動と伝播に関する性質を導き、それらの性質の共通点や違いを検討することで、界面運動と伝播の生成メカニズムを明らかにすることである。

研究目的を達成するため、具体的には以下の課題に取り組む。

- (1) 生物種の侵入モデルに対して、非線形反応項が界面運動と伝播に与える影響について明らかにする
- (2) 多次元領域における生物種の侵入モデルに対して、界面運動と伝播の仕組みを解明する
- (3) 反応拡散方程式系で表される様々な拡散現象に対して、界面運動と伝播のパターンについて比較・検討する

(1)、(2)の対象となる反応拡散方程式の自由境界問題では、従来の研究で用いられてきた単安定項や双安定項(正の安定平衡点が1点のみ)ではなく、正值双安定項(2つの正の安定平衡点を持つ反応項)を用いる。ここで正值双安定項は、昆虫の個体群動態を記述するために Ludwig-Aronson-Weinberger(1979)によって導入されたものである。

3. 研究の方法

(1)では、正值双安定項を伴う反応拡散方程式の自由境界問題に対して、解の漸近挙動の分類とテラス型分布への解の収束の仕組みについて明らかにした。解の漸近挙動の分類においては、空間1次元の問題では相平面解析による定常解構造の解析と、極限集合による解析手法を用いた。テラス型分布への解の収束については、自由境界付近では放物型方程式に対する零点数理論と比較定理を用いて Semi-wave 関数に収束することを示し、それ以外の領域では Berestycki-Hamel(2004)によるリュウビル型の定理等を用いて、ある進行波に収束することを示した。

(2)では、(1)で得られた結果を多次元球対称領域の場合と一般領域の場合に拡張した。定常解構造を調べるためには、空間1次元のような相平面解析では不十分であった。そこで、シューティング法によって定常解を詳細に分類し、極限集合を用いる論法によって解の漸近挙動を分類した。また解の漸近形状と自由境界の漸近速度を求めるために、球対称ラプラスアンに対応した精密な比較関数を構成する必要がある。一般領域においてテラス型分布を調べるために、分布の値域を上段と下段に分け、各段の任意の点におけるレベルセットの拡大速度を比較した。

(3)では、多種共生モデルや捕食者・被食者系、チューリングモデルやギーラー・マインハルト系で表される拡散現象に対して、界面運動と伝播のパターンについて比較・検討した。そして生物種の侵入モデルとの比較によって、界面運動と伝播現象の生成原理に迫った。

4. 研究成果

空間1次元におけるディリクレ型の自由境界問題

(1)について、解の漸近挙動に関する非線形反応項の効果と境界条件の影響について研究した。1次元区間 $0 < x < h(t)$ において反応拡散方程式の自由境界問題を考えた。原点には従来とは異なるディリクレ境界条件を課し、反応項は正值双安定とする。このとき、解の漸近挙動は Big spreading (大発生), Small spreading (小発生), Vanishing (個体の絶滅) に分類されることを示した。境界条件の影響により、解の漸近形状(分布)は原点付近でディリクレ境界条件を満たす定常解に収束し、自由境界付近で Semi-wave 関数に収束することが分かった。また、Big spreading と Small spreading の場合に(特殊な場合を除いて)自由境界の異なる拡大速度を求めた。なお本研究は、山田義雄氏(早稲田大学)、遠藤真帆氏(早稲田大学)との共同研究である。

多次元領域における自由境界問題に対する解の漸近挙動

(1), (2)について、解の漸近挙動に対する空間次元の影響について研究した。まず球対称領域に限定し、シューティング法によって定常問題に現れる楕円型方程式の解構造を決定した。そして、解の漸近挙動について Big spreading (大発生), Small spreading (小発生), Transition (遷移状態), Vanishing (個体の絶滅) の4種に分類し、解の漸近形状と自由境界の拡大速度を求めた。注目すべき点は、自由境界の漸近速度に1次元の場合と比べて $\log(t)$ の定数倍の遅れが生じたことである。また、自由境界条件に含まれる係数がある閾値と等しい場合に、未解決であった漸近速度を求めることができた。さらに一般領域の自由境界問題に対しても、解の漸近挙動が上記の4種に分類できることを証明した。なお本研究は、松澤寛氏(神奈川大学)、山田義雄氏(早稲田大学)との共同研究である。

多次元領域における自由境界問題に対するテラス型分布

(1), (2)について、空間1次元の場合に現れるテラス型分布に関する結果を、空間多次元の場合に拡張した。ここでテラス型分布とは、小さな安定平衡点に対応する Semi-wave 関数の上に、2つの安定平衡点を結ぶ進行波を繋げた分布である。テラス型分布の生成原理については、次のように理解できる。まず正值双安定項を、単安定項と双安定項を連結したものと見なす。次に単安定項に対応する進行波の速度が、双安定項に対応する進行波の速度よりも速い場合を仮定する(これは Semi-wave 問題の解構造と関係する)。このとき、自由境界条件の係数がある閾値よりも大きいとき(自由境界が十分速く進むとき)、Big spreading は必ずテラス型分布を伴うことが分かった。テラス型分布においても、自由境界部分の速度と進行波部分の速度の両方に、1次元の場合と比べて $\log(t)$ の定数倍の遅れが生じた。

一般領域の場合に解の漸近形状を精密に求めることは現状では難しいが、次のようにテラス型分布を示唆する結果を得た。密度関数の値域を上段と下段に分け、各段の任意の点におけるレベルセットの拡大速度を比較すると、下段の速度の方が上段の速度よりも速いことが証明できた。なお本研究は、松澤寛氏(神奈川大学)、山田義雄氏(早稲田大学)との共同研究である。

反応拡散方程式系で表される様々な拡散現象との比較

(3)について、多種共生モデルや捕食者・被食者系、チューリングモデルやギラー・マインハルト系などの反応拡散方程式系で表される数理モデルに対して、数理解析や数値シミュレーション、文献調査によって界面運動と伝播に関する性質を比較・検討した。

拡散現象には、多種共生モデルや捕食者・被食者系のように界面運動と伝播が同時に生じる場合と、チューリングモデルやギラー・マインハルト系のように界面運動はあっても伝播は生じない場合がある。前者については、反応拡散方程式の多成分連立系である多種共生モデルにおいて、Iida-Liu-Ninomiya(2011)によるテラス型分布を調べた(この問題では境界は明示的ではない)。その結果、多成分の相互作用が正值双安定項の代わりになり得ることが分かった。後者については、宮本安人氏(東京大学)、若狭徹氏(九州工業大学)との共同研究において、ギラー・マインハルト系のシャドウ系に対して、定常解の分岐構造と安定性、分岐パラメータが0に近づく場合の解の最大値・最小値の漸近評価について求めた。

以上より、生物種の侵入現象は、界面運動と伝播が同時に生じる拡散現象に分類され、さらに単独反応拡散方程式から複数の Spreading 挙動やテラス型分布が生じる要因は、正值双安定項の非線形性に由来すると結論付けられた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yuki Kaneko, Yasuhito Miyamoto, Tohru Wakasa	4. 巻 37 (5)
2. 論文標題 Stability and bifurcation diagram for a shadow Gierer-Meinhardt system in one spatial dimension	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 055011 (27pp)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/ad3596	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yuki Kaneko, Hiroshi Matsuzawa, Yoshio Yamada	4. 巻 17 (2)
2. 論文標題 A free boundary problem of nonlinear diffusion equation with positive bistable nonlinearity in high space dimensions III : General case	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series S	6. 最初と最後の頁 742-761
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcdss.2023089	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yuki Kaneko, Hiroshi Matsuzawa, Yoshio Yamada	4. 巻 178
2. 論文標題 A free boundary problem of nonlinear diffusion equation with positive bistable nonlinearity in high space dimensions II: Asymptotic profiles of solutions and radial terrace solution	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal de Mathématiques Pures et Appliquées	6. 最初と最後の頁 1-45
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.matpur.2023.07.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yuki Kaneko, Hiroshi Matsuzawa, Yoshio Yamada	4. 巻 42
2. 論文標題 A free boundary problem of nonlinear diffusion equation with positive bistable nonlinearity in high space dimensions I : Classification of asymptotic behavior	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 2719-2745
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2021209	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yuki Kaneko, Hiroshi Matsuzawa, Yoshio Yamada	4. 巻 52
2. 論文標題 Asymptotic profiles of solutions and propagating terrace for a free boundary problem of nonlinear diffusion equation with positive bistable nonlinearity	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Mathematical Analysis	6. 最初と最後の頁 65-103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/18M1209970	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Maho Endo, Yuki Kaneko, Yoshio Yamada	4. 巻 40
2. 論文標題 Free boundary problem for a reaction-diffusion equation with positive bistable nonlinearity	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems, Series A	6. 最初と最後の頁 3375-3394
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020033	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計16件 (うち招待講演 10件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 Yuki Kaneko
2. 発表標題 Borderline behavior and propagating terrace for a free boundary problem of a reaction-diffusion equation
3. 学会等名 Turing Symposium on Morphogenesis 2024 (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 多安定反応拡散方程式の自由境界問題に対する解のボーダーライン挙動とテラス挙動
3. 学会等名 第21回明治非線型数理セミナー (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yuki Kaneko
2. 発表標題 Remarks on a free boundary problem of positive bistable reaction-diffusion equation
3. 学会等名 RIMS Conference "Multidisciplinary Research on Nonlinear Phenomena: Modeling, Analysis and Applications" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yuki Kaneko
2. 発表標題 Propagating terrace for a free boundary problem of a reaction-diffusion equation in high space dimensions
3. 学会等名 2023 Korea-Japan Workshop on Nonlinear PDEs and Its Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 多次元領域における反応拡散方程式の自由境界問題に現れるテラス解
3. 学会等名 第17回非線形偏微分方程式と変分問題
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 多次元領域における反応拡散方程式の自由境界問題に現れるテラス解
3. 学会等名 九州工業大学数理セミナー (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 兼子裕大, 松澤寛, 山田義雄
2. 発表標題 Positive bistable項を伴う反応拡散方程式の自由境界問題に対する球対称解の漸近挙動
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 正值双安定項を伴う反応拡散方程式の定常問題に対する球対称解の分類
3. 学会等名 第16回非線形偏微分方程式と変分問題
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 正值双安定項を伴う反応拡散方程式の定常問題に対する球対称解の分類
3. 学会等名 RIMS共同研究(グループ型A)「非線形問題の精密解析」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 正值双安定項を伴う拡散方程式の自由境界問題に現れる伝播現象
3. 学会等名 九州関数方程式セミナー(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 正值双安定項を伴う拡散方程式の自由境界問題に現れる伝播現象
3. 学会等名 OCAMIワークショップ「第1回オンライン放物型偏微分方程式ワークショップ」(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 反応拡散方程式の自由境界問題に対する 球対称解の漸近挙動
3. 学会等名 第45回発展方程式研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuki Kaneko
2. 発表標題 Asymptotic behaviors of radially symmetric solutions to a free boundary problem with positive bistable nonlinearity
3. 学会等名 RIMS Symposium "Qualitative Theory on Nonlinear Partial Differential Equations" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 反応拡散方程式の自由境界問題に現れる伝播現象について
3. 学会等名 第7回理学セミナー(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 反応拡散方程式の自由境界問題に現れるtwo-stage spreading
3. 学会等名 第88回岐阜数理科学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 兼子裕大
2. 発表標題 Positive bistable項を伴う反応拡散方程式の解の伝播形状について
3. 学会等名 第7回大分大学解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関