

自己評価報告書

平成 23 年 5 月 11 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2008～2011

課題番号：20340002

研究課題名(和文) K3 曲面および関連する代数多様体の総合的研究

研究課題名(英文) K3 surfaces and related algebraic varieties

研究代表者

島田 伊知朗 (SHIMADA ICHIRO)

広島大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：10235616

研究分野：数学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：K3 曲面, 6 次曲線, 基本群, 格子理論, 超越格子, 超特異性

1. 研究計画の概要

本研究の目的は、K3 曲面に関する多種多様な問題に対して次の研究活動を行うことにより、従来の研究をさらに大規模に発展させるとともに異なる研究方法の間との相互作用をうながすことである。

まず、格子理論的計算に還元できる部分を確定する。還元できる部分に対しては、汎用性の高いアルゴリズムを書いて計算機に実行させる。できるだけ多数の研究集会に参加して格子理論と計算機の組み合わせの強力さを宣伝し、多くの研究者を格子理論と計算機による K3 曲面の研究に巻き込むことを目指す。

還元できない部分、とくに具体的な定義方程式を必要とする問題に対しては、グレブナー基底を用いたアプローチを試みる。さらに、格子理論的データ以外の量(クリスタル周期, ブラウア群など)を計算機で取り扱う手法を開発する。

2. 研究の進捗状況

ザリスキ・ファンカンペンの定理を一般化し、グラスマン双対超曲面の補集合の基本群に対する応用を得た。

単純特異点のみをもつ複素 6 次曲線の格子理論的分類を系譜関係までこめて完成させ、すべての格子理論的ザリスキカップルを得た。さらに、2 重被覆に対して非自明な分裂曲線をもつ単純 6 次曲線をすべて求めた。

曲面の定義方程式から超越格子を求めるアルゴリズムを開発した。これを 4 本の直線に沿って分岐する射影曲面の巡回被覆に応用して、この曲面のネロン・セヴェリ格子の構造を調べた。

有限体上の線形空間のグラスマン多様体

の直積の中で、線形部分空間とそのフロベニウス像の包含関係により定義される部分多様体を調べた。この多様体の超特異性と単有理性を証明し、さらに代数的サイクルのなす格子を記述した。

標数 5 の超特異 K3 曲面で、アルティン不変量が小さいものの射影モデルについて研究した。その結果、アルティン不変量が 2 以下の超特異 K3 曲面の射影モデルを明示的に書き下すことができた。

2008 年 11 月に名古屋大学において連携研究者の金銅誠之とともに研究集会「Algebraic Geometry in Positive Characteristics and Related Topics」を開催した。

2009 年から 2011 年まで、毎年 3 月に、広島大学および首都大学東京において研究集会「Branched Coverings, Degenerations, and Related Topics」を開催している。これは、複素代数多様体の位相幾何学的研究とトポロジーにおけるノットの研究の相互作用を促すことを目標とする研究集会であり、午前中は 1-2 名の講師による連続講演、午後は研究発表というスタイルをとっている。多くの研究成果が発表され、活発な研究討議が行われた。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している

(理由) 格子理論的計算に用いるプログラムを高速化し、長年の問題であった単純特異点のみをもつ複素 6 次曲線の格子理論的分類を完成させることが出来た。さらに超特異 K3 曲面について、具体的な定義方程式を求める一般的な方法についての方針を得た。

4. 今後の研究の推進方策

格子理論的計算に用いるプログラムをさらに高速化し、使いやすいものにする。超特異 K3 曲面の射影モデルを研究し、小さい標数での超特異 K3 曲面およびその自己同型の明示的な構成を目指す。

毎年恒例の研究集会「Branched Coverings, Degenerations, and Related Topics」を引き続き開催し続ける。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

1. I. Shimada and N. Takahashi, Primitivity of sublattices generated by classes of curves on an algebraic surface. *Comment. Math. Univ. St. Pauli*, 59, (2010), 77-95. 査読有

2. I. Shimada, Lattice Zariski k-ples of plane sextic curves and Z-splitting curves for double plane sextics. *Michigan Math. J.* 59 (2010), no. 3, 621-665. 査読有

3. I. Shimada, Topology of curves on a surface and lattice-theoretic invariants of coverings of the surface. *Algebraic geometry in East Asia—Seoul 2008*, 361-382, *Adv. Stud. Pure Math.*, 60, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2010. 査読有

4. I. Shimada, Generalized Zariski-van Kampen theorem and its application to Grassmannian dual varieties. *Internat. J. Math.* 21 (2010), no. 5, 591-637. 査読有

5. I. Shimada, Non-homeomorphic conjugate complex varieties. *Singularities Niigata-Toyama 2007*, 285-301, *Adv. Stud. Pure Math.*, 56, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2009. 査読有

[学会発表] (計 28 件)

1. I. Shimada, Supersingular K3 surfaces and lattice theory, *Arithmetic and Algebraic Geometry 2011*, 21 January, 2010, 東京大学数理科学研究科

2. I. Shimada, Lattices of algebraic cycles in positive characteristics, 5th Pacific Rim Conference on Mathematics, 02 July,

2010, Stanford University, USA

3. I. Shimada, On lattice-invariants of complex algebraic surfaces and their applications, *Symposium in algebraic geometry*, 28 December, 2009, Busan, Korea

4. I. Shimada, On lattice-theoretic invariants of curves on a surface, *The 2nd MSJ-SI Arrangements of Hyperplanes*, 12 August, 2009, 北海道大学

5. I. Shimada, Zariski pairs and lattice theory, *Antalya Algebra Days XI*, 24 May, 2009, Antalya, Turk

[その他]

ホームページ

<http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~shimada/index.html>