

令和 6 年 6 月 13 日現在

機関番号：17104

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2023

課題番号：19K15014

研究課題名（和文）時変な空間上で定義された線形システムの解析と制御

研究課題名（英文）Analysis and control of linear systems defined on time-varying manifolds

研究代表者

福井 善朗（Fukui, Yoshiro）

九州工業大学・大学院情報工学研究院・准教授

研究者番号：30710652

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では空間の変化を考慮した非線形システムの解析ならびに制御則の設計を行うことに取り組んだ。時変な多様体上で定義された時不変システムを時不変な多様体上で定義された時変システムに変換し、後者のシステムに対して制御則を設計することで、前者に対する制御則を得る方法を提案した。この研究は「相対的な位置関係」を制御すれば「絶対的な位置関係」を制御することになるのか、という問いに対するひとつの答えになっている。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で扱う問題はロボットによる動的障害物回避制御をアプリケーションにもつ。本研究により、動的障害物を回避しようとする際には、相対的な位置関係のみを考慮しては、絶対的な位置関係を制御できるとは限らず、絶対的な位置関係と相対的な位置関係を変換する対応関係の影響を追加で考慮しなければならないことを明らかにした。これは学術的には時変な座標変換を考慮する必要性を示した意義があり、社会的には高速で移動する物体を回避する際の注意点を明らかにした意義がある。

研究成果の概要（英文）：In this research, we tackled a control design problem for nonlinear systems defined on time-varying manifolds. We proposed a global feedback control which consists of a time-varying coordinate transformation between the time-invariant system defined on time-varying manifolds and a time-varying system defined on time-invariant manifolds, and control design for the time-varying system. This research provides one of the answers to the question of whether controlling the "relative position" can control the "absolute position."

研究分野：非線形制御論

キーワード：時変システム Lyapunov関数

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

これまでの制御理論では、システムが定義される空間が時不変であることが大前提にあった。例えば、線形制御理論(現代制御理論)・非線形制御理論では力学系(Dynamical system)とよばれる以下システムに対して制御系設計が行われている。

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, u), x \in \mathcal{X}, u \in U \subset \mathbb{R}^m \\ y = H(t, x, u) \end{cases}$$

ただし、多様体 $\mathcal{X}$ は状態制約を、 $U \subset \mathbb{R}^m$ は入力制約を意味している。ここで、多様体とはユークリッド空間を張り合わせて得られる空間であり、移動ロボットのコンフィギュレーション空間や、剛体の姿勢角全体 $SO(3)$ 、等式制約によって定式化されるプラントの状態空間などを典型例に持つ。

上記システムはプラント・機械系・ネットワーク制御をはじめとした多くのアプリケーションを含んだモデルになっており、バックステッピング・非線形H無限大制御・受動性にもとづく制御など、安定性やロバスト性が保証された制御が多く提案されている。

一方で、システムは状態制約を意味する空間 $\mathcal{X}$ が時間に依存しないため、「移動体による動的障害物回避制御」という、比較的ポピュラーなアプリケーションを取り扱えない問題点がある。類似する枠組みでは「非線形システムの部分状態安定化」「時変な非線形システムの制御」などがあるが、これらを用いても、動的障害物回避問題のような、状態制約が時間に依存した制御問題に対して種々の非線形制御をそのまま適用できない。

そこで、本研究では空間 $\mathcal{X}$ が時変の場合に対する非線形システムの制御法を取り扱う。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、「多様体上で定義された非線形システムの制御」の枠組みで、空間の変化を考慮した非線形システムの解析ならびに制御則の設計をおこなうことである。

### 3. 研究の方法

研究開始当初において、以下の3つのテーマ(アプローチ)の論点を立ち上げ、本研究の目的である「空間の変化を考慮した非線形システムの解析ならびに制御則の設計を行うこととした。

#### (1) 離散的な空間変化を考慮した制御則の開発

Robo cup ホームリーグなど人間が生活する場で働くロボットを考えると、ロボットは時々刻々と更新される地図情報という時変な環境を考慮した制御を採用する必要がある。本テーマでは、地図情報が離散的な時刻ごとに更新される場合を考え、どのような環境情報の更新であれば、ロボットの誘導が達成できるかを明らかにする。

具体的には、ロボットの誘導達成のためには、SLAM アルゴリズム(環境計測アルゴリズム)で得られる地図情報がどのような性質を持つべきかを明らかにし、また、許容される計測誤差を理論的に見積もることができる移動体の探索制御法を開発する。許容される誤差・外乱の見積もりはInput-to-State Stabilityの考え方を応用することで解析する。

#### (2) 多様体上で定義されたシステムに対する出力フィードバック制御則の開発

空間の変化を状態量が定義される空間が時変な多様体としてあらわされる場合の中でも、特に時変な空間が特定の変数をもってパラメトライズされる場合を考える。この場合は、時変な多様体上で定義されたシステムの状態フィードバック制御の設計問題を時不変な多様体上で定義されたシステムの出力フィードバック制御の設計問題に帰着できることがある。

そこで、こういった問題の変換と出力フィードバックの枠組みで時変な多様体上で定義されたシステムの制御則設計ができないか研究する。

#### (3) 自明でない計量を持つ多様体上で定義されたシステムの解析・制御則開発

数学分野を見渡すと、時変な空間を多様体論の枠組みで取り扱う方法は、時間と空間の直積空間を考える方法(1パラメータ変換群など)と、多様体の持つ計量を変化させる方法(ペレルマンがポアンカレ予想を解く際に使ったリッチフローなど)の2種類に大別される。前者は障害物とロボットの絶対的な位置関係を、後者は障害物とロボットの相対的な位置関係を制御すると解釈できる。

前者のアプローチで非線形制御を取り扱うことは、過年度の科学研究費(若手B)の研究で有力でないことがわかったため、本研究テーマでは、後者のアプローチにて、空間の変化が考慮された非線形システムに対する制御の設計が行えないか検証を行う。すなわち、多様体自体が変化するのではなく、計量が時間に応じて変化する場合を取り扱い、安定性の定義をどのように取り扱えば従来から提案されている非線形制御の理論が適用できるか、計量の変化をどのように制御則の設計段階で考慮すれば良いかを明らかにする。

## 4. 研究成果

### (1) 研究の主な成果

本研究費における最も主な成果は以下論文で発表した結果である：

最も主な成果：

Yoshiro Fukui: Global Feedback Control for Nonlinear Affine Systems Defined on Time-Varying Parameterized Manifolds, ICCAS 2023, 23rd International Conference on Control, Automation and Systems, Yeosu, Korea, 18/23, 2023/10/17-20. (発表日 10/17, Control Theory 1(Regular paper, Oral), Paper P00440).

上記論文では、

空間の変化を状態量が定義される空間が時変な多様体としてあらわされる場合の中でも、特に時変な空間が特定の変数をもってパラメトライズされる場合を考え、時変な空間上で定義された時不変システムの安定化問題を、時変な座標変換により、時不変な空間上で定義された時変システムに変換し、後者(時不変な多様体上で定義された時変システム)に対して制御則を設計することを考えた。

これに対し、

後者に対して大域的漸近安定化を行う制御則を設計し、それをそのまま時変な座標変換により、時変な空間上で定義された時不変システムの制御則として使おうとすると、前者の目標平衡点を大域的漸近安定化するとは限らないことを示した上で、時変な座標変換の影響をある種の上関数で抑え込み、その抑え込み関数を従来制御に組み込むことで、座標変換の影響を考慮しつつ大域的な漸近安定化を実現するフィードバック制御を提案した。

得られた結果は国内外問わず、「多様体上で定義されたシステムに対する Lyapunov 関数を使った大域的制御則の設計法」として位置付けられる。

この成果は、国際会議である ICCAS2023 (23rd International Conference on Control, Automation and Systems) にて、「the quality of the technical contribution and the presentation」に基づいた評価をいただき、**Outstanding paper award を受賞するに至るインパクトがあった**。

この成果は、時変な座標変換による制御則の性能変化を解析し、制御則の設計法を示した最初の研究として位置付けることもできる。そのため、今後の展望として、時変な座標変換は制御則の性能をどのように変化するか系統的に調べることが考えられる。たとえば、安定性のクラスである指数安定性、有理安定性、有限時間安定性は時変な座標変換によってどのような影響を受けるかの解析、あるいは、種々の安定性のクラスを崩さないようにはどのように座標変換の影響を考慮して制御則を設計しなければならないか、などを研究することが考えられる。

### (2) 主な成果の適用例

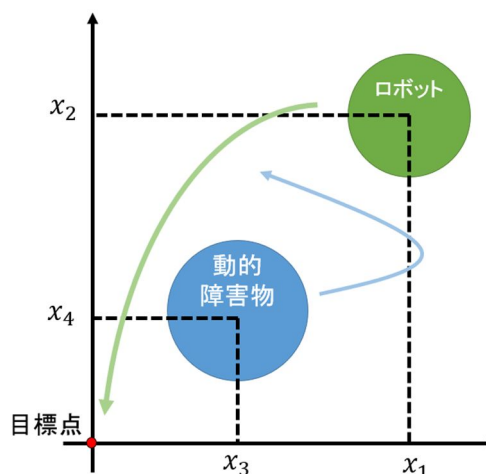
上記「最も主な成果」として挙げた論文の結果自体は非線形制御論の文脈で一定の抽象化を行った成果であり、もっともわかりやすい適用例は「移動体の動的障害物の回避問題」である。

右図であらわされるような、円形のロボット・動的障害物を考える。ロボットならびに動的障害物は前後左右に自由に動けるとする。ロボットならびに動的障害物の位置・移動速度はロボットに搭載されたセンサーによって計測可能であるとする。

動的障害物の動きはロボットから制御することはできない。

ロボットは動的障害物と衝突せず、あらかじめ与えられた目標点に移動することが求められている。ただし、動的障害物が目標点を覆いかぶさることはないと仮定する。

このような、移動ロボットに動的障害物回避させつつ、目標点への誘導を行う問題のことをここでは動的障害物回避制御問題とよぶ。障害物が動かない場合は静的障害物回避制御問題とよぶ。

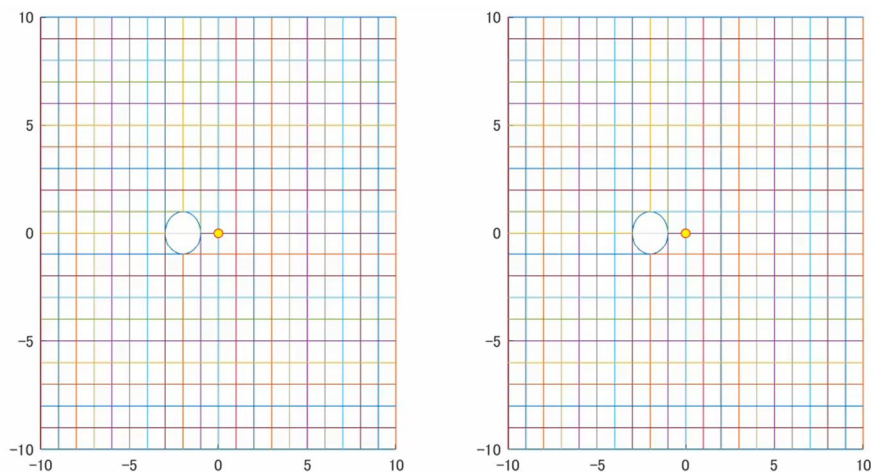


静的障害物回避問題に対しては、いくつかの定評ある障害物の回避制御がすでに提案されている。そのため、動的障害物回避制御問題を静的障害物回避問題に事変な座標変換で変換することを考える。この操作は、以下の2者間の問題を変換する操作と解釈することができる。

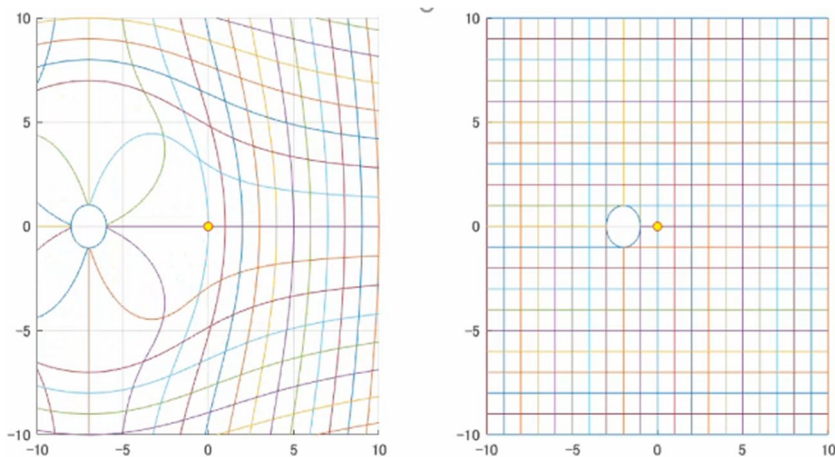
- ・動的障害物回避制御問題：ロボットと動的障害物の**絶対的距離を制御する問題**
- ・静的障害物回避制御問題：ロボットと動的障害物、**目標点の相対的位置関係を制御する問題**

我々は「相対的位置関係を制御していれば障害物をよけて目標地点に移動できる」ことを直観的・あるいは経験的に知っている。しかし、**厳密な数学によって制御則の設計問題に取り組むと意外にもこの直観はいつも成り立つとは限らないことを本研究で発見した。**

以下図の左図は「障害物と目標位置の絶対的距離」、右図は「相対的位置関係」を表しており、グリッドが描かれていない円が障害物、黄色いちいさな丸が目標点である。右図に描かれているグリッドを時変な座標変換で引き戻したものが、グリッドとして左図に表示している。



動的障害物が動くと、右図に描かれているグリッドを左図引き戻したものは歪められる(下図)。



右図でいうとこの目標点まわりのグリッドが、左図では大きく引き伸ばされていることがわかる。動的障害物が目標位置から離れれば離れるほど、グリッドはより大きく引き伸ばされる。

「相対的位置関係の制御」とは、右図のグリッドで測られる距離を最終的に0に収束させる制御を意味している(相対的位置関係の制御)。もし、左図においてグリッドが引き伸ばされる量が、右図のグリッドで測られる距離を0に収束させるスピードよりも速いと、「アキレスと亀」のように、いつまでたっても左図においてロボットが目標位置に近づかないということがありえる。時変な座標変換の影響(グリッドを引き伸ばす大きさの量、自明でない計量のようなもの)を考慮した制御則を設計しないと、相対的位置関係を制御したからといって、絶対的位置関係を思い通りに制御できるとは限らないのである。

これに対し、以下のように、**座標変換の影響を考慮する項(赤字)**をほんの少し加えるだけで、**相対的な位置関係の制御則**（従来法, Conventional control）を**動的障害物回避制御(提案法, Proposed control)**として流用することができることを本研究では発見した。

Proposed control	Conventional control
$u := -K(\tilde{x}; p)L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p)^T$	$u := -K(\tilde{x}; p)L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p)^T$
$K(\tilde{x}; p) := \begin{cases} \frac{L_f\tilde{V}(\tilde{x}; p) + k\tilde{V}(\tilde{x}) + \frac{\dot{k}}{k}\tilde{V}(\tilde{x})}{L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p)L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p)^T}, & L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p) \neq 0 \\ 0, & L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p) = 0 \end{cases}$	$K(\tilde{x}; p) := \begin{cases} \frac{L_f\tilde{V}(\tilde{x}; p) + k\tilde{V}(\tilde{x})}{L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p)L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p)^T}, & L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p) \neq 0 \\ 0, & L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p) = 0 \end{cases}$
$L_f\tilde{V}(\tilde{x}; p) := \frac{\partial\tilde{V}}{\partial\tilde{x}}(\tilde{x})\tilde{f}(\tilde{x}; p),$	$L_f\tilde{V}(\tilde{x}; p) := \frac{\partial\tilde{V}}{\partial\tilde{x}}(\tilde{x})\tilde{f}(\tilde{x}; p),$
$L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p) := \frac{\partial\tilde{V}}{\partial\tilde{x}}(\tilde{x})\tilde{g}(\tilde{x}; p),$	$L_{\tilde{g}}\tilde{V}(\tilde{x}; p) := \frac{\partial\tilde{V}}{\partial\tilde{x}}(\tilde{x})\tilde{g}(\tilde{x}; p),$
$\frac{\partial\tilde{V}}{\partial\tilde{x}}(\tilde{x}) \in \tilde{D}\tilde{V}(\tilde{x}),$	$\frac{\partial\tilde{V}}{\partial\tilde{x}}(\tilde{x}) \in \tilde{D}\tilde{V}(\tilde{x}),$

以下は制御則のシミュレーション実験の結果である。

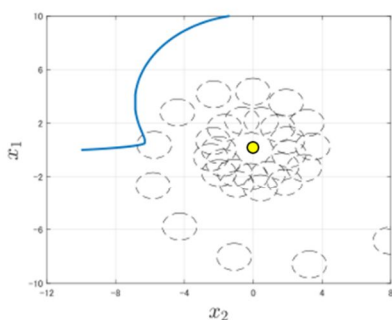


Fig. 8. Conventional control: Trajectory of absolute position  $x(t)$ .

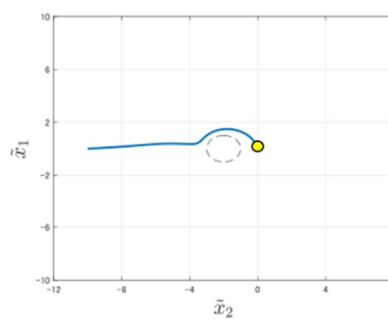


Fig. 9. Conventional control: Trajectory of relative position  $\tilde{x}(t)$ .

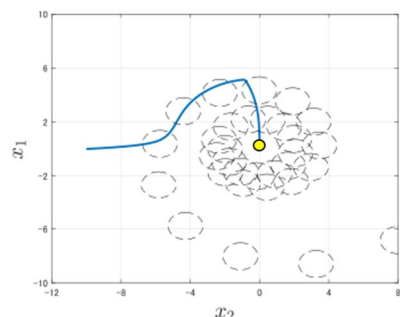


Fig. 4. Proposed control: Trajectory of absolute position  $x(t)$ .

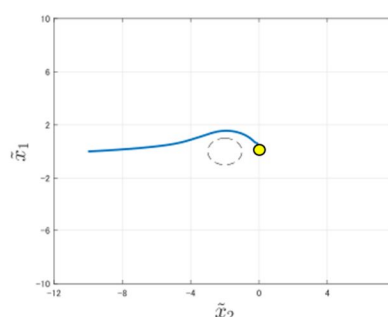


Fig. 5. Proposed control: Trajectory of relative position  $\tilde{x}(t)$ .

従来法（時変な座標変換の影響を考慮する項なし）の場合、相対的な位置関係は制御できていても、絶対的な位置関係が制御できていないことが確認できる。一方で、提案法（時変な座標変換の影響を考慮する項あり）の場合、相対的な位置関係も絶対的な位置関係も制御できていることがわかる。これは**本研究で提案した座標変換の影響を陽に考慮する工夫がうまく働いているから**である。

以上のように、最も主な成果として挙げた結果は、「相対的な位置関係を制御するとは何か」「絶対的な位置関係を制御するとは何か」を考えるものであり、「相対的な位置関係を制御するも絶対的な位置関係も制御するも同じであろう」という我々の直観が正しくない例を示した上でその解決法を提供するものであった。

今後は、絶対的な位置関係・相対的な位置関係の関係性が制御則の設計においてどのような影響を与えるかさらに深く調べることとする。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計12件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 7件）

1. 発表者名 Yoshiro Fukui
2. 発表標題 Global Feedback Control for Nonlinear Affine Systems Defined on Time-Varying Parameterized Manifolds
3. 学会等名 23rd International Conference on Control, Automation and Systems (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yoshiro Fukui, Yasuyuki Satoh
2. 発表標題 Dynamic Obstacle Avoidance Control as Application of Control Problem for Nonlinear Systems Defined on Time-varying Manifolds
3. 学会等名 The SICE Annual Conference 2023 (SICE 2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yoshiro Fukui
2. 発表標題 Discontinuous Global Feedback Control for Nonlinear Systems Defined on Non-Contractible Manifolds
3. 学会等名 The 5th International Forum on Frontiers of Automation and Artificial Intelligence (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yoshiro Fukui
2. 発表標題 Estimation of Order of Settling-time using Strict Lyapunov Function for Finite-time PD Control
3. 学会等名 CDC 2022 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Kohei Koga
2. 発表標題 Deorbiting of Satellites by a Free-Flying Space Robot by Combining Positioning Control and Impedance Control
3. 学会等名 ICCAS 2002 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yoshiro Fukui
2. 発表標題 Stability Analysis of Homogeneous Finite-Time PID Control Using a Small Gain Theorem
3. 学会等名 MICNON2021, Third IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤村 統太, 福井 善朗, 伊藤 博
2. 発表標題 2段階台形加速を用いたベルト駆動型ロボットの軌道追従制御
3. 学会等名 第64回自動制御連合講演会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshiro Fukui, Yasuyuki Satoh
2. 発表標題 Local State-Independent Input-to-Output Stability as a Tool for Robustness Analysis of Mechanical Systems
3. 学会等名 CDC2020, 59th IEEE Conference on Decision and Control (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 日野 光一郎, 福井 善朗, 伊藤 博
2. 発表標題 周波数応答による同次有限時間整定制御の外乱抑止性の比較考察
3. 学会等名 第63回自動制御連合講演会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 福井 善朗
2. 発表標題 時変な座標変換が非線形システムの安定性を崩さないための必要十分条件
3. 学会等名 第7回計測自動制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 福井 善朗
2. 発表標題 時変な座標変換が非線形システムの安定性を崩さないための条件について
3. 学会等名 第62回自動制御連合講演会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 堀江 巧磨, 福井 善朗, 伊藤 博
2. 発表標題 水中探査機の階層型二次元経路追従制御法の三次元拡張の一方法と考
3. 学会等名 第62回自動制御連合講演会
4. 発表年 2019年



〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------