

令和 2 年 5 月 7 日現在

機関番号：12608

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2018～2019

課題番号：18H05679・19K20881

研究課題名（和文）離散観測された連続時間・空間確率過程に対するノンパラメトリックな統計手法の開発

研究課題名（英文）Nonparametric inference for discretely observed continuous-time and spatial processes

研究代表者

栗栖 大輔 (Kurusu, Daisuke)

東京工業大学・工学院・助教

研究者番号：70825835

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,200,000円

研究成果の概要（和文）：研究期間を通じて以下の3つの研究に取り組んだ。レヴィ過程を高頻度に観測する場合におけるレヴィ密度のノンパラメトリック推定、レヴィ過程の拡張であるレヴィ駆動型確率過程を離散観測する場合におけるレヴィ測度のノンパラメトリック推定、定常空間過程を非等間隔で離散観測する場合における、空間回帰モデルの平均関数、分散関数のノンパラメトリックな推定量の漸近的性質の導出。研究、の成果は金融・保険分野にとどまらず、工学や物理学の分野においても重要な統計モデルであることから、今後様々な分野での応用が期待される。研究の成果については時間方向の従属性も考慮した時空間データも扱える統計手法への拡張を予定している。

研究成果の学術的意義や社会的意義

研究、の成果により、金融機関等における実務家は理論的な妥当性を持つ統計手法を用いて金融商品や保険商品の将来のリスクを定量的に評価することが可能になる。研究の成果により地価や気温、降水量などの空間的な従属構造を持つデータに対して設定される統計モデルに対してより正確な推定可能になる。さらに時間・空間的な従属性をもつより複雑かつ現実的な構造をもつデータに対する統計手法の理論解析への発展が期待される。

研究成果の概要（英文）：In this project, the investigator worked on the following three studies.

Nonparametric inference for Levy densities of Levy processes observed at high-frequency,  
Nonparametric inference for Levy measures of discretely observed Levy-driven stochastic processes,  
Nonparametric inference for mean and variance functions of nonparametric spatial regression models with irregularly spaced observations. Since the models studied in , are also important in engineering and physics as well as in finance and non-life insurance which are motivating examples in this project, the results can be applied to wide range of research fields. Moreover, I am planning to extend the results in to more general framework such as spatio-temporal data so that we can consider spatial and temporal dependence simultaneously.

研究分野：数理統計学

キーワード：レヴィ過程 レヴィ駆動型確率過程 空間過程 経験過程 ブートストラップ法

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

レヴィ(駆動型確率)過程や空間過程と呼ばれる確率過程の特徴量をその離散観測値からノンパラメトリックに推定する問題については、いくつかの推定量が提案され、その推定レートについての研究は多くなされているが、信頼区間・信頼バンドを構成する方法についてはほとんど研究が知られていなかった。特にレヴィ過程やレヴィ駆動型オルンシュタイン・ウーレンベック過程と呼ばれる確率過程の特徴量であるレヴィ密度・レヴィ測度のノンパラメトリック推定と信頼バンドの構成については Figuroa-Lopez(2011, Bernoulli)、Konakov and Panov(2016, Extremes)、を除き先行研究は知られていなかった。

### 2. 研究の目的

本研究では連続時間・空間上で定義された確率過程を離散観測する状況において確率過程の持つ特徴量をノンパラメトリックに統計的に推測する方法を開発することを目的とする。特に金融・保険・計量経済学にとどまらず、工学や物理学の分野においても重要な統計モデルであるレヴィ過程、定常空間過程を高頻度または低頻度で離散観測する場合の状況を考える。レヴィ過程はそのサンプルパスが不連続点(ジャンプ)をもつ確率過程であるが、特にレヴィ過程を高頻度に観測する場合において、レヴィ過程のジャンプの挙動を特徴づけるレヴィ測度と呼ばれるレヴィ過程の特徴量を、レヴィ過程の特性関数の表現を利用したスペクトル推定量を用いてノンパラメトリックに推定することを目指す。さらにレヴィ過程の拡張であるレヴィ駆動型オルンシュタイン・ウーレンベック過程を離散観測する場合において、その定常分布の特性関数の表現を利用したレヴィ測度のスペクトル推定量を用いてノンパラメトリックに推定することを目指す。定常空間過程については空間(2次元実数平面)上で定義された定常空間過程を非等間隔で離散観測する場合において空間回帰モデルの平均関数、分散関数の、カーネル法に基づくノンパラメトリックな推定量の漸近的性質の導出を目指す。

### 3. 研究の方法

研究 については特にスペクトル推定量に対する一様信頼バンドの構成方法とデータ駆動型の実用的な推定量の計算方法を新たに提案することを目指す。具体的には、近年開発された経験過程の理論的結果を利用してスペクトル推定量のある区間上での最大値の分布が漸近的にあるガウス過程の最大値の分布で近似できることを証明し、その結果を利用してブートストラップ法による推定量の一様信頼バンドの構成法を新たに提案する。更に本研究では、実際のデータ分析や数値実験の際に計算機上での推定量の計算に関してデータ駆動型の実用的な選択方法を新たに提案し、本研究の結果が適用可能なレヴィ過程を調べる際に確かめやすい十分条件を提示し、それらの条件を満たすレヴィ過程の具体例を与えることも目標とする。先行研究ではレヴィ測度、特にレヴィ測度が密度(レヴィ密度)をもつ場合において、そのノンパラメトリックな推定量に対する一様信頼バンドの構成法に関して多くの研究で議論されている。数理統計学的には推定量の一様信頼バンドの構成法に関しては推定量の推定精度までは評価が出来ないため、推定された値の信頼性の程度を評価するには信頼バンドなどの極限分布に関する結果がある方が望ましい。一方、各研究で提案されたレヴィ密度(測度)の推定量に対する一様信頼バンドの構成については、申請者が調べた限りではレヴィ密度については Figuroa-Lopez(2011, Bernoulli) と Konakov and Panov(2016, Extremes)しか先行研究がない状況である。また先行研究でいずれも一様信頼バンドを解析的に導いているのに対し、本研究は初めてブートストラップ法を利用してレヴィ密度の一様信頼バンドを構成する点で独自性があり、いずれの先行研究とも異なる。さらにブートストラップ法を利用することで先行研究と有限標本でのパフォーマンスを比較する。

研究 は研究 で扱ったレヴィ過程で得られた結果を、より一般のレヴィ駆動型オルンシュタイン・ウーレンベック(OU)過程に拡張することを目指す。レヴィ駆動型 OU 過程はレヴィ過程と同様にそのジャンプの挙動はレヴィ測度と呼ばれる量で特徴づけられる。本研究ではレヴィ駆動型 OU 過程の定常分布がレヴィ測度の関数として与えられることを利用して離散観測されたデータからレヴィ測度のノンパラメトリックな(スペクトル)推定量を構成し、レヴィ測度に対する信頼バンドとデータ駆動型の実用的な推定量の計算方法を新たに提案する。研究との大きな違いは、レヴィ過程は離散観測されたデータの差分をとると独立同分布になるのに対し、後者では各データ間に従属性が存在する点である。これにより時系列データ解析の知識が新たに必要になる。本研究ではレヴィ駆動型 OU 過程のレヴィ過程が複合ポアソン過程である場合における定常分布の特性関数の表現を利用したスペクトル推定量を新たに提案し、推定量に対する多次元中心極限定理、高次元中心極限定理を導出することを目指す。さらに高次元中心極限の結果を利用し、研究と同様にデータ駆動型の推定量の実用的な計算法と推定量に対する信頼バンドの構成法を与えることを目標とする。先行研究ではレヴィ駆動型 OU 過程のレヴィ

ィ測度のノンパラメトリックな一致推定に関して議論している論文である Jongbloed et al.(2005, Bernoulli)があるのみで、推定量に対する中心極限定理のような極限分布を導いている研究は見当たらなかった。従って本研究の目的が達成されればレヴィ駆動型 OU 過程のレヴィ測度に関するノンパラメトリックな推定量に対する極限定理を与えた初めての研究となり、当該分野の理論的研究に大きく貢献することが期待できる。

研究 については推定量の漸近線形表現が得られれば、その統計量はある種の経験過程であるとみなせる。この場合、経験過程の理論解析分野で近年開発された結果 (Chernozhukov et al.(2014, Annals of Statistics), (2015, PTRF), (Review of Economic Studies, to appear)) が利用可能であるが、それらの結果はデータが一般の独立同分布あるいは時系列データ (  $\alpha$ -mixing process ) であるという仮定の下での結果である。本研究ではデータがレヴィ過程、あるいは定常なレヴィ駆動型 OU 過程という制約があるため、独立同分布なデータに基づく経験過程の一般論をそのまま適用することが出来ず、レヴィ過程(連続時間の確率過程)に関する知識が必要となる。具体的には、離散観測されたレヴィ過程やレヴィ駆動型 OU 過程に対して、どのような場合に一般の経験過程の結果が適用可能かを調べるのが重要である。研究 では、カーネル法と呼ばれるノンパラメトリックな統計手法を用いて空間回帰モデルの平均関数、分散関数のノンパラメトリックな推定量に対する多次元中心極限定理を新たに与えることを目標とする。また本研究では推定量の中心極限定理の証明にあたって時系列データの分析でしばしば利用される small block-large block テクニックを利用して漸近的にデータのブロックが漸的に独立になるようにデータを分割する解析手法が利用できない。これは、本研究では観測されるデータ間の距離が小さくなっていく漸近的な枠組みで考えるため、そのようなデータの分割の取り方が自明ではなく、このテクニックを利用することが難しいことに起因する。従って推定量の極限定理の証明には別のツールを利用することを考える。特に本研究では Bolthausen(1982, Annals of Probability)で示されている、特性関数の収束に関する条件を利用した中心極限定理の証明法を利用することを考える。

#### 4 . 研究成果

研究 については先行研究(Figueroa-Lopez(2011, Bernoulli)、Konakov and Panov(2016, Extremes))でいずれも一様信頼バンドを解析的に導いているのに対し、本研究は初めてブートストラップ法を利用してレヴィ密度の一様信頼バンドを構成する点で独自性があり、いずれの先行研究とも異なる。さらにブートストラップ法を利用することで先行研究と比較して有限標本でのパフォーマンスの向上が期待でき、先行研究よりも多くのレヴィ過程に対して本研究の提案手法が適用可能になることも期待できる。本研究成果は加藤賢悟氏(Cornell University)との共同研究であり、当該分野において世界的に権威のある学術誌である Stochastic Processes and their Applications に採録された。

研究 についてはレヴィ駆動型 OU 過程のレヴィ測度のノンパラメトリックな推定についての先行研究 Jongbloed et al.(2005, Bernoulli)の結果を、レヴィ過程が複合ポアソン過程の場合において信頼バンドを構成する方法を提案した。本研究成果は当該分野において世界的に権威のある学術誌である Electronic Journal of Statistics に採録された。

研究 については本研究と同じ枠組みで空間定常過程の定常分布の密度関数のノンパラメトリック推定について議論している Lu and Tjøstheim(2014, JASA)で採用されている仮定の下、彼らの結果の空間回帰モデルへの拡張を行った。本研究成果は国際学術誌 Statistics and Probability Letters に採録された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 7件 / うち国際共著 3件 / うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Kurusu Daisuke	4. 巻 45
2. 論文標題 Power variations and testing for co-jumps: the small noise approach.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Scandinavian Journal of Statistics	6. 最初と最後の頁 482-512
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) <a href="https://doi.org/10.1111/sjos.12309">https://doi.org/10.1111/sjos.12309</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kunitomo Naoto, Kurisu Daisuke, Awaya Naoki	4. 巻 1
2. 論文標題 Simultaneous multivariate Hawkes-type point processes and their application to financial markets.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 297-332
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) <a href="https://doi.org/10.1007/s42081-018-0017-3">https://doi.org/10.1007/s42081-018-0017-3</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 栗栖大輔	4. 巻 402
2. 論文標題 高頻度観測の下でのLevy密度のノンパラメトリック推定とブートストラップ法によるconfidence bandの構成.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 統計数理研究所共同研究リポート「無限分解可能過程に関連する諸問題」	6. 最初と最後の頁 61-70
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 栗栖大輔	4. 巻 2091
2. 論文標題 Levy駆動型Ornstein-Uhlenbeck過程のLevy測度に対する信頼バンドの構成.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 116-124
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kunitomo Naoto, Awaya Naoki, Kurisu Daisuke	4. 巻 -
2. 論文標題 Comparing estimation methods of non-stationary errors-in-variables models	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) <a href="https://doi.org/10.1007/s42081-019-00051-1">https://doi.org/10.1007/s42081-019-00051-1</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kurisu Daisuke	4. 巻 13
2. 論文標題 Nonparametric inference on Levy measures of compound Poisson-driven Ornstein-Uhlenbeck processes under macroscopic discrete observations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Electronic Journal of Statistics	6. 最初と最後の頁 2521 ~ 2565
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) doi:10.1214/19-EJS1584	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kurisu Daisuke	4. 巻 154
2. 論文標題 On nonparametric inference for spatial regression models under domain expanding and infill asymptotics	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Statistics & Probability Letters	6. 最初と最後の頁 108543 ~ 108543
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) <a href="https://doi.org/10.1016/j.spl.2019.06.019">https://doi.org/10.1016/j.spl.2019.06.019</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kato Kengo, Kurisu Daisuke	4. 巻 130
2. 論文標題 Bootstrap confidence bands for spectral estimation of Levy densities under high-frequency observations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and their Applications	6. 最初と最後の頁 1159 ~ 1205
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) <a href="https://doi.org/10.1016/j.spa.2019.04.012">https://doi.org/10.1016/j.spa.2019.04.012</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Adusumilli Karun, Kurisu Daisuke, Otsu Taisuke, Whang Yoon-Jae	4. 巻 215
2. 論文標題 Inference on distribution functions under measurement error	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Econometrics	6. 最初と最後の頁 131 ~ 164
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) <a href="https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2019.09.002">https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2019.09.002</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計15件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 9件)

1. 発表者名 Kurisu Daisuke
2. 発表標題 Nonparametric inference on Levy-driven Ornstein-Uhlenbeck processes under discrete observations.
3. 学会等名 IMS-APRM2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kurisu Daisuke
2. 発表標題 Nonparametric inference on Levy measures of Levy-driven Ornstein-Uhlenbeck processes.
3. 学会等名 JSM2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kurisu Daisuke
2. 発表標題 Bootstrap confidence bands for spectral estimation of Levy densities under high-frequency observations.
3. 学会等名 ANU College of Business and Economics RSFAS Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kurusu Daisuke
2. 発表標題 Bootstrap confidence bands for Levy densities under high-frequency observations and its applications to financial data.
3. 学会等名 LSE STICERD Econometrics Seminar (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kurusu Daisuke
2. 発表標題 Nonparametric inference on Levy-driven Ornstein-Uhlenbeck processes.
3. 学会等名 CMStatistics2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kurusu Daisuke
2. 発表標題 Nonparametric inference for Levy models.
3. 学会等名 ICMMA2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 栗栖大輔
2. 発表標題 不等間隔観測の下でのノンパラメトリック空間回帰モデルに対する統計的推測.
3. 学会等名 データサイエンス・松本キャンプ2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 栗栖大輔
2. 発表標題 Nonparametric inference on compound Poisson-driven Ornstein-Uhlenbeck processes.
3. 学会等名 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kurusu Daisuke
2. 発表標題 Detecting the number of factors of quadratic variation in the presence of microstructure noise.
3. 学会等名 SETA2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kurusu Daisuke
2. 発表標題 Bootstrap confidence bands for spectral estimation of Levy densities under high-frequency observations.
3. 学会等名 EcoSta2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kurusu Daisuke
2. 発表標題 Detecting number of factors of quadratic variation in the presence of microstructure noise.
3. 学会等名 CMStatistics2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年



1. 発表者名 栗栖大輔
2. 発表標題 観測誤差が存在する場合の quadratic variation のファクター数の推定と検定
3. 学会等名 統計科学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 栗栖大輔
2. 発表標題 Detecting factors of quadratic variation in the presence of market microstructure noise.
3. 学会等名 JAFEE大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 栗栖大輔
2. 発表標題 Nonparametric estimation of density functions from repeated measurements.
3. 学会等名 データサイエンス・福島キャンプ2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 栗栖大輔
2. 発表標題 確率過程・確率場に対する高次元正規近似
3. 学会等名 Hosoya Prize Lecture（招待講演）
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Kunitomo Naoto, Sato Seisho, Kurisu Daisuke	4. 発行年 2018年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 124
3. 書名 Separating Information Maximum Likelihood Method for High-Frequency Data.	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----