

## 自己評価報告書

平成 23 年 4 月 7 日現在

機関番号：34310

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2012

課題番号：20530165

研究課題名（和文）社会的選択理論と理論経済学の数学的構造についての研究

研究課題名（英文）Study of the mathematical structure of social choice theory and economic theory

## 研究代表者

田中 靖人（TANAKA YASUHITO）

同志社大学・経済学部・教授

研究者番号：10188344

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：ミクロ経済学，社会的選択理論

## 1. 研究計画の概要

社会的選択理論は人間の集団における意思決定のルールについて研究する学問分野であり，通常は人口が有限であるような社会における問題を扱うが無限の人々が存在する場合についての研究も多くなされており，人口が有限な場合とは異なる結論が得られている。本研究ではこれまで数年にわたって続けてきた，代数トポロジーを用いた社会的選択理論の数学的構造に関する研究や無限人口社会における社会的選択ルールの計算可能性および競争経済の一般均衡の計算可能性の問題についての研究などを基礎として，社会的選択理論やゲーム理論（ナッシュ均衡やコアの存在），一般均衡理論などの数理的性質を数理論理学，計算可能解析学，構成的数学，および圏論，トポス理論などを用いて深く調べる研究を進めて行く。

## 2. 研究の進捗状況

(1) 無限人口社会におけるさまざまな社会的選択ルールの決定不可能性，すなわち有限人口ならば独裁者が存在するかどうかを決定できるのに対して，同じ社会的選択ルールについて無限人口社会においては決定が不可能であることと，構成的数学(constructive mathematics)における limited principle of omniscience(LPO)との関係，および計算論における停止問題(halting problem)との関係について研究し，査読のあるジャーナルにいくつかの論文を発表した。

(2) 一般均衡理論，特に競争経済における均衡の存在とブラウワーの不動点定理との同値性に関する宇沢の定理が，構成的には必ず

しも成り立たないということについて，カントールのいわゆる対角線論法を使った議論，および構成的数学における lesser limited principle of omniscience(LLPO)との関係について研究し，査読のあるジャーナルにいくつかの論文を発表した。

(3) ブラウワーの不動点定理，角谷の不動点定理，シャウダー，ティホノフ，ファン・グリックスバーグの不動点定理などは構成的数学の観点からは厳密には成り立たない。すなわち具体的に不動点を見つけるアルゴリズムは存在しない。しかし，近似的には構成的に成り立つ。上記各定理の近似バージョンについての構成的証明を提示するとともに，一般均衡理論（競争均衡の存在証明）やゲーム理論（ナッシュ均衡，およびNTUゲームにおけるコアの存在証明）への応用について，いくつかの論文が査読のあるジャーナルに掲載予定となっている。

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

（理由）研究成果を査読のあるジャーナルに発表することができている。

## 4. 今後の研究の推進方策

各不動点定理の近似バージョンではなく，関数がある種の条件（局所的に一定ではないという趣旨の条件）を満たす時に，厳密な不動点定理が構成的に証明可能であるということについての研究と，その結果の理論経済学やゲーム理論への応用研究を進めて行く。

5. 代表的な研究成果  
〔雑誌論文〕(計 12 件)

- ① Yasuhito Tanaka, "Equivalence between the existence of an approximate equilibrium in a competitive economy and Sperner's lemma: A constructive analysis", ISRN Applied Mathematics, 掲載予定, Hindawi Publishing Corporation. 査読あり
- ② Yasuhito Tanaka, "A proof of the existence of approximate core in NTU game directly by Sperner's lemma: A constructive analysis", Mathematics Applied in Science and Technology, 掲載予定, Research India Publications. 査読あり
- ③ Yasuhito Tanaka and Atsuhiko Satoh, "A constructive analysis of convex-valued demand correspondence for weakly uniformly rotund and monotonic preference", with Atsuhiko Satoh, Advances in Decision Sciences, 掲載予定, Hindawi Publishing Corporation. 査読あり
- ④ Yasuhito Tanaka, Yasuhito Tanaka, "A proof of the existence of approximate Nash equilibrium in strategic game with multi-valued optimal responses directly by Sperner's lemma: A constructive analysis", International Journal of Mathematics, Game Theory and Algebra, 掲載予定, Nova Science Publishers. 査読あり
- ⑤ Yasuhito Tanaka, "On constructive versions of Tychonoff's and Schauder's fixed point theorems", Applied Mathematics E-Notes, 掲載予定, 国立清華大学(台湾)(National Tsing Hua University). 査読あり
- ⑥ Yasuhito Tanaka, "On the computability of quasi-transitive binary social choice rules in an infinite society and the halting problem", Decisions in Economics and Finance (the official publication of the Association for Mathematics Applied to Social and Economic Sciences), Vol. 32, pp. 67-78, 2009, Springer. 査読あり
- ⑦ Yasuhito Tanaka, "On the Equivalence of the Arrow Impossibility Theorem and the Brouwer Fixed Point Theorem when Individual Preferences are Weak Orders", Journal of Mathematical Economics, Vol. 45, pp. 241-249, 2009, Elsevier. 査読あり
- ⑧ Yasuhito Tanaka, "Undecidability of Uzawa equivalence theorem and Cantor's diagonal arguments", Applied Mathematics E-Notes, Vol. 9, pp. 1-9, 2009, 国立清華大学(台湾)(National Tsing Hua University). 査読あり
- ⑨ Yasuhito Tanaka, "Undecidability of the existence of dictator for strongly candidate stable voting procedures in an infinite society and Cantor's diagonal argument", Computational & Applied Mathematics, Vol. 27, No. 3, pp. 251-268, 2008, SBMAC(Brazil). 査読あり
- ⑩ Yasuhito Tanaka, "Undecidability of Uzawa equivalence theorem and LLPO (Lesser limited principle of omniscience)", Applied Mathematics and Computation, Vol. 201, No. 1, pp. 378-383, 2008, Elsevier. 査読あり
- ⑪ Yasuhito Tanaka, "On the computability of binary social choice rules in an infinite society and the halting problem", Applied Mathematics and Computation, Vol. 197, No. 2, pp. 598-603, 2008, Elsevier. 査読あり
- ⑫ Yasuhito Tanaka, "The Arrow impossibility theorem of social choice theory in an infinite society and Limited principle of omniscience", Applied Mathematics E-Notes, Vol. 8, pp. 82-88, 2008, 国立清華大学(台湾)(National Tsing Hua University). 査読あり