

## 自己評価報告書

平成23年 5月11日現在

機関番号： 14301

研究種目： 基盤研究（A）

研究期間： 2008～2011

課題番号： 20244006

研究課題名（和文） ナヴィエ・ストークス方程式および関連する力学系の応用解析

研究課題名（英文） Applied analysis of dynamical systems of the Navier-Stokes equations and related equations

研究代表者

岡本 久 (OKAMOTO HISASHI)

京都大学・数理解析研究所・教授

研究者番号： 40143359

研究分野： 数理流体力学

科研費の分科・細目： 数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード： ナヴィエ・ストークス方程式、解の特異点、解の爆発、数値解析学

## 1. 研究計画の概要

流体力学の基礎方程式であるナヴィエ・ストークス方程式の解の特異性・擬特異性を調べ、その力学的性質を明らかにする。

時間発展する物理系を記述する偏微分方程式を考え、その解が何らかの意味で有限時間内に無限大になることを解の爆発と呼ぶ。一見もっともそうに思われる方程式の解に爆発が現れたり、その逆に、爆発とも思える解が実は滑らかな解であることがわかったりするので、爆発問題は丁寧な解析が必要である。ナヴィエ・ストークス方程式やオイラー方程式に解の爆発が起きるかどうかはきわめて重要な問題であるが、解決の困難な問題でもある。そこで、それらと似たような構造を持つ方程式をモデルとして考察し、それから得られた知見をもとに類推で流体の運動についても何らかの知識を得ようというのが目的である。

## 2. 研究の進捗状況

様々なモデルで解の特異性を調べ、多くの新しい知見を得た。進行波中の流体粒子を考察し、その軌道を計算した。いわゆるストークス漂流を数学的に証明し、粒子の軌道を様々なパラメータで数値計算した。証明方法はきわめて初等敵であり、これまで知られているどの証明方法よりもわかりやすい。数値計算は、これまで重力波でしか計算されていなかったのであるが、表面張力を考慮しても同様

に計算できる方法を編み出した。

3次元渦運動のモデル方程式として有名な Constantin-Lax-Majda 方程式を一般化し、その爆発のための十分条件を求めた。De Gregorio の方程式の解は爆発しないという数値結果を得たが、証明はまだできていない。また、一般化された Constantin-Lax-Majda 方程式の定常状態を計算し、内部水面波のモデルである Benjamin-Ono 方程式と関連があることを発見した。

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

ナヴィエ・ストークス方程式の単峰解という未知の現象を発見し、それを2次元乱流と関連して理解することができた。また、様々な流体粒子の軌道を計算してみたところ、これまでは想像できなかったものがみつかった。

## 4. 今後の研究の推進方策

今後も計画通り進める予定である。

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① Mayumi Shoji, Hisashi Okamoto and Takuya Ooura, Particle trajectories around a running cylinder or a sphere, Fluid Dynamics Research **42** (2010), 025506 (10pp). 査読有
- ② Sun-Chul Kim and Hisashi Okamoto, Vortices of large scale appearing in the 2D stationary Navier-Stokes equations at large Reynolds numbers, Japan J. Indust. Appl. Math., **27** (2010), 47--71. 査読有
- ③ H. Okamoto, Well-posedness of the generalized Proudman-Johnson equation without viscosity, J. Math. Fluid Mech. **11** (2009), 46--59. 査読有
- ④ H. Okamoto, T. Sakajo and M. Wunsch, On a generalization of the Constantin-Lax-Majda equation, Nonlinearity, **21** (2008) 2447--2461. 査読有

[学会発表] (計 24 件)

- ① H. Okamoto, Navier-Stokes and Kolmogorov, International Conference on Far-from-Equilibrium Dynamics, Kyoto Japan, January 4-8, 2011.
- ② H. Okamoto, The vorticity dynamics of incompressible fluid in linear strain, The 4th Euro-Japanese Workshop on Blow-up, Leiden University, オランダ王国, September 6, 2010
- ③ H. Okamoto, Particle trajectories around a running cylinder or a sphere, Taiwan-Japan Joint Workshop on Numerical Analysis and Scientific Computation, Taiwan University, 台湾, November 7, 2009
- ④ H. Okamoto, Stationary vortices of large scale at large Reynolds numbers, The International Conference on Contemporary Applied Mathematics, Fudan University, Shanghai, 中華人民共和国, January 19--23, 2009,

- ⑤ H. Okamoto, Uniqueness of Crapper's pure capillary wave of permanent form, Nonlinear Partial Differential Equations: Analysis, Computation and Applications, Northwest University, 西安、中華人民共和国, December 28-31, 2008

[図書] (計 1 件)

- ① 岡本 久 東京大学出版会、ナビエーストークス方程式の数理、2009 年 365 p.