

令和 4 年 5 月 27 日現在

機関番号：12501

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2021

課題番号：19K20211

研究課題名(和文) 計算の圏論的意味論と論理的解釈

研究課題名(英文) Categorical Semantics and Logical Interpretation of the Pi-Calculus

研究代表者

塚田 武志 (Tsukada, Takeshi)

千葉大学・大学院理学研究院・准教授

研究者番号：50758951

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、計算という計算体系の圏論的意味論を与えるものである。複数の計算機が同時に協働して計算を行うことを並行計算といい、その本質的部分を取り出して抽象化した計算体系のひとつが計算である。計算は並行計算の研究で広く使われている重要な言語であるにも関わらず、圏論的意味論が知られていなかった。

本研究の主な成果は次のようにまとめられる。(1) 標準的な計算の圏論的意味論を与えることへの本質的困難を指摘し、(2) その本質的困難を回避した計算の変種に対する簡潔な圏論的意味論を与えた。また(3) 標準的な計算と我々の変種の関連を議論した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ネットワークを介して複数の計算機が協働して働くようなソフトウェアの設計・検証は、重要であるが難しい課題である。専門用語を使って言えば、並行システムの設計・検証である。本研究はこの課題への、プログラミング言語を通じた解決策のための基礎的な研究である。人間の持つプログラムの振る舞いに関する直観に数学的に厳密な背景を与えるものが意味論であるが、これまでは(圏論的)意味論を持つ並行システム(具体的には計算)が存在していなかった。本研究は、計算にはじめての圏論的意味論を与えるもので、今後の並行システム用プログラミング言語の設計や検証への応用が期待される。

研究成果の概要(英文)：This research project aims to develop a categorical semantics of the pi-calculus. Concurrent computing is a form of computation in which many computers are executed concurrently and work together to perform a computation, and the pi-calculus is a formal calculus modelling the essence of concurrent computing. Despite the importance of the pi-calculus, which has been widely used in the research of concurrent computing, no categorical semantics has been given for the pi-calculus.

The contributions of this research project can be summarised as follows: (1) we pointed out a fundamental difficulty in developing a categorical model of the conventional pi-calculus, (2) we proposed a variant of the pi-calculus, which avoids the difficulty, and gives a simple categorical semantics for the variant, and (3) we discuss the relationship between the conventional pi-calculus and our variant.

研究分野：プログラム意味論

キーワード：計算 圏論的意味論 計算論的ラムダ計算 線形論理

## 1. 研究開始当初の背景

並行計算とは、複数のプロセスが相互作用しながら同時に実行される計算である。例えば、ネットワークを介したサーバとクライアントの協働や、複数のコアやプロセッサを持つ計算機でのタスクの実行などが挙げられる。現在は複数コアを持つコンピュータがネットワークを介して繋がるのが当たり前の状況であり、並行計算を適切に設計し、その正しさを検証することは重要な課題である。

並行計算にはデッドロック・競合状態や命令実行順序の非決定性などの厄介な問題があり、逐次処理に比べて、正しい設計を行うことや正しさの検証が特別難しい。例えば、Amazon 社の Amazon Web Services (AWS) というクラウドサービスの開発手法についての報告で、正しい設計や実装を行うことは、入念なレビューやテストだけでは困難であるとされている (Newcombe et al. 15)。特に、稀な現象が重なったときに起きるバグの発見が難しい。

こうした課題へのアプローチとして、並行計算の本質的な部分を抽象化したプロセス計算を与え、これを用いて設計や検証を行うという方法がある。Milner の  $\pi$  計算はプロセス計算の中でも表現力が高いもののひとつで、チャンネルを通じてチャンネルを送受信することができ、動的なネットワークの形状変更を記述できる。 $\pi$  計算は暗号プロトコルの検証などで成果を上げており、広く使われている並行計算モデルのひとつである。

$\pi$  計算の操作的意味論 (= 計算機で 1 ステップずつ実行する様子を表現した意味論) は非常に良く研究されており、操作的意味論から派生した意味論 (e.g. トレース意味論) も多いが、計算機による実装から離れた抽象度の高い意味論がないという欠点がある。

$\pi$  計算に対して抽象度の高いモデルを与えるというのは重要な課題であり、実際に、 $\pi$  計算に対応する圏論的構造に関する研究は黎明期から行われてきた。多くは  $\pi$  計算と線形論理 (Girard 87) の関係を問う形の研究だが、線形論理は対応する圏論的構造が知られているため、 $\pi$  計算と線形論理が対応していれば、結果として  $\pi$  計算に対応する圏論的構造を得られたことになる。最初期の重要な仕事は (Abramsky 94) (Bellin and Scott 94) で、線形論理 (Girard 87) の証明が  $\pi$  計算に埋め込めることを指摘した。しかし逆方向は与えていない。Abramsky は逆方向の対応の重要性を強調し、(Abramsky et al. 95) では逆方向の対応を与えるための構造としてコンパクト閉圏の重要性を指摘している (ただし  $\pi$  計算の翻訳は与えていない)。 $\pi$  計算と線形論理の関係は、対象とする計算や論理を少しずつ変えながら、繰り返し研究されてきた。例えば (Honda and Laurent 10) では極性論理 (polarized logic)、(Ehrhard and Laurent 10) は微分線形論理を扱っている。

しかしながら、いずれの研究も、 $\pi$  計算に対応する圏論的構造の発見にまでは至っていない。「 $\pi$  計算」を「十分な表現力を持つ  $\pi$  計算の部分体系」に置き換えても同様である。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は  $\pi$  計算に圏論的意味論を与え、これを通じて  $\pi$  計算に新しい視点を提供することである。具体的な研究目的は次の 4 つである。

- (A)  $\pi$  計算の圏論的意味論の確立
- (B) 既存の理論体系の整理
- (C) 意味論的洞察に基づく新しい結果の導出
- (D)  $\pi$  計算と線形論理の関係の確立

## 3. 研究の方法

本研究において鍵となるのは、 $\pi$  計算に対応する圏構造として何を用いるかである。本研究ではコンパクト閉フライド圏を提案し、これを  $\pi$  計算に対応する圏構造として用いる。コンパクト閉フライド圏は、Abramsky が重要性を指摘したコンパクト閉圏の構造に加えて、副作用のある関数型言語の構造である閉フライド圏の構造を持つものとして定義される。

目的 (A) はコンパクト閉フライド圏が期待するような性質を持つことを確認するのが主な仕事である。(B)(C) は (A) の応用で、既存結果をコンパクト閉フライド圏を用いて説明するものと、コンパクト閉フライド圏を利用して新しい結果を生み出すことを目指すものである。(D) はコンパクト閉フライド圏と (精力的な研究がされている) 線形論理を関連づけるものである。コンパクト閉フライド圏は線形論理のモデルであるという事実を足がかりにして研究を行う。

## 4. 研究成果

本研究の最も重要な成果は、コンパクト閉フライド圏の提案および  $\pi$  計算とコンパクト閉フライド圏の対応関係の確立である。

はじめに重要な観察として、 $\pi$  計算の標準的な操作的意味論は圏論的意味論と相容れないということを示した。圏論的意味論の完全性の証明はふつう計算体系の項を操作的な等しきで割るという構成で示されるが、 $\pi$  計算の項を標準的な操作的意味論による等しきで割っても圏を

成さない。この標準的な操作的意味論と圏論的意味論の相性の悪さが、これまで $\pi$ 計算の圏論的意味論の構成を阻んできた障害であると考えている。

したがって、 $\pi$ 計算の圏論的意味論を与えるには「標準的な操作的意味論による等しさ」以外の等しさの概念が必要となる。本研究では $\pi$ 計算の項の等しさを公理的に与えた。ほとんどの公理は標準的な操作的意味論でも正しいものであるが、ひとつだけ標準的な操作的意味論では正しくない新しい等式である。我々はこれをチャンネルの $\eta$ 規則と名付けた。こうして提案された新しい等しさ概念の下では、 $\pi$ 計算の圏論的意味論が素直に展開できる。圏論的意味論が $\pi$ 計算について完全かつ健全であることが、標準的な議論で証明される。

この対応関係を使うと、 $\pi$ 計算に関する議論を意味論的に行うことが可能である。その例として $\pi$ 計算と通信プリミティブを持つ関数型言語との相互変換を与えた。すでに示したように、

$$(\pi\text{計算}) = (\text{コンパクト閉フライド圏})$$

という対応関係を与えた。この右辺であるコンパクト閉フライド圏は、コンパクト閉圏とフライド閉圏の構造を併せ持った圏である。コンパクト閉圏は通信プリミティブに、フライド閉圏は関数型言語に対応するので、

$$(\text{コンパクト閉フライド圏}) = (\text{通信プリミティブを持つ関数型言語})$$

という対応関係が自然に得られる。したがって、

$$(\pi\text{計算}) = (\text{通信プリミティブを持つ関数型言語})$$

という対応関係を、純粋に意味論的な考察だけから得られた。この対応関係を具体的に計算することで、 $\pi$ 計算の項と通信プリミティブを持つ関数型言語のプログラムの間の相互変換が得られる。興味深いことに、これは Sangiorgi によって指摘されていた相互変換に一致する。Sangiorgi は発見的な議論と構文的な証明で相互変換を得ているが、我々は意味論に基づいた考察（と簡単な計算）による別の解釈を与えたことになる。

以上の結果は論文にまとめられ、プログラミングに関するヨーロッパ会議（28th European Symposium on Programming, ESOP2019）で発表された。

チャンネルの $\eta$ 規則を認めれば $\pi$ 計算の簡明な圏論的意味論が得られることを見たが、チャンネルの $\eta$ 規則は標準的な操作的意味論では正しくない規則である。チャンネルの $\eta$ 規則の持つ計算的な意味の計算的な意味を明らかにすることは、標準的な $\pi$ 計算のこういった側面が扱えなかった原因であったかを理解する鍵になる、重要な課題である。

我々はチャンネルの $\eta$ 規則が表現していることが、チャンネルのアウトプットが瞬時に行われるということであると明らかにした。そのために「アウトプットが瞬時に行われる」という直感を表現した $\pi$ 計算の操作的意味論を与え、この操作的意味論に基づく等しさがチャンネルの $\eta$ 規則を含むすべての等式の公理を満足することを証明した。また、この非標準的なアウトプット動作と標準的なアウトプット動作の違いを明らかにするために、我々は明示的な遅延演算子のある $\pi$ 計算を考え、標準的な $\pi$ 計算のアウトプットが遅延+アウトプット演算子だと解釈できることを示した。

以上の結果は論文にまとめられ、計算と導出の形式的構造に関する国際会議（6th International Conference on Formal Structures for Computation and Deduction, FSCD2021）で発表された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Sakayori Ken, Tsukada Takeshi	4. 巻 11423
2. 論文標題 A Categorical Model of an i/o-typed pi-calculus	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Programming Languages and Systems. ESOP 2019. Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 640 ~ 667
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-030-17184-1_23	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Ken Sakayori, Takeshi Tsukada	4. 巻 195
2. 論文標題 Output Without Delay: A pi-Calculus Compatible with Categorical Semantics	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Conference on Formal Structures for Computation and Deduction. FSCD 2021. LIPIcs	6. 最初と最後の頁 32:1--32:22
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.4230/LIPIcs.FSCD.2021.32	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------