

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008年度～2010年度

課題番号：20500803

研究課題名(和文) エデュテインメント性を有する数学教材用の折り紙及び幾何学モデルの開発に関する研究

研究課題名(英文) Research on development in origami and geometric models for teaching materials with edutainment

研究代表者

杉山 文子 (SUGIYAMA FUMIKO)

京都大学・大学院工学研究科・助教

研究者番号：80162907

研究成果の概要(和文)：近年、算数・数学を敬遠する子供が増えている。この数学離れの問題を解決する手段として折紙を用いて、エデュテインメント性に富む教材の開発を行った。報告者らは数理に基づく工学用の折り紙モデルや動植物の形態を模した折り紙モデルを数多く開発してきたが、本研究ではこれらの研究で定式化した折りたたまの基礎理論とこれに基づき設計された膨大なモデルを基に、エデュテインメント性に富む折り紙教材を開発し、数学教材用のモデルを系統的に構築した。

研究成果の概要(英文)： Children who dislike mathematics increase recently. We developed teaching materials with edutainment using origami to settle this problem. We have developed many origami models for engineering based on mathematical principles and imitating some organic patterns. In this research we developed teaching materials with edutainment by origami and constructed mathematical teaching materials systematically.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2009年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学

キーワード：カリキュラム、教授法開発、折り紙、幾何学モデル、エデュテインメント性

## 1. 研究開始当初の背景

近年、算数、数学や理科を敬遠する小中学生が多くなっていると度々指摘されている。国際化により、論理的な考究と論述が益々必要になった現在、この数学ばなれの問題を解決する手立てを考えることは目下の急務の一つであるように思われる。東京学芸大学の教育実践研究推進プロジェクトチームが「数学ばなれの状況の把握と分析」と「カリキュ

ラムを特に意識せずに数学を楽しむことに主眼を置おいて、効果的なカリキュラムや教材の開発」等の検討を行い、その報告書を公開している。その中で、「折り紙」が有力な候補として取り上げられ、「折り紙のように身近にある昔からの遊びのなかに、数学ばなれを克服するカリキュラムを開発するヒントがある」との考えを得たとし、「算数、数

学に楽しみを感じさせる教材の開発が不可欠である」や「数学教育は与える側のやり方によって、受ける側には苦痛にもなるし、また至上の喜びにもなるということの自覚が肝要」等とまとめている。

報告者らは数理に基づく工学用の折り紙モデルや動植物の形態を模擬した折り紙モデルを数多く開発した。そこで、これらのモデルを教育用に改良して体験型の教材として教育現場に提供すれば、数学離れの問題を解決する教材として受け入れらるゝと考えた。

## 2. 研究の目的

報告者らは我国の伝統文化の一つである折り紙手法を数理的に洗練することにより、折りたたみによる機能や構造強化特性、これらを融合させた新しい構造や製品モデルを数多く提案してきた。これらの研究で定式化した折りたたみの基礎理論とこれに基づき設計された膨大なモデルの蓄積を基本に、エデュテインメント性に富む折り紙教材を開発するとともに、2007年来作製してきた幾何学モデルを教育用に改良して数学教材用のモデルを系統的に構築し、これらのモデルを生徒が自作できる面白くて驚きを与えられるような教育用モデルとして具体的かつ系統的に提示すれば、小学高学年から大学生までの広い年齢層の教育に柔軟に対応できる魅力ある教材あるいは副教材を提供することができる。また、これらのモデルが先端科学とどのような関連を持つのかを一連の折り紙モデルで体系的に関連づけることで、数学や幾何学の知見が先端科学の基礎として不可欠であることを示すことも本研究の大きな目的の一つである。

## 3. 研究の方法

(1)小、中学生を対象とした算数・数学教材用の折り紙および幾何学モデルの開発

小、中学校の授業で習う図形に関する重要な定理や知見を簡単に理解あるいは証明できる折り紙モデルと幾何学モデルを系統的に構築する。

(2)図形に興味を持つ小、中学生や高校生を対象としたより高度な折り紙および幾何学モデルの開発

高校で学習する幾何定理を用いて作製できる折り紙モデルを提示する。例えば、円筒、円錐殻などの軸方向への折りたたみモデルがある。これらを設計するには折りたたみの条件が新たに

必要であるが、その原理は中高生でも理解でき、面白い伸縮構造が自由に設計できるため、彼らの知的好奇心を啓発できる発展形の折紙モデルになる。また、空間認識を養う多面体の幾何に関する教材を開発する。一例として、図1に示す幾何学的考察で処方された凹凸のシートを考える。凸面は屋根型の形状である。貼り付けシートを凸面が表になるように折ると正12面体になり、裏に折ると立方体になる。このようなことは菱形12面体⇔立方体、正12面体⇔正20面体の相互変換など種々モデルで可能である。発展形として図2に示すように1枚のシートから菱形12面体による空間充填体も作成できる。このような凹凸のあるシートを開発すると幾何学モデルが極めて容易に作成できる。

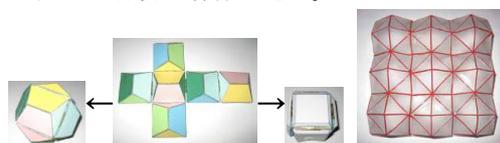


図1 正12面体⇔立方体

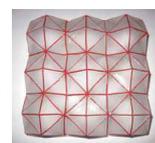


図2 菱形12面体による空間充填体

(3)3角関数などを履修済みの学生を対象とした発展型の折り紙、幾何学モデルの開発

ひまわりの種子の配列は黄金比に関連するフィボナチ数比に基づく等角螺旋モデル、朝顔の蕾の巻き取りは変形型のアルキメデス螺旋モデルで表される。これらの折紙モデルから代表的な2種の螺旋を知るとともに、生物の構造、進化を考える手がかりが得られると思われる。このように生物との関連を考慮した折紙モデルを提案する。

平面充填形を別の充填形に変換するモデル、空間充填形を1枚のシートから作製するモデルなど、従来教科書では見られなかったモデルを開発する。また、正多面体の変換モデル、黄金の菱形からできる最先端の非周期的モデルなどの開発を行う。

(4) (1)~(3)に示したモデルを教育現場や家庭教育現場で浸透させるための活動を行う。

## 4. 研究成果

(1)小、中学生を対象とした算数・数学教材用の折り紙および幾何学モデルの開発

4 辺形についての良く知られたデュードニー分割を3角形に応用すると図3(a)に示すように、分割された多角形の頂点を回転自由でリンクした3角形の内角の和が180度のモデルを作製した。また、この分割手法に工夫を加え、ピタゴラスの

定理にゲーム性を持たせた数理モデルを作製した(図 3(b))。

(a)



(b)

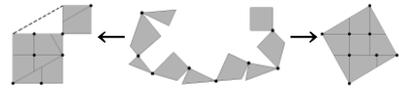


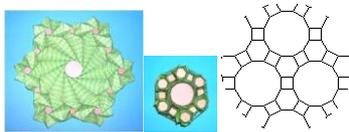
図 3 (a) デュドニー分割を 3 角形に応用 (b) ピタゴラスの定理にゲーム性を持たせた数理モデル

上述の基礎的なモデルに加え、アルキメデスの螺旋、等角螺旋に基づいて定式化した角度の関係式を満たすような角度を自由に選択することで花、ブーケ、などを折るモデルを提示した。これらのモデルは螺旋形および正多角形の平面充填形に関連する知見を与える。また、折りたたみ形の帽子、フラワーポット、あるいは形状の可変な動植物や昆虫の羽の折紙モデルなど子供が喜ぶモデルを開発した。図 4 に例を示す。

{6,3}



[4,6,12]



[3,12,12]

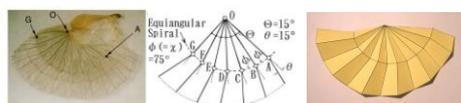
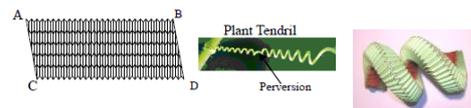
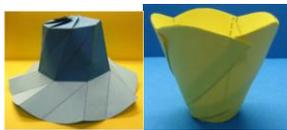
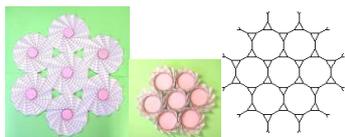


図 4 アルキメデスの螺旋、等角螺旋を用いた折紙モデル

(2)図形に興味を持つ小、中学生や高校生を対象としたより高度な折り紙および幾何学モデルの開発

高校で学習する幾何定理を応用した円筒および円錐の軸方向への折りたたみモデルを図 5 に示す。(d)は DNA の 2 重らせんを模したモデルであり、生物学と関連付けて知的好奇心を啓発できるモデルになっている。

図 6 に幾何学的考察で処方された凹凸のシートを示す。これらは、菱形 12 面体⇔立方体、正 12 面体⇔正 20 面体の相互変換など空間認識を養う多面体の幾何に関する教材として有用である。発展形として図 7 に示すように(a)のような凹凸のある 1 枚のシートから(b),(c),(d)の示すような菱形 12 面体による空間充填体も作成できる。

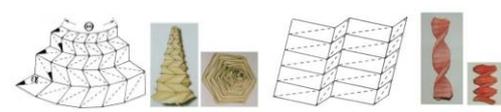
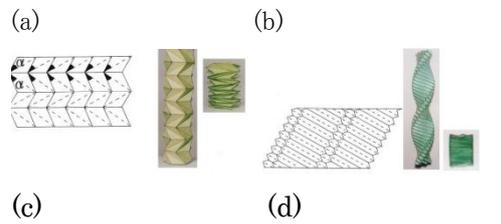


図 5 円筒および円錐の軸方向への折り畳みモデル

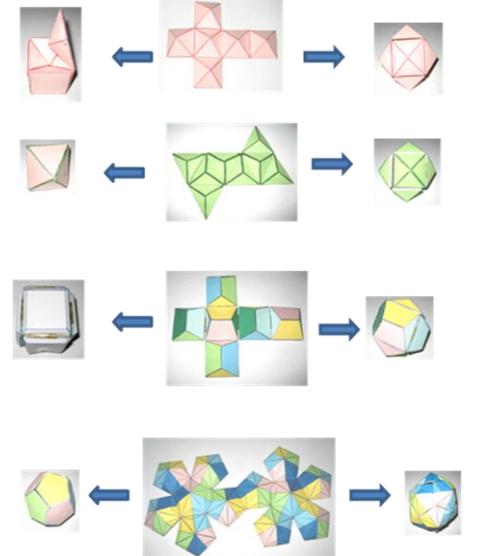


図 6 凹凸シートによる多面体間の変換

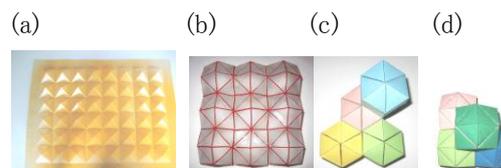


図 7 凹凸シートによる空間充填体

(3) 3角関数などを履修済みの学生を対象とした発展型の折紙、幾何学モデルの開発

図8に、図9に朝顔の蕾の巻き取りモデルを示す。前者は黄金比に関連するフィボナチ数比に基づく等角螺旋モデル、後者は変形型のアルキメデス螺旋で表されている。これらの折紙モデルから上述の代表的な2種の螺旋を知るとともに、生物の構造、進化を考える手がかりを見る。このような折り紙の例は、図10～図12に示す、角、貝、昆虫の翅、などがあり、これらは形の可変なモデルでもある。図13は(a)の相似形の立体要素(ノーモン)の上下面を回転ヒンジでつないで作られるもので、ねじることで図13(b)や図13(c)の形状になる自己相似形のモデルであり、生物の成長と関連して教授できるモデルである。

図14には正多角形の平面充填形をリンク機構を用いて別の充填形に変換するモデルを、図15には切り込みや切抜きを入れた一枚のシートから製作できる捩れ多面体などの3次元構造体を示す。図16(a)は非周期的な空間充填構造体で、これは(b)星型菱形多面体、(c)菱形30面体、(d)菱形20面体などの組み合わせで中心から構成されている。これら(b)～(d)の多面体は全て、黄金の菱形からできており、ここにも黄金比の不思議が現れる。構成要素の配置を変えることによって視覚的にも美しい様々の非周期的な空間充填構造体ができる可能性をもつ。これは幾何学における先端研究の一部でもある。

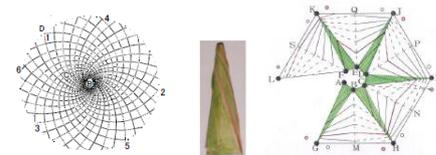


図8 ひまわりの種子の配列モデル

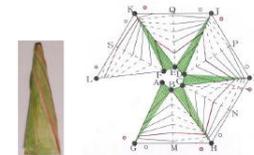


図9 朝顔の蕾の巻き取りモデル



図10 角の折紙モデル

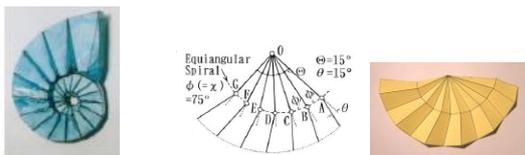


図11 貝の折紙モデル

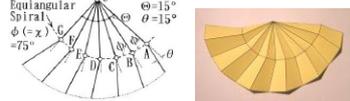


図12 昆虫の翅の折紙モデル

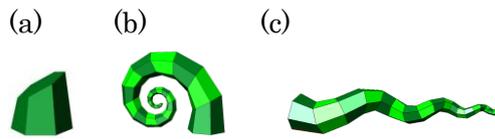


図13 ノーモン

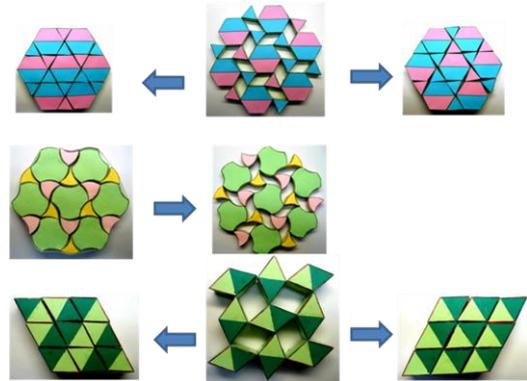


図14 正多角形の平面充填形の変換

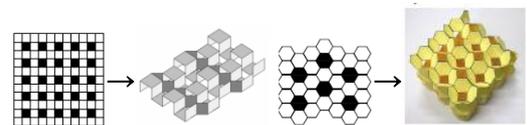


図15 3次元構造体

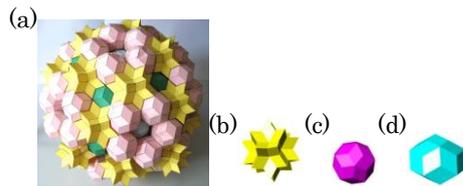


図16 非周期的空間充填構造体

(4)教育現場や家庭教育現場でのモデルの採用の浸透の推進

教育現場、家庭教育現場で広める活動として、以下に示す活動を行った。

2008年：石井式国語教育研究所より依頼を受けて、幼稚園児、保護者、先生を対象に講演会および実技を行い、200人ほどが集まった。幼稚園児には少し難しかったようであるが、保護者、先生には大いに評価された(図17)。また、新潟県の自然科学館で春休みのイベントとして折紙と工学をメインテーマとする展示会を開催した。期間中2万7千人を超える来場者があった。巨大円形膜の巻き取りや折り畳み円筒の進展収縮に興味を示す子供が多く、魅力ある教材として広めていくのに十分な手ごたえを得た(図18)。さらに、数学教育学会でソーラーセールや宇宙構造物に利用できる巨大円形膜の折り畳みや朝顔の折り畳みに関する講演をしたところ、中学校、高等学校の先生や大学の教育学部の先

生から、大いに期待できる題材だ、作り方をぜひ教えてほしいという声が寄せられた。

2009年：夏休みを利用して、岐阜県のサイエンスワールドで、折紙講習会を開催した。小学校高学年から中学生までを対象に定員20名としたが、申し込み多数で、50名までで締め切って講習会を開催した。講習会後も個人的に折り方や、応用について聞きに来る子供があり、魅力ある教材であると確信した(図19)。また、秋には2008年と同様、石井式国語教育研究所より依頼があり、幼稚園で講習会を行った。幼稚園児にはまだ早いかもしれないが、早期教育を取り入れている幼稚園でもあり、園長からはいつもとは違う折紙体験が子供達の興味を引き、今は、やっていることの意味がわからなくても、必ず後々役に立つという意見が得られた。また、数学教育学会での発表の際には、教育現場の先生から授業に取り入れてみたいという意見が寄せられ、面白みのある教材としての価値が十分であると確信した(図20)。

産経新聞にも取り上げられ、折紙教育の有効性が認められた。

2010年：主として数学教育学会で発表を行った。エデュテインメント性を有する教材として教育現場で使用できるという手ごたえが十分感じられ、実際に授業に使用したい、もっと広く知らせるべきだ、との意見が聞かれた。

理数系離れを防ぐ対策のひとつとして体験型の教育が求められている。本研究は、まさしく体験型の教育であり、しかも、楽しみながら学べる教材である。広く普及すれば、必ず理数系離れを防ぎ、創造力のある子供達を育てることができると確信できた。



図17 幼稚園での折紙講習会



図18 新潟県自然科学館での展示会



図19 岐阜県サイエンスワールドでの講習会



図20 幼稚園での折紙講習会

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計3件)

- ①野島武敏・杉山文子、折紙の工学化とその課題、シミュレーション、査読無、29巻、2010、4-11
- ②杉山文子・野島武敏、正多角形要素からなる平面充填型膜の螺旋状折線を用いた収納モデル、数学教育学会誌、査読有、51巻、2010、25-38
- ③杉山文子・野島武敏、エデュテインメント性を有する教育用数理折紙モデルの提案—アルキメデス螺旋状折線を用いた膜の巻き取り収納モデル—、数学教育学会誌、査読有、50巻、2009、15-25

[学会発表](計20件)

- ①杉山文子、円錐殻に貫通穴をあける折紙モデル、応用数理学会 2011年研究部会連合発表会、2011年3月7日、電気通信大学
- ②杉山文子、フラレン構造を模した3次元構造物の折畳み、2010年度数学教育学会秋季例会、2010年9月24日、名古屋大学東山キャンパス
- ③杉山文子、多面体型膜構造の収納モデル、日本機械学会 Dynamic & design conference 2010、2010年9月17日、同志社大学京田辺キャンパス
- ③野島武敏、折紙の数理化・工学化(特別講演)、日本機械学会 Dynamic & design conference 2010、2010年9月16日、同志社大学京田辺キャンパス
- ④杉山文子、曲線折り紙の造形について、日本応用数理学会 2010年度年会、2010年9月8日、明治大学駿河台キャンパス
- ⑤野島武敏、折紙の数理化とその学術的応用、

日本機械学会 2010 年度年次大会、2010 年 9 月 7 日、名古屋工業大学

⑥杉山文子、アルキメデスの螺旋状折線を用いた平面膜の巻取り法、日本機械学会 2010 年度年次大会、2010 年 9 月 6 日、名古屋工業大学

⑦杉山文子、等角螺旋状折線による平面膜の巻取り、2010 年度数学教育学会春季年会、2010 年 3 月 25 日、慶應義塾大学 矢上キャンパス

⑧野島武敏、塑性座屈と折り紙モデル、応用数理学会 2010 年研究部会連合発表会、2010 年 3 月 9 日、筑波大学

⑨杉山文子、等角螺旋状折線による巻取り収納法、応用数理学会 2010 年研究部会連合発表会、2010 年 3 月 9 日、筑波大学

⑩野島武敏、杉山文子、黄金角・黄金比と 2 次元・3 次元構造及び関連する折紙構造について、日本応用数理学会 2009 年度年会、2009 年 9 月 29 日、大阪大学豊中キャンパス

⑪杉山文子、野島武敏、正多角形の平面充填形で分割した平面紙の巻取りとその折紙モデル、日本応用数理学会 2009 年度年会、2009 年 9 月 29 日、大阪大学豊中キャンパス

⑫杉山文子、野島武敏、エデュテインメント性を有する教育用数理折紙モデルの提案-2(平面膜の異形ハブへの巻取り収納法)、数学教育学会秋季例会、2009 年 9 月 25 日、大阪大学豊中キャンパス

⑬野島武敏、杉山文子、白銀比・黄金比と折紙構造、日本機械学会 Dynamic & design conference 2009、2009 年 8 月 4 日、北海道大学

⑭杉山文子、野島武敏、平面膜の異形ハブへの巻取り収納法、日本機械学会 Dynamic & design conference 2009、2009 年 8 月 4 日、北海道大学

⑮杉山文子、エデュテインメント性を有する教育用数理折紙モデルの提案、数学教育学会、2009 年 3 月 27 日、東京大学・駒場キャンパス

⑯野島武敏、黄金角・黄金比と折り紙、日本応用数理学会春季大会、2009 年 3 月 7 日、京都大学

⑰杉山文子、周期的凹凸を設けたシートを用いた 3 次元構造折紙モデル及び教育用数理モデルの開発、日本機械学会分科会、2008 年 11 月 18 日、東京工業大学

⑱野島武敏、円形膜の巻取り収納法とその応用(教育用エデュテインメントモデルの製作)、日本応用数理学会 2008 年度年会、2008 年 9 月 17 日、東京大学・柏キャンパス

⑲杉山文子、周期的凹凸板を用いた 3 次元構造折紙モデルの開発、日本機械学会 Dynamic & Design Conference 2008、2008 年 9 月 3 日、慶應義塾大学・日吉キャンパス

⑳野島武敏、変形型アルキメデス螺旋状折線を用いた薄い円形膜の巻取り収納法の一般化、日本機械学会 Dynamic & Design Conference 2008、2008 年 9 月 3 日、慶應義塾大学・日吉キャンパス

[その他]

産経新聞2009年7月27日「オピニオン」欄に「園児に理数脳の基礎を」(文責：塩原経史)として掲載

## 6. 研究組織

### (1)研究代表者

杉山 文子 (SUGIYAMA FUMIKO)  
京都大学・大学院工学研究科・助教  
研究者番号：80162907

### (2)研究分担者

野島 武敏 (NOJIMA TAKETOSHI)  
東京工業大学・イノベーション研究推進体・特任教授  
研究者番号：40026258

### (3)連携研究者

なし