

自己評価報告書

平成 年 月 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2008～2012

課題番号：20340035

研究課題名（和文） 散逸系における指数アトラクタの構造解析とその応用

研究課題名（英文） Structures of Exponential Attractors for Dissipative Systems and their Applications

研究代表者

八木 厚志 (YAGI ATSUSHI)

大阪大学・情報科学研究科・教授

研究者番号：70116119

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析

キーワード：散逸系、力学系、アトラクタ、確率微分方程式、拡散方程式、自己組織化

1. 研究計画の概要

自己組織化による秩序構造の形成は、設計図や外部からの指示なしで、構成要素が自発的に行う集団行動である。この現象はロバスト性を有するとともに、ゆらぎが大きな役割を果たすという相反する側面を同時に併せ持つ複雑な現象である。本研究では、無限次元力学系の理論で最近新しく導入された指数アトラクタに着目する。同アトラクタがもつ有限次元を有しすべての軌道を指数的に引寄せるといふロバスト性と、同時に不安定平衡点の不安定多様体を含むという不安定性を利用して自己組織化現象のロバスト性とゆらぎの役割について数理的な観点から解析する。計画の主な内容は、以下の5点からなる。

- (1) 確率的力学系を考えロバスト特性を明らかにする。
- (2) 巨視的な視点からゆらぎ特性を明らかにする。
- (3) シロアリによる営巣過程を記述した数理モデルについて解析する。
- (4) 腫瘍型の血管新生過程を記述した数理モデルについて解析する。
- (5) 土壌動態と樹木植生の相互作用を組み合わせたマングローブ森林動態モデルを解析する。

2. 研究の進捗状況

上記(1)の確率的力学系について指数アトラクタを構成する問題に関しては、先ず時間的に非斉次な散逸力学系について指数アトラクタ概念を自然な形で拡張するとともに同アトラクタの簡便な構成法の開発に成功した。その結果は時間的非斉次な走化性に応用

されその有効性も確かめられた。本結果は確率的力学系に指数アトラクタを構成する上で重要な過程を越えたことを意味する。確率論の既存の結果を組み合わせることにより所望の結果を得るための道筋が見えてきた。本結果は2010年、Dresden大学でのAIMS国際会議で報告され、さらにわが国で最も権威のある数学専門誌 *Journal Mathematical Society Japan* (63巻) から出版された。

上記(2)のゆらぎ特性に関しては、走化性方程式の数値計算において走化性パラメータが非常に大きな場合の計算に成功した。以前は、同パラメータが比較的小さいとき、六角形、帯状、ミシン目状の各パターンがこの順番に出現しパラメータが大きくなるとカオス的なものに移行することが知られていたが、今回の計算でさらにパラメータが大きくなると新たに斑点状のパターンが出現することが見出された。制御パラメータが変化するとき、それに応じて出現パターンが変化ししかもカオス状態を経由して新たな秩序が生まれるという事実は極めて興味深い。本結果は、2009年度日本数学会年会の企画特別講演で報告され、さらに出版著書（英語版第12章、日本語版下巻第13章）の中で発表された。シロアリ営巣モデルに関しては、指数アトラクタの構成に成功した。本モデルは足跡フェロモンと壁フェロモンに関わる2つの走化性効果を含むハイブリッド・モデルであるが、数値計算によりそれぞれの働きが明らかにされた。本結果は2009年東京大学で開催されたワークショップで報告されたとともに出版著書（英語版第13章、日本語版下巻第14章）の中で発表された。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

確率的力学系に指数アトラクタを構成する問題に対しては鍵となる時間的非斉次力学系についての結果が得られた。制御パラメータと出現パターンについてカオス現象を含む大変に興味ある関係が見出された。

4. 今後の研究の推進方策

上記5つの計画内容について今後次のように発展させる。

(1) 時間的非斉次力学系についての結果を元に確率的力学系についての指数アトラクタ概念を導入し構成定理を示す。

(2) 制御パラメータの変化により出現パターンがどのように変化するか他のモデルでも調べる。

(3) シロアリ営巣モデルについてさらに数値計算を続行し2つの走化性の果たす役割について調べそのバランスと出現パターンとの関係を明らかにする。

(4) 腫瘍型血管新生モデルについて指数アトラクタの構成を行う。続けて数値計算を行って出現パターンを調べるとともに観察されているパターンとの比較を行う。

(5) マングローブ森林の動態は非常に複雑で、土壌との相互作用を含めた動態をモデル化するには十分な考察を必要とする。さらに現象を整理し合理的なモデルを構築する。構築モデルについて力学系を構成しそのアトラクタの構造を調べる。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計16件)

- ① T. V. Ton, Y. Yamamoto, N. H. Du, A. Yagi, Asymptotic behavior of solutions to stochastic phase transition model, Sci. Math. Jpn, to appear. 査読有
- ② M. Efendiev, Y. Yamamoto, A. Yagi, Exponential attractors for non-autonomous dissipative system, J. Math. Soc. Japan **63**(2011), 647-673. 査読有
- ③ A. Yagi, K. Osaki, K. Sakurai, Exponential attractors for Belousov-Zhabotinskii reaction model, Discrete Contin. Dynam. Systems Supplement 2009 (2009), 846-856. 査読有
- ④ L. H. Chuan, T. Tsujikawa, A. Yagi, Stationary solutions to forest kinematic model, Glasgow Math. J. **51** (2009), 1-17. 査読有

- ⑤ A. Yagi, Exponential attractors for competing species model with cross-diffusions, Discrete Contin. Dynam. Systems **22**(2008), 1091-1120. 査読有

[学会発表] (計9件)

- ① A. Yagi, Open problems in forest model, Workshop “Methods of Modern Mathematical Analysis and Applications”, August 28, 2010, Hanoi University of Science.
- ② A. Yagi, Exponential attractors for non-autonomous chemotaxis systems, 8th AIMS International Conference “Dynamical Systems, Differential Equations, Applications”, May 25, 2010, Dresden University.
- ③ A. Yagi, Dynamical system for activator-inhibitor model, Conference “Evolution Equations, Related Topics and Applications”, September 7, 2009, Helmholtz Center Munich.
- ④ 八木厚志, 散逸系の数学的構造～その解明に向けて～、日本数学会 2009 年度年会企画特別講演、2009 年 3 月 26 日、東京大学。
- ⑤ A. Yagi, Finite-dimensional attractors for termite mound building model due to Brussels school, Workshop “Analytic Semigroups and Related Topics”, January 15, 2009, Tokyo University.

[図書] (計3件)

- ① 八木厚志, 岩波書店、放物型発展方程式とその応用(上)～可解性の理論～、2011年、372頁。(単著)
- ② 八木厚志, 岩波書店、放物型発展方程式とその応用(下)～解の挙動と自己組織化～、2011年、360頁。(単著)
- ③ A. Yagi, Springer, Abstract Parabolic Evolution Equations and their Applications, 2009, pp. 1-581. (単著)

[その他]

<http://www-nomo.ist.osaka-u.ac.jp/atsushi-yagi/index.html>