

自己評価報告書

平成 23 年 3 月 24 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2008 ~ 2012

課題番号：20340019

研究課題名(和文) 数理ファイナンスにおける確率制御・フィルタリングの方法の発展と応用

研究課題名(英文) Development of the methods of stochastic control and filtering in mathematical finance and applications

研究代表者

長井 英生 (NAGAI HIDEO)

大阪大学・基礎工学研究科・教授

研究者番号：70110848

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：ポートフォリオ最適化、大偏差確率制御、H-J-B 方程式、粘性解、リスク鋭感的確率制御、デリバティブの価値評価

1. 研究計画の概要

- (1) 資産価値過程の増大度が目標値を下回る確率の漸近挙動を考察し、Risk-sensitive ポートフォリオ最適化問題の双対である大偏差確率制御として捉える研究を推進する。目標値が定数である場合とともに、ベンチマークとしてとる確率過程の場合も込めて線形ガウス型モデルに対して考察する。
- (2) (1) の問題を、線形ガウス型モデルに対して部分情報下で考察する。
- (3) (1) の問題を一般のファクターモデルに対して完全情報下で考察する。
- (4) 証券価格のボラティリティが、有限マルコフ連鎖として定義されるファクター過程に影響される市場モデルについて、部分情報下で期待効用最大化問題を考察する。
- (5) 無限時間範囲最適投資・消費問題の H-J-B 方程式の可解性、一意性を考察する。
- (6) 新しいインサイダー取引モデルを提案する。特にインサイダー代理が情報を持ちながら株の値段に影響するモデルを作る。そして、このモデルの安定取引設定があることを証明する。
- (7) ジャンプ型の確率微分方程式に関して楠岡近似を検討する。
- (8) 長時間リスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題を床制約下で考察する。
- (9) (8)に関連した動的ファンドプロテクションや関連した自由境界値問題の解析を行う
- (10) 1階微分の係数と非斉次項が非有界関数の場合の、完全非線形二階一様楕円型方程式の L^p 粘性解の弱ハルナック不等

式を考察する。

- (11) (10) の方程式に対してヘルダー連続評価・リュービル原理・非有界領域での最大値原理などを考察する。
- (12) ある種の非 ELQG (Exponential of Linear Quadratic) 型リスク鋭感的制御問題に明示的な解表示を考察する。
- (13) 非完備市場におけるオプションの価格理論とその適用法を幾何レヴィ過程を基礎に研究すると同時に、必ずしも市場で取引されない資産の評価(リアルオプションやプロジェクトの評価)の価値評価法を、リスクを考慮しつつ評価する価値尺度 (Risk-sensitive value measure) として定式化することを目指した基礎研究を行う。

2. 研究の進捗状況

- (1) について、畑宏明、S. J. Sheu との共同研究により、目的通りの結果を得、確率論の国際学術雑誌に掲載された。
- (2) について、(1) と同じレベルの結果を部分情報下で得、ファイナンス専門雑誌に掲載予定となっている。
- (3) 線形ガウス型モデルを含む一般のモデルに対して、目的通りの結果を得、確率論の国際学術雑誌に投稿中となっている。
- (4) 藤本、Runggaldier との共同研究により、有限時間範囲の対数効用最大化および冪型期待効用最大化問題に対して目的通りの結果を得て、論文を準備中である。
- (5) リスク回避的な場合に結果を得ており、現在リスク志向的な場合の問題を考察中である。
- (6) 研究分担者コハツ-ヒガは Ortiz との共

同研究により、中期影響があるインサイダーについて研究を行い、均衡の存在を証明した。また、Backの設定でインサイダー情報を一般化したモデルを導入し、Max と ArgMax のときに具体的な計算を行った。結果は数理ファイナンスの専門雑誌に掲載された。

- (7) 研究分担者コハツ-ヒガはTankov との共同研究により、ジャンプ型の確率微分方程式のジャンプに適合した近似スキームを得、確率論の専門雑誌に掲載予定となっている。
- (8) 連携研究者関根は、得られた結果を国際会議で発表した。また論文を準備中である。
- (9) 連携研究者関根は宮田との共同研究により、動的なファンドプロテクション問題をベイズ的設定下で成長率最大ファンドに対して適用し、その解を3次元自由境界値問題に帰着させることで求めた。論文準備中である。
- (10) 研究分担者小池と O. Ley の共同研究により目的が達成され、国際学術雑誌に掲載予定となっている。
- (11) 研究分担者小池による研究が進行中である。
- (12) 連携研究者関根と畑による共同研究により、1次元のモデルに対して満足すべき結果が得られ、国際学術雑誌に掲載された。
- (13) 研究分担者宮原は、リスク鋭感的価値尺度 (Risk-sensitive value measure) がプロジェクトの評価に最も適した価値尺度であるという結論を得た。ファイナンスの専門雑誌に掲載された。

3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

(理由)

代表者、研究分担者、連携研究者それぞれが、順調に目的とした研究結果を得て、著名な国際学術雑誌に発表する他、国際会議で招待講演を行っている。代表者はこのテーマに関連する研究業績により日本数学会・解析学賞を授与された。

4. 今後の研究の推進方策

リスク回避的な場合の最適投資問題について、確率制御・フィルタリングの方法を適用し発展させることに関しては、ほぼ目的を果たしつつある。今後はリスク志向的な場合への考察を深めてゆく。また、消費戦略も込めた、最適消費・投資問題やリスク尺度の研究への発展も今後の研究課題である。さらに、ボラティリティがファクターに依存する市場モデルの場合に部分情報下で考察する問題は現在進行中であるが、これはフィルタリ

ングの研究として特に重要であり、今後の研究の一つの中心となる。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計20件)

- ① H. Nagai: Asymptotics of the probability minimizing a "down-side" risk under partial information, Quantitative Finance, 掲載予定, 査読有
- ② H. Hata, H. Nagai and S. J. Sheu: Asymptotics of the probability minimizing a "down-side" risk, Annals of Applied Probability, vol. 20, 52-89 (2010), 査読有
- ③ A. Kohatsu-Higa and S. Ortiz: Weak Kyle-Back equilibrium models for Max and ArgMax, SIAM Journal on Financial Mathematics vol. 1, 179-211 (2010), 査読有
- ④ Y. Miyahara: Risk-Sensitive Value Measure Method for projects Evaluation, Journal of Real Options and Strategy, vol.3, 186-204 (2010), 査読有
- ⑤ S. Koike and A. Swiech: Weak Harnack inequality for fully nonlinear uniformly elliptic PDE with unbounded ingredients, Journal of Mathematical Society of Japan, vol.61, 723-755 (2009), 査読有

[学会発表](計27件)

- ① S. Koike, On viscosity solutions of fully nonlinear elliptic PDE with measurable and unbounded ingredients, Nonlinear PDEs, Jan. 14, 2011, Valparaiso・Chile
- ② H. Nagai, Risk-sensitive control, large deviation control and down-side risk minimization, Mathematical finance and related topics related to economics and engineering, Aug. 13, 2009, Kyoto seminar House, Japan
- ③ J. Sekine, Mathematical finance and related topics related to economics and engineering, Congress: Stochastic Analysis for and from Finance, Aug. 7, 2009, 京都市リサーチパーク
- ④ A. Kohatsu-Higa, Approximations for SDE's driven by Lévy processes, Third Conference on Numerical Methods in Finance, April 15, 2009, ENPC, Paris, France
- ⑤ H. Nagai, Large deviation control arising from optimal investment, Conference on quantitative methods in finance, Dec. 18, 2008, Sydney, Australia