

令和 5 年 6 月 12 日現在

機関番号：22604

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2022

課題番号：19K15019

研究課題名（和文）確率的な不確かさを持つ動的システムのデータ駆動型学習最適化とその応用

研究課題名（英文）Data-Driven Learning Optimization of Dynamical System with Stochastic Uncertainty and Its Application

研究代表者

豊田 充 (Toyoda, Mitsuru)

東京都立大学・システムデザイン研究科・助教

研究者番号：40826939

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,500,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、動的システムの解析と関連する制御問題や最適化問題において、データ科学的知見に基づいた解析手法を提案することを目指した。具体的には、確率ブーリアンネットワークと呼ばれる、確率的な不確かさを考慮した離散値システムにおいて、制御問題や推定問題に対する最適化アルゴリズムを提案した。また、離散的制御入力を近似的に与える $l_1$ ノルムやその和による正則化を導入した制御問題をはじめとする最適化問題において、統計や機械学習分野で広く用いられているスパース最適化手法の知見に基づき、種々の反復法の適用の検討および収束解析を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

離散値システムの表現として本研究で主に用いられた確率ブーリアンネットワークは汎用的な数学モデルであり、本研究で提案した最適化手法をはじめとする解析結果は広いクラスのシステムの研究に関連するものである。また、本研究における連続値システムの解析で主として扱ったスパース最適化手法もまた制御、最適化、機械学習など多くの分野で取り入れられている手法であり、こちらも他分野への適用といった更なる発展が期待される。

研究成果の概要（英文）：This research addressed control and optimization problems related to the analysis of dynamical systems and focused on the development of new analysis framework based on the data science methodologies. In probabilistic Boolean networks, which is a class of discrete-valued systems taking into consideration the stochastic uncertainty, optimization algorithms in control and estimation problems were presented. Furthermore, optimization problems with the  $l_1$  norms for the regularization were considered in this study. Based on the sparse optimization method in statistic and machine learning re-search fields, multiple iterative methods were examined, and associated convergence analysis was performed.

研究分野：制御工学

キーワード：制御理論 最適制御 確率論理システム スパース最適化

## 1. 研究開始当初の背景

従来の制御系設計においてはモデルベース制御やモデルベース最適化といったキーワードに代表されるとおり、制御対象をよく模擬した数学モデルつまり数式による表現が要求され、そのモデルに基づいて制御系の設計あるいは最適化がなされてきた。しかし、複雑な物理現象や確率的な不確かさをもつシステムに対しては従来の微分方程式/差分方程式ベースの方法論は有用であるものの限界があった。また、モデリングと呼ばれる前述の数学モデルを導出する手順はそれ自体労力のかかる工程である。この課題に対して、近年注目を浴びているデータ科学的手法を利用した新たな解析手法の提案を目指し本研究課題に取り組んだ。

## 2. 研究の目的

上述のモデルベースの制御/最適化とは異なる、データ科学分野の手法に基づいた、データ駆動的な解析手法の提案を目指した。具体的には、下記のモデル構造における制御/最適化問題に取り組んだ：

1. 離散値をとるシステム(離散値システム)としての確率ブーリアンネットワーク：離散的な状態を確率的に遷移する制御対象のモデルである。
2. 連続値をとるシステム(連続値システム)としての微分方程式/差分方程式：制御工学(理論)分野で広く用いられてきたモデル表現である。

## 3. 研究の方法

1. 確率論理システムの研究においては、近年動的システム論の分野で注目されている、確率ブーリアンネットワークの研究を行った。ブーリアンネットワークは複雑な物理現象をはじめとするモデリングが困難な制御対象を離散的な状態の遷移に帰着させるモデリング手法である。この遷移に確率的なスイッチングを取り入れたものが確率ブーリアンネットワークである。本研究の主眼である最適化を主たるキーワードとして、可制御性の検証、モデル内に確率的な不確かなパラメータが存在するときの制御問題、最適化に基づいた推定、といった問題意識に基づき研究を実施した。

2. 最適化問題のモデリングにおいて正則化項と呼ばれる項を追加する(イメージは右下図)ことで、与えられる最適解にスパース性つまりゼロが多く含まれている特性を付与するモデリング手法はスパースモデリングと呼ばれ、関連する最適解を解く最適化手法はスパース最適化というキーワードで近年制御/統計/機械学習といった多分野にまたがって注目されている。本研究では制御問題における離散値制御(およびそれに属するスパース制御)のための正則化関数を与えた最適化問題の解析、および関連するスパース最適化に用いられる反復法の収束解析に着目した。

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n}{\text{minimize}} \quad f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x}) \\ & f(\mathbf{x}): \text{コストを表す関数} \\ & g(\mathbf{x}): \text{正則化関数}(\ell_1\text{-ノルムやその和など}) \end{aligned}$$

図1. スパースモデリングにおける最適化問題のイメージ

## 4. 研究成果

詳細な成果は以下のとおり(記載の便宜上、離散値システム(確率論理システム)と連続値システム(微分方程式, 差分方程式)に関連する内容とに大まかに区分して整理した)：

### 1. 確率論理システムに関連する研究

1-1. 従来確率ブーリアンネットワークの可制御性解析は行われてきたが、時変なフィードバック制御則までクラスを広げて検証を行った。可制御性の検証はある種の最適化問題を解くことに帰着されることを示した。

1-2. 各状態におけるスイッチング確率が不確かな場合，具体的にはベータ分布にしたがう確率変数として与えられる場合の最適制御問題の定式化を行った．スイッチング確率は素朴にはベータ分布に従う確率変数としてその確率的な不確かさをモデル化することができる(右図矢印で示した遷移における遷移確率に相当する)．今までの研究ではスイッチング確率は確定値として取り扱われてきたが，本研究では確率変数として扱ったため，最適制御問題の定式化から異なる．この点に対して，最適化計算を行うアルゴリズムを提案した．

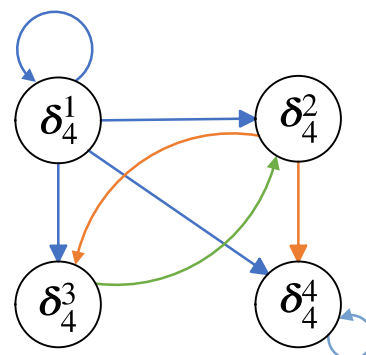


図 2. 確率プリアンネットワークのイメージ

1-3. 確率プリアンネットワークにおけるある種の推定問題を最適化問題として定式化し，得られた問題に対する最適化アルゴリズムを提案した．

## 2. スパース最適化手法に基づく種々の反復法

2-1. 箱型制約と線形等式制約の下で  $l_1$  ノルムを最小化する問題に対して，交互方向乗数法 (Alternating Direction Method of Multipliers; ADMM) を用いたアルゴリズムの提案とその収束解析を行った．この定式化は信号処理分野や制御分野といった複数の分野での問題設定で現れるもので，本研究では収束解析として線形収束性と呼ばれる好ましい収束性能が達成されることを示した．

さらに，上述の問題設定における目的関数の  $l_1$  ノルムをより広げて  $l_1$  ノルムの和として設定した目的関数 (Sum-Of-Absolute Values; SOAV) において，効率のよいアルゴリズムの提案と収束解析を行った．

2-2. 上記 ADMM の制御問題への応用として，モデル予測制御と呼ばれるオンラインの制御アルゴリズムの検討を行った．モデル予測制御では，各ステップにおいて，一部パラメータが変化した最適化問題が解かれるため，前回の最適解から反復を開始するホットスタートがよく用いられる．本稿ではこのホットスタートを行った場合の収束解析を行った．

また，2-1. における  $l_1$  ノルムを  $l_2$  ノルムで置き換えたモデリング手法と関連する最適化アルゴリズムの基礎的検討を行い，有効性を検証した．加えて，不確かな連続値システムの表現として知られているガウス過程回帰を用いたインパルス応答の推定手法に基づき，確率的な不確かさのモデリングと関連する制御/最適化手法の検討を行い，反復学習制御への適用可能性が見出された．これらの研究課題に関しては引き続き発展を図りたい．

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件／うち国際共著 5件／うちオープンアクセス 5件）

1. 著者名 Toyoda Mitsuru, Tanaka Mirai	4. 巻 15
2. 論文標題 An analysis of hot started ADMM for linear MPC	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IET Control Theory and Applications	6. 最初と最後の頁 1999 ~ 2016
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1049/cth2.12174	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Toyoda Mitsuru, Wu Yuhu	4. 巻 53
2. 論文標題 Maximum-Likelihood State Estimators in Probabilistic Boolean Control Networks	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Cybernetics	6. 最初と最後の頁 3414 ~ 3427
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TCYB.2021.3127880	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Toyoda Mitsuru, Tanaka Mirai	4. 巻 359
2. 論文標題 Efficient iterative method for SOAV minimization problem with linear equality and box constraints and its linear convergence	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of the Franklin Institute	6. 最初と最後の頁 2206 ~ 2228
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfranklin.2022.01.014	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Toyoda Mitsuru, Tanaka Mirai	4. 巻 146
2. 論文標題 Local R-linear convergence of ADMM-based algorithm for $\ell_1$ -norm minimization with linear and box constraints	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Systems & Control Letters	6. 最初と最後の頁 104824 ~ 104824
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.sysconle.2020.104824	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Wu Yuhu, Guo Yuqian, Toyoda Mitsuru	4. 巻 32
2. 論文標題 Policy Iteration Approach to the Infinite Horizon Average Optimal Control of Probabilistic Boolean Networks	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems	6. 最初と最後の頁 2910 ~ 2924
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TNNLS.2020.3008960	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Toyoda Mitsuru	4. 巻 21
2. 論文標題 Bayesian selection probability estimation for probabilistic Boolean networks	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Asian Journal of Control	6. 最初と最後の頁 2513 ~ 2520
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/asjc.2166	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Toyoda Mitsuru, Wu Yuhu	4. 巻 31
2. 論文標題 On Optimal Time-Varying Feedback Controllability for Probabilistic Boolean Control Networks	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems	6. 最初と最後の頁 2202 ~ 2208
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TNNLS.2019.2927241	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Le Shuting, Wu Yuhu, Toyoda Mitsuru	4. 巻 514
2. 論文標題 A congestion game framework for service chain composition in NFV with function benefit	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Information Sciences	6. 最初と最後の頁 512 ~ 522
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ins.2019.11.015	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Toyoda Mitsuru, Wu Yuhu	4. 巻 51
2. 論文標題 Mayer-Type Optimal Control of Probabilistic Boolean Control Network With Uncertain Selection Probabilities	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Cybernetics	6. 最初と最後の頁 3079 ~ 3092
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TCYB.2019.2954849	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Toyoda Mitsuru, Tanaka Mirai	4. 巻 4
2. 論文標題 An Efficient Algorithm for an $\ell_1/\ell_2$ Mixed Optimal Control Problem with a Box Constraint and Parallelization	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 IEEE Control Systems Letters	6. 最初と最後の頁 584 ~ 589
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/LCSYS.2020.2982511	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計16件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 6件)

1. 発表者名 Mitsuru Toyoda and Mirai Tanaka
2. 発表標題 Application of Projected Subgradient Method to LQ Optimal Control Problem with Sum-Of- $\ell_2$ -Norms Regularization
3. 学会等名 the 41st Chinese Control Conference (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 豊田充, 増田士朗, 小坂航太, 佐藤幸浩
2. 発表標題 繰り返し反復制御のためのガウシアンプロセスによるインパルス応答推定
3. 学会等名 第10回制御部門マルチシンポジウム (MSCS2023) 講演論文集
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Mitsuru Toyoda, Mirai Tanaka
2. 発表標題 Sum of $\ell_2$ -Norms Based Modeling for Discrete-Valued Optimal Control
3. 学会等名 Proceedings of 2021 60th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 豊田充, 田中未来
2. 発表標題 非リブシツな関数を含む最適化問題に対する近接劣勾配法
3. 学会等名 第9回制御部門マルチシンポジウム (MSCS2022) 講演論文集
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 豊田充, 田中未来
2. 発表標題 可変平滑化パラメータを用いた加速近接勾配法
3. 学会等名 統計数理研究所 研究集会「最適化：モデリングとアルゴリズム」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Mitsuru Toyoda and Yuhu Wu
2. 発表標題 A Maximum Likelihood State Estimator for Probabilistic Boolean Control Networks
3. 学会等名 Proceedings of the 39th Chinese Control Conference (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Mitsuru Toyoda and Shiro Masuda
2. 発表標題 Optimal Poster Session Organization Based on 0 - 1 Integer Programming
3. 学会等名 Proceedings of the SICE Annual Conference 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 豊田充, 呉玉虎
2. 発表標題 最尤法による確率プーリアンネットワークの状態推定
3. 学会等名 第63回自動制御連合講演会講演論文集
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 豊田充, 田中未来
2. 発表標題 箱型制約および線形等式制約をもつSOAV最小化問題における効率のよいアルゴリズム
3. 学会等名 第63回自動制御連合講演会講演論文集
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 豊田充, 田中未来
2. 発表標題 正則化項をもつ線形モデル予測制御問題に対するADMMにおけるホットスタートの解析
3. 学会等名 第7回制御部門マルチシンポジウム講演論文集
4. 発表年 2021年



1. 発表者名 豊田充, 田中未来
2. 発表標題 箱型制約および線形等式制約をもつSOAV最小化問題に対する効率のよいアルゴリズムと線形収束性
3. 学会等名 統計数理研究所 研究集会「最適化：モデリングとアルゴリズム」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Mitsuru Toyoda
2. 発表標題 MCMC Based Transition Probability Estimation for Probabilistic Boolean Networks
3. 学会等名 Proceedings of 12th Asian Control Conference (ASCC) 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Mitsuru Toyoda
2. 発表標題 Terminal Cost Optimization of Probabilistic Boolean Control Network with Beta Distributed Selection Probabilities
3. 学会等名 Proceedings of the 38th Chinese Control Conference (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 豊田充
2. 発表標題 HEVの最適エネルギー管理問題の近似解法
3. 学会等名 JSAE2019年春季大会学術講演会(横浜)講演予稿集
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 豊田 充
2. 発表標題 箱型制約付き線形11最適制御問題における効率のよい計算法と並列化
3. 学会等名 第62回自動制御連合講演会講演論文集
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 豊田 充
2. 発表標題 ADMMによる線形等式制約および箱型制約付き11最適化問題の計算方法と指数レートでの収束性
3. 学会等名 第7回制御部門マルチシンポジウム講演論文集
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
中国	大連理工大学			