

## 自己評価報告書

平成 23 年 5 月 7 日現在

機関番号：32606

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2008 ~ 2011

課題番号：20340014

研究課題名 (和文) 4次元多様体とリーマン面

研究課題名 (英文) 4 dimensional manifolds and Riemann surfaces

研究代表者 松本 幸夫 (MATSUMOTO YUKIO)

(学習院大学・理学部・教授)

研究者番号：20011637

研究分野：

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：位相幾何学

## 1. 研究計画の概要

4次元多様体をリーマン面との関連から研究する。具体的には、リーマン面を底空間とし、別のリーマン面をファイバーとするファイバー空間 (特異ファイバーを許す) の全空間として理解する。これは特殊な対象に見えるが、実は4次元シンプレクティック多様体の下部構造になっている (ドナルドソン、ゴンブ)。リーマン面の退化して行く履歴として4次元多様体を研究することに相当し、リーマン面の退化理論との関連が深い。

## 2. 研究の進捗状況

この3年間はリーマン面の退化方面に集中して研究を進めた。その結果、リーマン面のモジュライ空間のコンパクト化に関して新たな知見を得た。あと1年で、4次元多様体への応用を見出したい。リーマン面のモジュライ空間のコンパクト化としてドリーニュ・マンフォードのコンパクト化が知られているが、この上には安定曲線の族があると考えられて来た。本研究の成果として、ドリーニュ・マンフォードのコンパクト化の上には、安定曲線だけではなく、リーマン面のすべての退化形を実質的に記述する普遍退化族が乗っていることが確実になった。方法は代数幾何的なアプローチでなく、関数論的なアプローチによる。すなわち、ベアスとクラにより、安定曲線のモジュライを記述するパラメーター空間が分かっている。また足利の「精密な安定還元定理」を組み合わせると、一般の退化族とベアス・クラの理論の橋渡しができるので、それを利用した。また、ベアス・クラのモジュライは少し大きすぎることも分かったので、それを小さくした「サブ・モ

ジュライ空間」の概念を導入することにより、ドリーニュ・マンフォードのコンパクト化の持つオービフォールド構造を明らかにできたことが、研究の進んだ原因である。

また、別の研究として、フェルマー曲面の「軸性ファイバー空間」について詳細な研究をした (増田一男氏との共著)。従来は代数曲面にファイバー曲面の構造を入れる有力な手段として「レフシェツ・ファイバー空間」が知られていたが、この方法は曲面を爆発させなければならないところが、4次元トポロジーの観点からは不満足であった。この論文で考えた「軸性ファイバー空間」は代数曲面を爆発させる必要がないので、(適用範囲はあまり広くないものの) 詳しい研究に適したものと考えられる。この結果については論文をまとめているところである。

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

理由：当初から目標にしていたドリーニュ・マンフォードコンパクト化の上の普遍退化族の構成に成功したこと。これは基本的な結果と思われるので、4次元多様体論に及ぼす影響を調べたい。

## 4. 今後の研究の推進方策

リーマン面のモジュライ空間のコンパクト化とその上の普遍退化族の様子が明らかになったので、これを特異ファイバーの分裂問題等に 응용して行きたい。

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計3件)

① Y. Matsumoto, On the Universal Degenerating family of Riemann surfaces, 査読有 Accepted by IRMA series (Strasbourg)

② Y. Matsumoto and J. M. Montesinos, Pseudo-Periodic maps and Degeneration of Riemann Surfaces, 査読有 accepted by Lecture Notes in Mathematics, Springer-Verlag.

③ T. Ashikaga, Local signature defect of fibered complex surfaces via monodromy and stable reduction, Comment. Math. Helv. 査読有 85 (2010), 417-461.

[学会発表] (計 10 件)

① Y. Matsumoto, Determination of singular fibers in the Fermat surfaces, Geometry and Topology Seminar, IRMA, February 28, 2011, Strasbourg Univ.

② Y. Matsumoto, Low dimensional topology and complex analysis, The 7-th East Asian School of Knots and Related Topics, January, 11, 12, 2011, Hiroshima Univ.

③ Y. Matsumoto, On the universal orbifold family of Riemann surfaces over the compactified moduli space, 「リーマン面・不連続群」研究集会、January, 8, 2011, 大阪国際交流センター。

④ T. Ashikaga, Toric resolution of a certain non-normal singularity, 山形特異点セミナー、March, 2010, 山形大学。

⑤ T. Ashikaga, Another geometric proof of the reciprocity law of Dedekind sum (jointly with M. Ishizaka), 第1回東北復旦代数幾何交流シンポジウム、November, 2009, 東北大学。

[図書] (計 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：

番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況 (計 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

[その他]