

機関番号：12102  
 研究種目：基盤研究 (B)  
 研究期間：2008～2010  
 課題番号：20340098  
 研究課題名 (和文) 対称性の破れを伴わない量子液体相：幾何学的位相による理論とその応用  
 研究課題名 (英文) Quantum liquids without symmetry breaking:  
 theories of geometrical phases and their applications  
 研究代表者  
 初貝 安弘 (HATSUGAI YASUHIRO)  
 筑波大学・大学院数理物質科学研究科・教授  
 研究者番号 80218495

## 研究成果の概要 (和文)：

「量子液体相」は、古典的物理量で表現できる特徴的な秩序変数をもたないことを最大の特徴とする量子相である。この観点に立つと、通常きわめて有効な「秩序変数」を用いた「対称性の破れ」の概念に基づく相の理論は量子液体相においては無力となる。そこで、我々は量子論固有の幾何学的位相を用いる相分類の理論的枠組みを構築し、ベリー位相並びにチャーン数を用いて具体的な量子液体相の分類、特徴づけを行った。

## 研究成果の概要 (英文)：

Quantum liquids are characteristic phases of matter that do not have any fundamental symmetry breaking. Then usually quite successful standard techniques based on order parameters are anymore not effective for the characterization. In order to classify the quantum liquids, we have constructed a theory of material phases using quantum mechanical geometrical phases (Berry connections). We have applied these general theories for concrete quantum systems by calculating the Berry phases and Chern numbers and successfully characterized classically featureless phases clearly.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	5,400,000	1,620,000	7,020,000
2009年度	4,200,000	1,260,000	5,460,000
2010年度	4,900,000	1,470,000	6,370,000
年度			
年度			
総計	14,500,000	4,350,000	18,850,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 (数理物理・物性基礎論)

キーワード：量子液体, スピン液体, ベリー位相, トポロジカル秩序,  $Z_2$  ベリー位相, 対称性の破れ, ダイマー, エネルギーギャップ

## 1. 研究開始当初の背景

現代物理学における相の理論においては、「対称性の破れ」とそれを記述する「秩序変

数」の概念は極めて基本的であり、Landau-Ginzburg-Wilson による確固たる枠組みが構築されてきた。一方近年の研究の進

展により、量子効果が古典論に対する摂動であるにとどまらず、古典的対応物を持たない「量子相」が広く存在することが認知されるに至った。その例は、量子ホール相，強相関電子系の中のフラストレートした系でのスピン液体相，スピギャップ相，近藤絶縁体，整数スピン鎖におけるHaldane 相である。これらは，低次元系性等による強い量子効果により通常の秩序形成が妨げられ対称性の破れを伴わず，古典的秩序変数によっては特徴付けることのできない真に量子的な物質相である。これらは「量子液体相」「スピン液体相」と近年総称されその理解は物性物理学における大きな挑戦であった。

その一つの手段として「トポロジカル秩序」の概念が有用であると期待されていたが，相を具体的に特徴づけるものとしては基底状態の縮退度等が考えられているにとどまっていた。

## 2. 研究の目的

以上の問題意識の下，量子論固有の幾何学的位相を用いて具体的な量子液体相，スピン液体相に対して，分類の手段を与え，理論的枠組みを構築するとともに個別の具体的な量子液体相の相分類を具体的に実行し，有効性を確認することを本研究での最終的な目標とする。

## 3. 研究の方法

理論的な研究手段としては，いわゆる幾何学的位相の基本要素であるベリー接続を用いた「量子化ベリー位相」並びに「一般化されたホール伝導度の拡張であるチャーン数」をもちいた理論を構築する。またトポロジカルに非自明な系の特徴であるエッジ状態の存在とそのバルク状態との対応である「バルク・エッジ対応」を用い，一般論を進展させ

るとともに物性論における重要ないくつかの具体的な物質相に対して，その相の特徴付け，相分類を目指す数値的な研究を行う。

## 4. 研究成果

平成20年度：一般論を進展させるとともに物性論における重要ないくつかの具体的な物質相に対して，その相の特徴付け，相分類を目指した具体的かつ数値的な研究を行った。(i) 初貝と分担者である青木並びに連携研究者の有川は，グラフェン量子ホール系における量子液体状態に対してバルク・エッジ対応の観点から Zigzag 端における磁場中の局在状態に関して理論的研究を進め実験に示唆を与える成果を得，それを論文として公表した(ii) 初貝と分担者の福井は位相不変量の数値計算手法の開発ならびに時間反転対称性のある系での  $Z_2$  不変量に関して有意義な成果を得それを論文として公表した。(iii) 初貝は，連携研究者の丸山，有川は，代表者と量子化ベリー位相等の理論に関して研究を進め大規模数値的計算を用いたリング交換模型，近藤格子他の強相関電子系の模型に対して  $Z_2$  ベリー位相による秩序変数を用いた研究を行いその成果を公表した。(iv) また， $Z_2$  ベリー位相と多電子系，スピン系における励起ギャップの関係に関しても興味深い成果を得，それを公表した。

平成21年度：(1) グラフェンに関して，幾何学的位相が寄与する典型的な物理量としてのホール伝導度の計算を行った。特に乱れのあるグラフェンに対してカイラル対称性と  $n=0$  ランダウ準位のトポロジカル安定性の観点に着目し詳しい数値的研究をおこないその結果をチャーン数の計算とともに公表した。(2) また，トポロジカルな物理量であるホール伝導度の有限の周波数への拡

張に関しても数値的に計算を行いある種のステップ構造を見出した。さらには Dirac cone の存在、ならびにカイラル対称性とフェルミオンのダブリングの問題に関しても一般的な観点から研究を行った。

(3) さらには、量子化ベリー位相ならびにその拡張に関しても研究を行い、 $Z_2$  ベリー位相によるスピン液体相の分類をリング交換模型、直交ダイマー模型、BEC-BCS クロスオーバーの現象等に関して行い、有意義な成果を得た。(4) スピンホール相に関連しては、時間反転不変性に起因するクラマース縮退する物理系における非可換ベリー接続の一般論を四元数 (quaternion) を用いて構築し、Dirac 単極子、Yang 単極子との関連を第一第二チャーン数との関連を含めて、極めて明解な形に定式化することに成功した。

平成22年度：(1) グラフェンに代表される物性論における Dirac 電子の系に対して物理量としてのホール伝導度の計算を行った。特に乱れのあるグラフェンに対してカイラル対称性と  $n=0$  ランダウ準位のトポロジカル安定性に着目し、カイラル対称性を傾いた系におけるカイラル対称性に拡張することに成功した。また、一般の Dirac Fermion の電子構造に関する研究をおこなった。これは一般のゼロギャップ半導体の理論に対応する。(2) 量子化ベリー位相ならびにその拡張に関しても研究を行い、 $Z_2$  ベリー位相によるスピン液体相の分類をリング交換模型、直交ダイマー模型、BEC-BCS クロスオーバーの現象等に関して行い、有意義な成果を得た。

(3) 超伝導相におけるトポロジカルな効果に関して詳細な理論的研究を行った。(4) 対称性により守られた一般の位相不変量を構築する一般論をつくり、その具体的な例として一般次元のフラストレートした電子系

に対する  $Z_2$  ベリー位相を具体的に計算しその有効性を確立した。また、研究最終年度であることに鑑み研究全体のまとめと今後の展開に留意した研究を行い。またその成果を広く公開することにつとめた。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 38 件)

[1] Y. Hatsugai, "Topological aspect of grapheme physics", J. Phys. Conf. Ser. 2011 出版決定

[2] M. Arikawa, H. Aoki, Y. Hatsugai, "Edge states in graphene quantum Hall system with bond vs potential disorder", J. Phys. Conf. Ser. 出版決定

[3] H. Watanabe, Y. Hatsugai, H. Aoki, "Manipulation of the Dirac cones and the anomaly in the graphene related quantum Hall effect", J. Phys. Conf. Ser. 出版決定

[4] 初貝安弘, 「トピックス グラフェンの魅力：新素材の可能性を越えて」, 日本分光学会学会誌分光研究, 60, 22-23 (2011)

[5] T. Kawarabayashi, T. Morimoto, Y. Hatsugai, H. Aoki, "Anomalous criticality in the quantum Hall transition at  $n=0$  Landau level of graphene: The role of disorder preserving chiral symmetry", Phys. Rev. B 82, 195426 (2011)

[6] H. Watanabe, Y. Hatsugai, H. Aoki, "Half-integer contributions to the quantum Hall conductivity from single Dirac cones", Phys. Rev. B 82, 241403 (RC) (2011)

[7] 初貝安弘, 青木秀夫, 「グラフェンの物理」固体物理 45, 457-476 (2010)

[8] Y. Hatsugai, "Scattering of Dirac Fermions with Doubling", JPSJ Online—News and Comments, September 10 (2010)

[9] M. Arikawa, I. Maruyama and Y. Hatsugai, "Topological quantum phase transition in the BEC-BCS crossover", Phys. Rev. B 82, 073105 (2010)

[10] Y. Ikebe, T. Morimoto, R. Masutomi, T. Okamoto, H. Aoki and R. Shimano, "Optical Hall Effect in the Integer Quantum Hall Regime", Phys. Rev. Lett 104, 256802 (2010)

- [11] T. Morimoto, Y. Avishai and H. Aoki, “Dynamical scaling analysis of the optical Hall conductivity in the quantum Hall regime, Phys. Rev. B82, 081404(RC) (2010)
- [12] 青木秀夫, 「ディラック電子」固体物理 45, 753 (2010)
- [13] 岡 隆史, 青木秀夫, 「グラフェンにおける光誘起ホール効果とカゴメ・フォトニック結晶における光の局在」光学 39, 445 (2010)
- [14] T. Fukui, “Majorana zero modes bound to a vortex line in a topological superconductor”, Phys. Rev. B81, 214516 (2010)
- [15] T. Fukui and T. Fujiwara, “ $Z_2$  index theorem for Majorana zero modes in a class D topological superconductor”, Phys. Rev. B82, 184536 (2010)
- [16] Y. Hatsugai, “Symmetry protected  $Z_2$  quantization and quaternionic Berry connection with Kramers degeneracy”, New J. Phys. Special Issue on topological Insulators 12, 065004 (2010)
- [17] T. Morimoto, Y. Hatsugai, H. Aoki, “Optical Hall conductivity in 2DEG and graphene QHE systems”, Physica E42, 751-754 (2010)
- [18] T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai, H. Aoki, “Landau level broadening in graphene with long-range disorder --- Robustness of the  $n=0$  level”, Physica E42, 759-762 (2010)
- [19] M. Arai, Y. Hatsugai, “Numerical study of quantum Hall effect in two-dimensional multi-band system: single- and multi-layer graphene “, Physica E42, 740-743 (2010)
- [20] T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai, H. Aoki, “Quantum Hall plateau transition in graphene with correlated random hopping”, Phys. Rev. Lett. 103, 156804 (2009)
- [21] T. Morimoto, Y. Hatsugai, H. Aoki, “Optical Hall conductivity in ordinary and graphene QHE systems”, Phys. Rev. Lett. 103, 116803 (2009)
- [22] Y. Hatsugai, “Bulk-edge correspondence in graphene with/without magnetic field: Chiral symmetry, Dirac fermions and Edge states”, Solid State Communication 149, 1061-1067 (2009)
- [23] I. Maruyama, T. Hirano, Y. Hatsugai, “Topological Identification of Spin-1/2 Two-Leg Ladder with Four-Spin Ring Exchange”, Phys. Rev. B79, 115107 (2009)
- [24] T. Fukui and T. Fujiwara, “Quantization of non-Abelian Berry phase for time reversal invariant systems”, J. Phys. Soc. Jpn. 78, 093001 (2009)
- [25] T. Fukui and T. Fujiwara, “ $Z_2$  index of Dirac operator with time reversal symmetry”, J. Phys. A42, 362003 (2009)
- [26] T. Fukui and T. Fujiwara, “Topological stability of Majorana zero-modes in superconductor-topological insulator systems”, J. Phys. Soc. Jpn. 79, 033701 (2010)
- [27] I. Maruyama, T. Hirano, Y. Hatsugai, “Topological Identification of Spin-1/2 Two-Leg Ladder with Four-Spin Ring Exchange”, Phys. Rev. B79, 115107 (2009)
- [28] I. Maruyama and Y. Hatsugai, “Quantized Berry phase of Kondo insulators”, Journal of Physics: Conference Series 150, 042116 (2009)
- [29] T. Morimoto, Y. Hatsugai, H. Aoki, “Cyclotron radiation and emission in graphene -- a possibility of Landau-level laser”, Journal of Physics: Conference Series 150, 022059 (2009)
- [30] T. Morimoto, Y. Hatsugai, H. Aoki, “Optical Hall conductivity in QHE systems”, Journal of Physics: Conference Series 150, 022060 (2009)
- [31] M. Arikawa, Y. Hatsugai, H. Aoki, “Edge states for the  $n=0$  Landau level in graphene”, Journal of Physics: Conference Series 150, 022003 (2009)
- [32] I. Maruyama and Y. Hatsugai, “Non-adiabatic effect on Laughlin’s argument of the quantum Hall effect”, Journal of Physics: Conference Series 150, 022055 (2009)
- [33] M. Arai and Y. Hatsugai, “Quantum Hall effects of graphene with multi orbitals: Topological numbers, Boltzmann conductance and Semi-classical quantization”, Phys. Rev. B79, 075429 (2009)
- [34] I. Maruyama and Y. Hatsugai, “Quantized Berry Phases of a Spin-1/2 Frustrated Two-Leg Ladder with Four-Spin Exchange”, J. Phys. Conf. Ser. 145, 012052 (2009)
- [35] T. Fukui, T. Fujiwara, Y. Hatsugai, “Topological meaning of  $Z_2$  numbers in time reversal invariant systems”, Journal of the Physical Society of Japan 77, 123705 (2008)
- [36] M. Arikawa, Y. Hatsugai, and H. Aoki, “Edge states in graphene in magnetic fields: A speciality of the edge mode embedded in the  $n=0$  Landau band”, Phys. Rev. B78, 205401 (2008)
- [37] T. Morimoto, H. Aoki and Y. Hatsugai,

“Cyclotron radiation and emission in grapheme”, Phys. Rev. B78, 073406 (2008)  
[38] T. Hirano, H. Katsura, and Y. Hatsugai, “Degeneracy and consistency condition for Berry phases: Gap closing under a local gauge twist”, Phys. Rev. B78, 054431 (2008)

[学会発表] (計 77 件)

[1] [招待講演] Y. Hatsugai, “Dirac Fermions with electron-electron interaction in Graphene”, ISIMS-2011, The Third International Symposium on Interdisciplinary Materials Science, Epochal Tsukuba, JAPAN, 2011/03/10.

[2] [招待講演] Y. Hatsugai, “More than new material”, Speaker in the session “Advances in Graphene-Based Science and Application”, 12th Japanese-American Frontiers of Science (JAFoS) Symposium (スピーカー、招待講演) Kazusa Arc, Chiba, Japan, 2010/12/04.

[3] [招待講演] Y. Hatsugai, “Topological aspects of graphene physics”, The 19th International Conference on the Application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics and Nanotechnology (HMF-19), Fukuoka International Congress Center, Fukuoka JAPAN, 2010/08/06.

[4] [招待講演] Y. Hatsugai, “Dirac fermions, Chern numbers and bulk-edge correspondence in graphene with randomness”, Localization Phenomena in Novel Phases of Condensed Matter” Abdus Salam ICTP, Trieste, Italy, 2010/05/20.

[5] [招待講演] H. Aoki, “How can we manipulate graphene physics”, UK-Japan Graphene Workshop, Lancaster, UK, 2011/2/4.

[6] [招待基調講演] Y. Hatsugai, “Berry connections and Dirac dispersion”, Quantum Gauge Theories and Ultracold Atoms, Sant Benet, Spain, 2009/9/2.

[7] [招待講演] Y. Hatsugai, “Bulk-Edge correspondence and fractionalization”, Workshop on Quantum Spin Hall Effect and Topological Insulators, Kavli Institute for Theoretical Physics, Univ. of California Santa Barbara, U.S.A.

2008/12/10.

[8] [招待講演] Y. Hatsugai, “Berry Phases with/without Time Reversal Invariance”, Quantum Phases and Excitations in Quantum Hall Systems, Max Planck institute for the Physics of Complex Systems, Dresden, Germany, 2008/6/19.

[9] [招待講演] Y. Hatsugai, “Berry Phases with/without Time Reversal Invariance”, Topological Aspects of Solid State Physics, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, 2008/6/26.

[10] [招待講演] Y. Hatsugai, “Characteristic edge states of quantum Hall effects in graphene: Dirac fermions and quantum liquids”, Quantum Phases and Excitations in Quantum Hall Systems, Max Planck institute for the Physics of Complex Systems, Dresden, Germany, 2008/6/19.

[図書] (計 2 件)

[1] 初貝 安弘 (共著), NTS 出版 「トポロジーデザインング: 新しい幾何学から始める物質・材料設計」 83-94, (2009)

[2] 初貝 安弘 (共著), シーエムシー出版, グラフェンの機能と応用展望, 33-45 (2009)

[その他]

ホームページ等

[1] <http://rhodia.ph.tsukuba.ac.jp/~hatsugai/>

[2] [http://jpsj.ipap.jp/news/jpsj-nc\\_74.html](http://jpsj.ipap.jp/news/jpsj-nc_74.html), Y. Hatsugai: JPSJ Online-News and Comments [September 10, 2010]

“Scattering of Dirac fermions with Doubling”

[3] <http://physics.aps.org/synopsis-for/10.1103/PhysRevLett.103.156804>  
APS Synopses, “The rule of disorder”

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

初貝 安弘 (HATSUGAI YASUHIRO)  
筑波大学・大学院数理物質科学研究科・教授  
研究者番号：80218495

### (2) 研究分担者

青木 秀夫 (AOKI HIDEO)  
東京大学・大学院理学系研究科・教授  
研究者番号：50114351

福井 隆裕 (FUKUI TAKAHIRO)  
茨城大学・理学部・教授  
研究者番号：10322009

### (3) 連携研究者

丸山 勲 (MARUYAMA ISAO)  
大阪大学・基礎工学部・助教  
研究者番号：20422339

岡 隆史 (OKA TAKASHI)  
東京大学・大学院理学系研究科・助教  
研究者番号：50421847

有川 晃弘 (ARIKAWA MITSUHIRO)  
東北大学・学際科学国際高等研究センター・  
研究員  
研究者番号：60402814