

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月30日現在

機関番号：33906

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：平成20年度～平成22年度

課題番号：20300255

研究課題名（和文） 数学リテラシーを育成する数学教員養成カリキュラムの研究

研究課題名（英文） Study of curriculum for mathematics teacher education based on mathematics literacy

研究代表者

浪川 幸彦 (NAMIKAWA YUKIHIKO)

椋山女学園大学・教育学部・教授

研究者番号：20022676

研究成果の概要（和文）：

本研究は、算数・数学教育に関わる教員を養成するカリキュラム案を、教員が持つべき数学リテラシー像を策定し、それに基づいて構築提案することを目指した。その結果数学教員の持つべきリテラシー像の方向性を確立すると共に、研究代表者の所属学部においてこの方向に基づくカリキュラム改革を実施するに至った。リテラシー像のさらなる具体化および相応しい教授法の開発は課題として後の研究に引き継がれている。

研究成果の概要（英文）：This study has aimed at both describing concretely mathematics literacies needed for mathematics teachers and proposing new curricula of mathematics teacher education. Based on the idea of this math teacher literacy obtained in this research program, a new curriculum is put into effect in the program leader's faculty. The refinement of the literacy and the development of didactics based on it are following in the next program.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	3,900,000	1,170,000	5,070,000
2009年度	3,600,000	1,080,000	4,680,000
2010年度	2,500,000	750,000	3,250,000
年度			
年度			
総計	10,000,000	3,000,000	13,000,000

研究分野：科学高等教育

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学，科学教育

キーワード：教員養成カリキュラム，数学教育，数学リテラシー，教員に求められる数学知識，

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 本研究計画の開始時には、教員養成教育の改善がすでに重要な教育問題となっていた。加えて2008年1月には学習指導要領改訂にむけた中央教育審議会の最終答申が出され、その実現のために数学教員自体の資質改善が求められた。

(2) 一方理数教育の改善にあたって、合理的

なカリキュラム開発が求められており、このため日本人の持つべき科学リテラシー像を策定する試み「科学の智」プロジェクトが進行しており、2008年6月に最終報告がまとめられた。本研究代表者はこの数理科学部会主査として、本計画分担者・研究協力者の何名かと共にこの報告書作成にあっていた。

## 2. 研究の目的

本研究は、「科学の智」プロジェクトでまとめられた数学リテラシーの具体像を踏まえ、その教育の場での実現を目指すと共に、より一段高いリテラシー像を策定することにより、合理的な数学教員養成カリキュラム（教授法を含む）を開発し、もって有効な数学教員の資質改善向上策を提言しようとするものである。

## 3. 研究の方法

### (1) 基本的方法

リテラシーの概念は新しい「学力」観として注目されつつあり、特に本研究参加者を含むプロジェクトにより具体化された「すべての成人の持つべき」リテラシー像により、学校教育の到達目標が明確にされた。ここではそれを育成するために必要な教師としてのリテラシーを考えていくという形で数学リテラシーの場合に理論が深化・発展させた。すなわち数学教員の持つべき数学リテラシー像を策定し、それを実現する数学カリキュラムの構築を提案しようとした。さらにこの課題は教員養成カリキュラムの改善を図る実践的なものであることから、日本数学会教員養成系大学・学部数学教員懇談会（以下「数学教員懇談会」と略称）での同趣旨の活動その他と連携しつつ研究を進めた。

なお研究を進めた途上で、研究の順序として様々な実践的カリキュラムを並行して試行し、その反省を踏まえて具体的リテラシー像の具体化に反映させるという方法がより実践的かつ有効であると認識され、後半はその方向で研究を進めた。

### (2) 諸組織との関連

①本研究は大学教育と学校教育の双方に関わり、かつ理論と実践の結び付きが重要であることから、研究代表者が2006年から行っている高校・大学の数学教員と学生のフォーラムである「名古屋数学教育セミナー」に係者を招き、研究成果を伝えると共に学校教育現場からの意見を徴した。

②また全国的な研究公開の場として、研究分担者である真島氏が途中から代表者となった「数学教育の会」（この会自体は長い歴史を持つ）で教員養成を中心課題の一つとして取り上げ、広く議論を行った。

③さらに研究課題が科学リテラシーと密接に関連することから、上記プロジェクトの発展形の一つである名城大学を中心とする「名古屋科学リテラシーフォーラム」の中でも共同研究、研究成果公開を行った。

## 4. 研究成果

### (1) 研究経過の概要

①初年度は、「科学の智」プロジェクト自身の報告が6月に公表されたところで、その仕

上げを行うのと並行する形で数学教員に求める数学リテラシーをどう考えていくべきかについて原理的だが予備的な考察を進めた。これは後掲の論考〔浪川論文④〕にまとめられた。

②初年度後半以降は、上掲の数学教員懇談会と共同研究の形を取り、全国の教員養成系大学・学部での数学カリキュラムの内容を調査し、その報告と共に調査結果を踏まえたカリキュラム例の提案を2009年度に行ったのに協力した。またこれまでは中高数学教員養成を主に考えていたが、小学校教員養成課程をも考察対象に含めることを始めた。こうした検討の中で、リテラシー像の具体化→実践カリキュラムの策定、と進むだけではなく、実践カリキュラムを実行しつつ、その反省を踏まえてリテラシー像の具体化を図る、という方向を加えた研究活動が有効であることが認識され、理論と実践との双方向から考えることとした。これは大きな研究方法の転換であった。

③そこでカリキュラムの一つの具体化として、研究代表者の属する学部の数学教員養成カリキュラムを再検討し、その理論的位置付けを行うとともに今までの実践を踏まえた改訂を行った（その報告は〔浪川論文①〕）。これは2011年度から年次進行で実施されつつある。予備的考察にある数学史あるいは現代数学入門などの講義を準備する中で、様々な新たな知見が得られつつあり、これについては分担者会議（研究集会）、名古屋数学教育セミナーなどの中で、発表している。

しかしこれらの成果はなお個別部分的なものに止まっており、体系的なまとまりを持ったものとはなっていない。今後の課題である。

④最終年度は、この線に沿って、リテラシーを意識した実践を踏まえ、教授法の開発を複数の場で試みると共に理論的な反省をも加えた。これらについては（公刊されてはいないが）毎年報告集の形でまとめられている。研究代表者もこの立場から本学数学カリキュラムの改訂を考えると共にその意味を理論化した〔浪川論文①〕。

### (2) 研究成果の概要

#### ① 基盤となる数学リテラシーの考え方

本研究における考察の基盤になったのは、2008年に公刊された上記プロジェクト報告書である。そこでは数学の基本性質として

- 1) 数学の基礎は数と図形であること；
- 2) 数学は抽象概念を論理で体系化すること；
- 3) 数学は抽象と論理を重視する記述言語であること；
- 4) 数学は普遍構造（数理モデル）の学として諸科学に開かれていること

の4点を挙げ、それを踏まえて数学を基礎言語とするといかに豊かな世界が広がるか、深

い学問が記述されるかを具体的に、ただし例示的に論じた。教員養成カリキュラムで求める数学リテラシー像も基本的にこれを踏まえ、その発展形として考えられるべきものになる。

またこの数学リテラシー像での特色は数学の言語性の重視にある。これは上記数学の基本性質3)に謳われているが、報告書ではそれをさらに具体化し、本研究においても機会ある毎にこれについて考察を加え、また他分野、特に理科教育の人々と共同研究を行った。これは上記の名古屋科学リテラシーフォーラムの活動の中で行われ、一部は公にされている[浪川論文③]。この視点は2011年の東日本大震災及び原発事故のため、さらに切実なものとなっている。ここでは単なる寄せ集めの「科学的知識」ではなく、数学言語で言い表された(数式を用いた)体系的な知識を用いて論理的に思考判断する「科学リテラシー」が必要になるのである(大学教養の問題として後述)。

#### ②数学教員養成カリキュラムの予備的考察(浪川論文④)

学校教育においては、こうした数学リテラシーについての考察を踏まえて数学カリキュラムを構築し、それを教育する能力を持つ教員を養成すべく教員養成カリキュラムを組む必要がある。

そこで予備的考察として、数学教員養成カリキュラムの骨子を考えてみた。まず必要な数学的基礎知識としては、概ね理学部数学科における3年次程度までの素養に、初等幾何学及び初等整数論を加えたものとした。これに数学的教養として、概念や理論の生成過程を知る数学史的知識、現代数学から見た数学観、他分野との関連などに配慮したカリキュラムが加えられるべきこと、(論理的思考力を含む)数学の言語性を重視すべきことなどを論じた。

以後この予備的考察をさらに具体化し深化させようとしている。

#### ③カリキュラムの具体化としての実践研究

上に述べたように2009年度以降様々の実践研究を上記懇談会メンバーとの共同研究の形で行っているのであるが、例えば研究代表者は「数学の指導法」及び「現代数学入門」の中で、初等関数の体系化を「変化と関係」の観点から行い、指数関数(対数関数)、三角関数は、それぞれ加法の世界と乗法の世界、加法の世界と回転の世界を結び付けるものであり、そのときの「単位」として自然に自然対数の底と円周率とが現れることを示している。

これらの成果はなお一書としてまとめられるに至っていないが、研究代表者による後続研究の中で公刊すべく研究を進めている。

#### ④小学校教員養成のための数学教育研究

小学校教員養成における数学教育カリキュラムについては、実態調査が行われ、カリキュラム内容の大まかな提案が行われたものの、なお理論的検討が不十分である。

しかし研究代表者はつとにこの問題が大学教養教育での数学リテラシーの扱いと深く関わることに気付いており、その観点から過去の活動を振り返ると共に予備的な考察を開始した[浪川図書①]。ここでの主張は、21世紀の大学教養教育は、数学リテラシーを基盤とする科学リテラシーを従来の人文的なリテラシーと並んで重視すべきであるというものである。この観点からの教育はすでに研究代表者による講義等の中で一部試行されつつあるが、この考察をさらに具体化し、深めることはなお今後の問題である。

#### (3)研究成果の効果と今後の展望

以上述べたように、本研究は着実な進展を見つづもなお途上にあり、その多くは2011年度に採択された同じ研究代表者による科研費基盤(B)研究「数学リテラシー概念に基く教員養成系数学カリキュラムの開発」に引き継がれている。

以下上記成果の概要で十分述べなかつた二つの発展的個別課題について論じる。

#### ①数学リテラシー概念の普及と深化

今回の学習指導要領改訂は、算数・数学において「数学リテラシー」の考え方や深く共通する方向性を持っている。したがって今回の改定の趣旨を実現するため本研究の視点からカリキュラムをさらに開発する重要性が明らかになった。これは近年提起されている「教科内容学」の具体化と見ることもできる。実際こうした日本の教育政策の動きに研究代表者自身が関わっており、その観点からの報告も行われた[浪川発表①]

またこの数学リテラシーの考え方は逆に数学そのものに対する新しい捉え方をもたらすであろうことも見えて来た(「教育数学」の提唱)。しかしその課題は数学あるいは数学教育の根本と関わる故に、研究自体としてはなお多くの点で未完成であり、今後の研究の進展を必要としている。

#### ②大学教養教育との関連

研究代表者はつとに教員養成での数学教育の問題が大学教養教育での数学リテラシーの扱いと深く関わることに気づき、その観点から予備的な考察を開始したことは上述した。研究代表者は現在これについて考察を深めると共に、学術会議の参照基準検討委員会に関わる形で、さらに研究を進め、その成果を大学教育全体に反映させようとしている。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 10 件)

- ① 浪川幸彦他 2 名, 数学リテラシーを養成する教員養成数学カリキュラム—椋山女学園大学での構築と実践, 椋山女学園大学教育学部紀要, 査読無, 4 (2011), 83-94
- ② Yoshinori Shimizu, Mathematics Teachers as Learners: Professional Development of Mathematics Teachers in Japan, Proc. Reforms and Issues in School Mathematics in East Asia, 2010, 169-180
- ③ 浪川幸彦, 21 世紀の数学リテラシー—科学リテラシーとの関係を視野に—, 「科学教育研究」, 査読有, 33-1 (2009), 12-21
- ④ 浪川幸彦, 数学教員の持つべき数学リテラシーについての覚え書き, 椋山女学園大学教育学部紀要, 査読無, 2 号 (2009), 41-49

〔学会発表〕(計 6 件)

- ① Yukihiro Namikawa, Mathematical literacy in recent education in Japan, international Congress on Mathematical Education, 2012 年 7 月 11 日 (予定), Seoul (Korea)
- ② 浪川幸彦, 新学習指導要領における数学教育 (招待企画), 科学教育学会年会, 2009 年 8 月 26 日, 同志社女子大学 (京都)
- ③ 浪川幸彦, リテラシー概念に基づいた大学教育カリキュラム—数学教員養成を例に—, 日本高等教育学会年会, 2009 年 5 月 24 日, 長崎大学 (長崎)

〔図書〕(計 5 件)

- ① 浪川幸彦, リテラシーの概念に基づいた教養教育の構築—数学教育に例を取って—, 豊田きさき編集代表「教養と学力」, 分担執筆 (pp9-33), 愛知教育大学出版会, 2011, 116 ページ

〔産業財産権〕

なし:

〔その他〕

名古屋教育セミナーについては  
<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~namikawa/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

浪川 幸彦 (NAMIKAWA YUKIHIKO)  
椋山女学園大学・教育学部・教授  
研究者番号: 20022676

### (2) 研究分担者

真島 秀行 (MAJIMA HIDEYUKI)

お茶の水女子大学・人間文化創成科学研究科・教授

研究者番号: 50111456

三宅 正武 (MIYAKE MASATAKE)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・名誉教授

研究者番号: 70019496

黒木 哲徳 (KUROGI TETSUNORI)

南九州大学・人間発達学部・教授

研究者番号: 90022681

清水 美憲 (SHIMIZU YOSHINORI)

筑波大学・人間総合科学研究科・教授

研究者番号: 90226259

### (3) 連携研究者

なし