

令和 3 年 6 月 23 日現在

機関番号：27101

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2019～2020

課題番号：19K23519

研究課題名（和文）省エネルギーのためのスパース分散最適制御理論の構築とフォーメーション制御への応用

研究課題名（英文）Sparse optimization theory for formation control of multi-agent systems

研究代表者

池田 卓矢（Ikeda, Takuya）

北九州市立大学・国際環境工学部・講師

研究者番号：00848319

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,200,000円

研究成果の概要（和文）：近年、新しい省エネルギー技術として、制御入力の休止区間を最大化するスパース最適制御が提唱され、注目されている。燃料量に強い制約をもつ分散制御系への応用が望まれるが、そのための設計理論はほとんど未解明である。そこで、本研究では省エネルギーの観点から分散制御系のためのスパース最適制御理論の構築を行なった。モデル予測制御の概念を導入し、各サンプリング時刻上でスパース最適制御を用いて軌道計画を行う分散制御アルゴリズムを導出した。提案アルゴリズムはエージェント間の角度情報に基づいており、隊形の縮小や拡大といったスケールに関する自由度を持つ。解析的な最適制御則を陽に特徴づけ、数値計算負荷の低減化を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で提案する分散制御則の一つの特徴として、エージェント間の角度情報に注目していることが挙げられる。これにより、周囲の状況に応じて柔軟にスケールを制御することが可能である。また、本研究活動を通じて、時間的スパース性と空間的スパース性を同時に考慮した、学術的に新しい最適化問題を提案している。その最適解の必要条件や、効率的な数値計算手法の獲得に成功している。

研究成果の概要（英文）：This research investigates a sparse optimal control problem for multi-agent systems. The novel control approach minimizes the L0 control cost, i.e., the length of the support of control input. This enables us to find an effective activation schedule. Particularly, we have investigated a distributed bearing-constrained formation control of continuous-time multi-agent systems based on sampled bearing information. The problem is considered in arbitrary dimensional spaces. Our proposed method penalizes the control effort by L0 control cost, and hence the obtained distributed control is enhanced to take exactly zero value. The proposed method tracks a distributed control for an associated discrete-time multi-agent system. The analysis relies on the recently developed bearing rigidity theory. We have shown the feasibility, closed form, and stability of the proposed control.

研究分野：制御理論

キーワード：マルチエージェントシステム 分散制御 スパースモデリング 最適制御 凸最適化 ネットワーク化制御

## 1. 研究開始当初の背景

近年、新しい省エネルギー技術として、制御入力の休止区間（制御の値が 0 である時間区間）を最大化するスパース最適制御が提唱され、注目されている。燃料量に強い制約をもつ分散制御系への応用が望まれるが、そのための設計理論はほとんど未解明である。本研究で考察するスパース分散最適制御理論は、理論的に新しいだけでなく、省エネルギーをスパース性という切り口で積極的に最適化に取り入れた制御理論として、工学的な意義も大きい。また本研究の応用範囲には、無人航空機により構成されるマルチエージェントシステムの制御が含まれ、農業における農薬散布や航空写真の撮影等の産業的な応用のほか、巨大地震や広域火災などによる災害調査や探索などの急務かつ重要な応用がある。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、省エネルギーの観点から有効な分散制御系のためのスパース最適制御理論を構築することである。本研究では、これまでの予備研究で得られた集中制御系に対するスパース最適制御の理論的成果を分散制御系のフォーメーション制御へと拡張し、そのための高速な数値解法を導出する。

## 3. 研究の方法

本研究では、上記の背景とこれまでの研究成果をもとに、以下の課題に取り組んだ。

- (1) フォーメーション制御問題に対するスパース分散最適制御の理論的設計
- (2) スパース分散最適制御のための高速アルゴリズムの開発

## 4. 研究成果

本研究成果は大きく三つに分かれる。

### (1) フォーメーション制御問題におけるスパース分散制御器の設計

マルチエージェントシステムのフォーメーション制御に関する研究では、目標隊形は標準的にエージェントの位置やエージェント間の距離を指定して定義される(例えば, [K.-K. Oh et al., Automatica, 2015] を参照)。しかし, このような問題設定では, 目標隊形の縮小や拡大といったスケールに関する制御が要求される場合に, 複雑な状態推定問題を解くことになり, 柔軟性に欠けることが報告されている ([S. Coogan et al., Automatica, 2012], [M.-C. Park et al., INT. J. ROBUST NONLIN., 2015])。本研究の応用例として考えている被災地域調査では, 障害物回避などのために周囲の状況に応じて柔軟にスケールを制御する必要がある。これに対して, エージェント間の角度を指定して目標隊形を定義する研究が行われている [S. Zhao and D. Zelazo, IEEE TCNS, 2017]。このような角度情報に基づくフォーメーション制御はスケールの変化に影響を受けないので, 上記のような問題に柔軟に対応できると考えられる(図 1)。なお, 角度に注目した手法は文献 [M. Basiri, Syst. Control Lett., 2010] より研究されているが, 線形系に対してすら十分な研究報告が無く, 特に制御のスパース性を考慮した文献は存在しない。

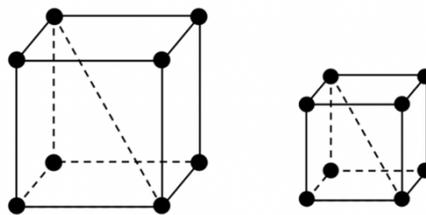


図 1. 角度情報に基づくフォーメーション：目標隊形はスケールに関して自由度がある（黒丸はエージェントを表す）

そこで, これまでの予備研究で得られた集中制御系に対するスパース最適制御の理論的成果を, 上記の分散制御系のフォーメーション制御へと拡張した。より具体的には, モデル予測制御の概念を導入し, 各サンプリング時刻上でスパース最適制御を用いて軌道計画を行う分散制御アルゴリズムを導出した(図 2)。提案する制御アルゴリズムはエージェント間の角度情報に基づいており, 隊形の縮小や拡大といったスケールに関する自由度を持つ。その解析的な最適制御則を陽に特徴づけ, 数値計算負荷の低減化を行った。

以上の内容について、テクニオン・イスラエル工科大学の Daniel Zelazo 博士との国際的な共同研究を行なった。得られた研究成果については、制御理論分野の国際的なトップ会議である IEEE Conference on Decision and Control (CDC) にて発表を行なった。

**Algorithm 1** Maximum hands-off distributed control for agent  $i \in \mathcal{V}$

Given a sampling period  $T > 0$ , an initial state  $x_i(0) \in \mathbb{R}^d$ , and a positive number  $\varepsilon > 0$

**for**  $k = 0, 1, 2, \dots$  **do**

    Observe  $x_i(kT)$  and  $x_j(kT)$ ,  $j \in \mathcal{N}_i$ .

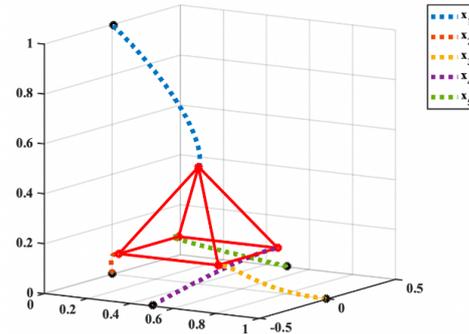
    Compute a maximum hands-off control

$$u_i[k] = \arg \min_{u \in \mathcal{U}(x_i(kT), x_i^f[k], T)} \|u\|_0$$

    where  $x_i^f[k]$  is defined in (11).

    Apply  $u_i(t) = u_i[k](t - kT)$ ,  $t \in [kT, (k+1)T]$  to the agent  $i$ .

**end for**



**図 2. 分散制御アルゴリズム [T. Ikeda et al., IEEE CDC, 2019] :**  
**各サンプリング時刻上で隣接ノードの状態値を取得し、軌道修正を行う。**  
**右図は各エージェントが目標隊形へと収束する様子を表す。**

## (2) スパース制約下における最適リーダー選択手法の開発

系全体で複雑な制御目標を達成するためには、エージェント間の局所的な情報交換のみならず、系の外部からの大域的な情報の供給も重要となる。例えば、無人航空機等を利用した分散制御系においては、障害物回避などの高度な制御性能を実現するために、リーダーと呼ばれる系全体を効率よく導くエージェントが選定される。特に、近年大きく注目される大規模なネットワーク化制御系においては、費用や物理的な要素により、外部から情報を受け取ることのできるエージェントの個数（離散的スパース性）および外部との通信時間（連続的スパース性）には一般的に制約が発生すると考えられる。そこで、本研究ではネットワークを有する大規模なダイナミカルシステムに対し、省エネルギーの観点から高効率な制御を可能にする最適なリーダーの数理的な特徴付けを行なった（図 3）。学術的な特徴として、リーダーの個数制約にのみ注目する従来研究に対し、本研究では外部入力の時間的スパース性にまで視野を広げた新しい選択問題を提案している点が挙げられる。

より具体的には、制御の省エネルギー性を評価する指標として、以下の 3 つを採用した：

- (a) 可制御性グラミアンのトレース
- (b) 可制御性グラミアンの行列式
- (c) 可制御性グラミアンの最小固有値

それぞれの指標の数理的な意味について、(a) は系の状態空間において状態を原点から各方位に等距離だけ遷移させる際に必要となる制御入力の最小エネルギー量の平均値を表し、(b), (c) は系の状態空間における原点から、許容されるエネルギー量以下の入力により到達可能な状態から構成される集合の体積、および最も到達が困難な状態までの原点からの距離をそれぞれ表す（図 4）。本研究では、まずはそれぞれの指標について、決定変数である接続構造に関する陽な表現を与えた。上述の 2 種類のスパース性に関する制約条件により、これらを実用指標として採用した最適化問題は組合せ最適化問題の一種であり、最適解を求めることは計算量的に難しい。そこで、次に凸緩和手法を活用したアプローチを適用して最適解の必要条件を導出し、凸緩和問題と主問題である組合せ最適化問題が等価となるための十分条件を明らかにした。

以上の (a) に関する成果は、国際会議 International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems に採択され、IEEE Conference on Decision and Control のワークショップにおいても発表を行なった。また、(b), (c) に関する成果は国際学術誌 IEEE Transactions on Control of Network Systems に投稿しており、現在査読中である。

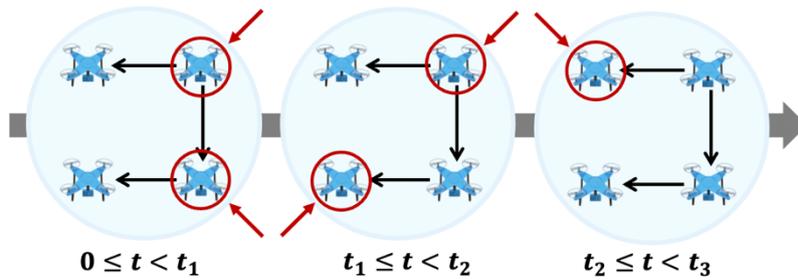


図3. 外部からの情報の受け取り方の例：  
各時間区間において，赤丸で示したエージェントが外部からの信号を受け取る

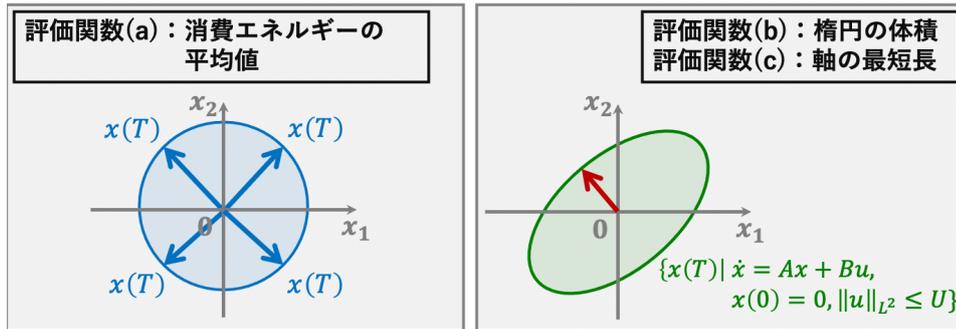


図4. 評価関数について：  
右図の楕円は許容エネルギー量以下の入力で到達可能な状態からなる集合を表す

### (3) スパース最適制御問題に関するその他の成果

以上の研究活動で用いたアプローチに基づいて，副産物としての以下の成果を得た．上記(2)では，系の目標状態に依存しないリーダー選択手法に関して調査を行なっている．これに対して，目標状態をある固定のベクトルで与えた場合と，終端状態の振る舞いを終端コストで評価した場合の，最適な制御手法についても同様の解析を行い，凸緩和手法に基づく最適解の必要条件や数値解法を記述した(図5)．これらの成果は，国際学術誌 Automatica や IEEE Control Systems Letters に採択された．

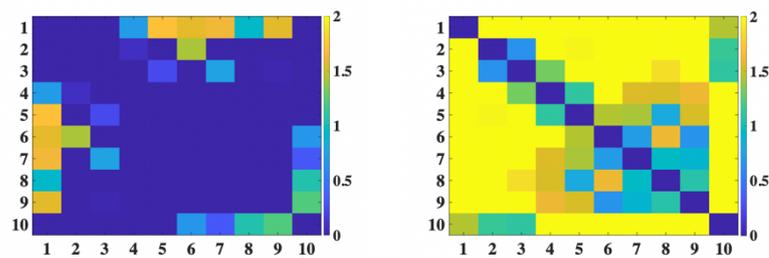


図5. 終端拘束のあるスパース最適制御について：  
10個のノードからなるネットワーク系において，各エッジ上の最適制御入力の  $L^0$  コストをカラーマップで示す(濃いほど入力される時間が多い)．左図は評価関数に入力の  $L^0$  ノルムを定義した提案手法によるものであり，右図は標準的な  $L^2$  ノルムを定義したものである．提案手法により，時間的なスパース性と空間的なスパース性が促進される．

- 主な発表論文等

- 雑誌論文

[1] T. Ikeda and K. Kashima, "On sparse optimal control for general linear systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 64, pp. 2077-2083, 2019. (査読有り)

[2] T. Ikeda, M. Nagahara, and K. Kashima, “Maximum hands-off distributed control for consensus of multiagent systems with sampled-data state observation,” *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 6, pp. 852–862, 2019. (査読有り)

[3] T. Ikeda and M. Nagahara, “Maximum hands-off control with time-space sparsity,” *IEEE Control Systems Letters*, vol. 5, No. 4, pp.1213–1218, 2021. (査読有り)

[4] K. Ito, T. Ikeda, and K. Kashima, “Sparse optimal stochastic control,” *Automatica*, vol. 125, 2021. (査読有り)

- 学会発表

[5] T. Ikeda and K. Kashima, “Sparse optimal feedback control for continuous-time systems,” *European Control Conference*, 2019. (査読有り)

[6] T. Ikeda, D. Zelazo, and K. Kashima, “Maximum hands-off distributed bearing-based formation control,” *IEEE Conference on Decision and Control*, 2019. (査読有り)

[7] K. Ito, T. Ikeda, and K. Kashima, “Continuity of the value function for stochastic sparse optimal control,” *IFAC World Congress*, 2020. (査読有り)

[8] T. Ikeda and K. Kashima, “Optimal control node scheduling with multiple sparsity constraints,” *International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, 2020. (査読有り)

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Ikeda Takuya, Kashima Kenji	4. 巻 64
2. 論文標題 On Sparse Optimal Control for General Linear Systems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Automatic Control	6. 最初と最後の頁 2077 ~ 2083
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TAC.2018.2863220	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Ikeda Takuya, Nagahara Masaaki, Kashima Kenji	4. 巻 6
2. 論文標題 Maximum Hands-Off Distributed Control for Consensus of Multiagent Systems with Sampled-Data State Observation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Control of Network Systems	6. 最初と最後の頁 852 ~ 862
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TCNS.2018.2880296	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Ikeda Takuya, Nagahara Masaaki	4. 巻 5
2. 論文標題 Maximum Hands-Off Control With Time-Space Sparsity	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEEE Control Systems Letters	6. 最初と最後の頁 1213 ~ 1218
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/LCSYS.2020.3023265	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Ito Kaito, Ikeda Takuya, Kashima Kenji	4. 巻 125
2. 論文標題 Sparse optimal stochastic control	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Automatica	6. 最初と最後の頁 109438 ~ 109438
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.automatica.2020.109438	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計7件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 5件）

1. 発表者名 T. Ikeda and K. Kashima
2. 発表標題 Sparse optimal feedback control for continuous-time systems
3. 学会等名 European Control Conference (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Ikeda, D. Zelazo, and K. Kashima
2. 発表標題 Maximum hands-off distributed bearing-based formation control
3. 学会等名 IEEE Conference on Decision and Control (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 K. Ito, T. Ikeda, and K. Kashima
2. 発表標題 Continuity of the value function for stochastic sparse optimal control
3. 学会等名 IFAC World Congress (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 T. Ikeda
2. 発表標題 Sparse optimal control with application to node selection problem
3. 学会等名 IEEE Conference on Decision and Control (workshop) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 T. Ikeda
2. 発表標題 Sparse optimal control with application to node selection problem
3. 学会等名 National Institute of Informatics (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 T. Ikeda and K. Kashima
2. 発表標題 Optimal control node scheduling with multiple sparsity constraints
3. 学会等名 International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 粟ヶ窪 陸, 池田 卓矢
2. 発表標題 複数のスパース性制約下における最適ノードスケジューリング
3. 学会等名 第8回制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------