

自己評価報告書

平成23年 5月 6日現在

機関番号：	14301
研究種目：	基盤研究 (B)
研究期間：	2008 ~ 2012
課題番号：	20310088
研究課題名 (和文)	劣モジュラの構造に基づく離散最適化基礎理論の展開と高速アルゴリズム開発
研究課題名 (英文)	Developments of the fundamental theory of discrete optimization and fast algorithms based on submodular structures
研究代表者	
	藤重 悟 (FUJISHIGE SATORU)
	京都大学・数理解析研究所・教授
	研究者番号：10092321

研究分野：数理工学，離散最適化

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学 ・ 社会システム工学・安全システム

キーワード：離散最適化，アルゴリズム，劣モジュラ関数，組合せ最適化，数理計画

1. 研究計画の概要

社会システムや産業経済活動などに関係して現れる生産計画，環境計画，最適配送計画，スケジューリング，最適投資等を始めとする多くの重要な問題は，大規模であり離散構造を有するシステムの最適化問題として捉えられる．このような大規模離散最適化問題は，通常，厳密な最適解を効率よく見出すことが困難な(すなわち，実用的な時間内に解くことが困難な)問題となる．

本研究代表者らは，このような困難な問題に対する解決の手がかりを与える重要な切り口として，問題の有する劣モジュラ的な構造に注目して長年研究を継続し，2003年のFulkerson Prizeの受賞を始めとして着実な成果を上げてきており，本研究計画は，研究代表者らのグループの研究の総仕上げとして位置づけ，研究グループの総力を挙げて，劣モジュラ的な離散構造の観点から大規模離散最適化問題の解析の基礎理論の深化・展開とアルゴリズム開発および実用化に向けて取り組み，大規模離散最適化問題の解決に向けた劣モジュラ的な離散構造に関わる最適化基礎理論の構築を目指す．

2. 研究の進捗状況

(1) 線形計画問題に対する新しい解法として LP-Newton 法を提案し，その有効性を計算機実験によって検証し，理論と実用の両面で今後の研究の展開の可能性を吟味した．

(2) 一般グラフのマッチングとマトロイドの共通独立集合問題の共通の一般化として，

点集合上に2種類のマトロイドが付随する有向グラフにおける独立偶因子問題を考察し，偶因子問題に対する Pap の組合せ的アルゴリズムを拡張するとともに，Edmonds-Gallai 型の分解原理を与えた．

(3) 無向グラフのソース配置問題や外部ネットワーク問題の自然な一般化である，正モジュラシステムにおける最小横断を求める問題を考察し，その問題に現れる極小不足集合族がハイパー木になるという特徴付けを与え，それによって，無向グラフのソース配置問題や外部ネットワーク問題が多項式時間で解けることを示した．

(4) 双劣モジュラ関数最小化の強多項式時間アルゴリズムを導出した．

(5) 劣モジュラ最適化の応用研究として，Schrijver (1978) のポリリンク・システムを用いたフローのモデルを導入した．

(6) 充足可能性問題に対する確率的考察などに関連し多項式可解性が予想されていたホーン論理関数の解集合の連結性の問題が coNP 完全であること，またホーン関数が特徴集合で表現されている場合は，多項式時間で解けることを示した．

(7) 離散化 Dirichlet 分布に対して，ランダム生成アルゴリズムを構築し，その理論性能を解析した．特に，離散化 Dirichlet 分布は対数分離凹関数ではないため，alternating inequality の概念を導入し，特別な解析を行うことで，性能の理論保証を与えることに成功した．

(8) 有向多品種流問題の幾何学的双対性理論を展開し，それに基づいて，今まで知られていた有向多品種流の整数性定理を拡張・分

類し、そしてフラクショナルリティを完全に決定した。

3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。
(理由)

上記の「研究の進捗状況」に記載した(1)～(8)の成果を始めとする主要な成果を18編の学術論文としてまとめ、評価の高い国際学術専門誌に掲載あるいは掲載決定となっており、当初の計画以上に研究が進展している。

4. 今後の研究の推進方策

当初の研究計画の変更あるいは研究遂行上の問題点などはなく順調に研究が進んでおり、これまでに得られた知見および研究成果を踏まえて、劣モジュラ構造の観点から見えてくる新たな研究の展開の可能性を整理し、研究の更なる飛躍を目指す。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計18件)

- ① M. X. Goemans, S. Iwata, and R. Zenklusen: A flow model based on polylinking systems. *Mathematical Programming, Ser. A*, to appear. 査読有
- ② H. Hirai and S. Koichi: On duality and fractionality of multicommodity flows in directed networks. *Discrete Optimization*, to appear. 査読有
- ③ K. Makino, S. Tamaki, and M. Yamamoto: On the Boolean connectivity problem for Horn relations. *Discrete Applied Mathematics*, 158(18) (2010) 2024-2030. 査読有
- ④ S. T. McCormick and S. Fujishige: Strongly polynomial and fully combinatorial algorithms for bisubmodular function minimization. *Mathematical Programming, Ser. A*, 122 (2010) 87-120. 査読有
- ⑤ T. Matsui, M. Motoki, N. Kamatani, and S. Kijima: Polynomial time approximate or perfect samplers for discretized Dirichlet distribution. *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*. 27-1 (2010) 91-123. 査読有
- ⑥ M. Sakashita, K. Makino, H. Nagamochi, and S. Fujishige: Minimum transversals in posi-modular systems. *SIAM Journal on Discrete Mathematics* 23 (2009) 858-871. 査読有
- ⑦ S. Fujishige, T. Hayashi, K. Yamashita, and U. Zimmermann: Zonotopes and the LP-Newton method. *Optimization and Engineering* 10 (2009) 193-205. 査読有
- ⑧ S. Iwata and K. Takazawa: The independent even factor problem. *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 22 (2008), 1411-1427. 査読有

[学会発表] (計6件)

- ① S. Boyd, S. Iwata, K. Takazawa: Finding 2-factors covering 3- and 4-edge cuts in bridgeless cubic graphs. Joint Mathematics Meetings, New Orleans, January 7, 2011.
- ② E. Boros, K. M. Elbassioni, V. Gurvich, and K. Makino: A pumping algorithm for ergodic stochastic mean payoff games with perfect information. IPCO 2010. Lausanne (Switzerland) June 9-11, 2010.
- ③ R. Nakatsubo, S. Kijima, and T. Matsui: Computational experiments on perfect sampling of contingency tables. The 3rd Annual Meeting of the Asian Association for Algorithms and Computation (AAAC 2010), Pohang, Korea, April 17, 2010.
- ④ K. M. Elbassioni, K. Makino, and I. Rauf: On the readability of monotone Boolean formulae, COCOON 2009. Conference Center Niagara Falls (USA), July 13--15, 2009.
- ⑤ 来嶋秀治: “マルコフ連鎖の収束時間とMCMC法,” 日本オペレーションズリサーチ学会「待ち行列」研究部会 第209回研究会, 東京工業大学, 2008年11月15日.
- ⑥ 来嶋秀治, 根本俊男: “一般化メディアン安定結婚問題に対する乱択近似アルゴリズム,” 日本オペレーションズリサーチ学会2008年秋季研究発表会, 札幌コンベンションセンター, 2008年9月10日.