

自己評価報告書

平成23年 5月11日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2008～2012

課題番号：20340029

研究課題名(和文)

正準変換と比較原理の手法による分散型方程式の解の諸性質の解明

研究課題名(英文) Analysis of properties of solutions to dispersive equations via canonical transforms and comparison principle

研究代表者

杉本 充 (SUGIMOTO MITSURU)

名古屋大学・多元数理科学研究科・教授

研究者番号：60196756

研究分野：偏微分方程式論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：正準変換 比較原理 分散型方程式 時空間評価

1. 研究計画の概要

この研究は、偏微分方程式をその表象の座標変換により標準形へと変換してから考察する古典的手法(正準変換)と、二つの偏微分方程式の表象の比較からそれぞれの解の評価式を比較する新しい手法(比較原理)を組み合わせるにより、解に対する様々な評価式を導きかつ偏微分方程式論の諸問題にそれらを応用することを試みるものである。

2. 研究の進捗状況

(1) 分散型方程式の場合に威力を発揮した比較原理が、非分散型の場合にまでも応用されることを示し、その平滑化評価式を導出した。

(2) 剰余項をとともなう標準形に対する評価式の導出に向けてのテストケースとして、ポテンシャル項を持つ分散型方程式に対する平滑化評価式を考察した。特に、同じスペクトルを持つ二つのポテンシャルに対しては平滑化評価式が比較できるという、スペクトル比較原理の理論を整備した。

(3) 標準形への変換を実現する大域的なフーリエ積分作用素の構成法の発見に向けての試金石として、双曲型方程式に対する初期値問題の時間大域的な解の構成法を研究した。特に相関数の大域的な構成に関してはアイコナル方程式の大域的な解の構成が最も困難な部分であるが、アイコナル方程式を解くのではなくラグランジュアン多様体が同じとなる別の相関数を構成する方法が有効であることを見出した。

(4) L_p -空間においてはフーリエ積分作用素が有界ではないために、その替わりとして、相空間において均質的な取り扱いをするモ

ジュレーション空間に着目した。この空間は比較的新しく提唱されたものであり、その基本的性質の解明に努めた。特に Riesz 変換がモジュレーション空間で有界であるための指数の関係を決定し、また、擬微分作用素がモジュレーション空間で有界となるためのシンボルクラスについて考察した。さらに、 L_p ソボレフ空間とモジュレーション空間の間の包含関係を完全に決定し、モジュレーション空間において非線形作用が閉じているかという問題についても考察した。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

(理由) 正準変換と比較原理の手法の一般化に向けて、まずはテストケースの考察が着実に成果を上げている。関連する話題としてのモジュレーション空間の基礎研究についても、大いに進展が見られた。

4. 今後の研究の推進方策

これまでの進捗状況をふまえて、今後は変数係数をもつ分散型方程式に対する大域的な時空間評価式の導出を目標とする。まずは方程式を標準形に変換する大域的な正準変換をフーリエ積分作用素により実現する。標準形は通常低階項をとともなうので、その場合の比較原理の理論の確立を目指す。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 11 件)

① M. Sugimoto and N. Tomita, Boundedness properties of pseudo-differential and

- Calderón-Zygmund operators on modulation spaces, J. Fourier Anal. Appl. 14 (2008), 124-143. (査読有)
- ② M. Sugimoto and N. Tomita, A remark on fractional integrals on modulation spaces, Math. Nachr. 281 (2008), 1372-1379. (査読有)
- ③ M. Kobayashi, M. Sugimoto and N. Tomita, Trace ideals for pseudo-differential operators and their commutators with symbols in α -modulation spaces, J. Anal. Math. 107 (2009), 141-160. (査読有)
- ④ M. Ruzhansky and M. Sugimoto, Criteria for Bochner's extension problem, Asymptot. Anal. 66 (2010), 125-138. (査読有)
- ⑤ N. Koiso and M. Sugimoto, Motion of elastic wire with thickness, Osaka J. Math. 47 (2010), 787-815. (査読有)

[学会発表] (計 29 件)

- ① 2008年6月23日 研究集会 “Pseudo-differential Operators and Related Topics, II” (於 スウェーデン・Växjö 大学) 「Smoothing estimates for dispersive equations via canonical transforms and comparison principle」
- ② 2008年9月5日 研究集会 “International Conference on Partial Differential Equations and Spectral Theory” (於 ドイツ・ゴスラー) 「A limiting absorption principle in the critical case and a radiation condition」
- ③ 2009年3月27日 日本数学会 2009年度年会 函数方程式論分科会特別講演 (於 東京大) 「分散型方程式の時間評価式と比較原理」
- ④ 2009年9月1日 研究集会 “International Conference on Generalized Functions GF2009” (於 オーストリア・ウィーン大学) 「Smoothing estimates for dispersive and non-dispersive equations」
- ⑥ 2011年3月24日 研究集会 “Asymptotic Properties of Solutions to Hyperbolic Equations” (於 イギリス・Imperial College London) 「Elliptic Operators and Corresponding Vector Fields」

[図書] (計 2 件)

- ① 訳書 (新井仁之, 高木啓行, 千原浩之と

の共訳) プリンストン解析学講義 2 「複素解析」 エリアス・M. スタイン, ラミ・シャカルチ著 (日本評論社) 2009年6月刊 404頁

- ② 共同執筆「日本の現代数学 ー新しい展開をめざして」小川卓克・斎藤毅・中島啓編 (数学書房) 2010年5月刊 256頁

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :
 発明者 :
 権利者 :
 種類 :
 番号 :
 出願年月日 :
 国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :
 発明者 :
 権利者 :
 種類 :
 番号 :
 取得年月日 :
 国内外の別 :

[その他]

ホームページ

<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~sugimoto/>