様式 C-7-2

自己評価報告書

平成２３年５月 10 日現在

機関番号：３２６５７
研究種目：基盤研究（C）
研究期間：2008～2012
課題番号：20540025
研究課題名（和文）　数論多様体の数論コホモロジーによる研究

研究課題名（英文）　Study on arithmetic geometry by arithmetic cohomology

研究代表者
中島　幸喜（NAKAJIMA YUKIYOSHI）
東京電機大学・工学部・教授
研究者番号：80287440

研究分野：数学
科研費の分科・細目：代数学
キーワード：数論幾何、コホモロジー、収束トポス、p 進純粋性、半安定型多様体、p 進重み複体、p 進重み系列

１．研究計画の概要
(1) 対数収束トポスの基礎理論の構築、対数収束トポスにおけるp進純粋性とその応用を志甫淳教授(東京大学)と共同研究する。このp進純粋性を得た後、対数収束重みフィルトレーションに関する様々な性質を証明する。
(2) 基礎対数スキームの拡大と分岐を許した系列上の分裂単体的半安定型多様体の族に対して、アーベル層がその底空間上の有限型平坦アーベル層から来る場合にp進重み系列の構成とその基本性質を解明する。

２．研究の進捗状況
(1) 志甫淳教授との共同研究で対数的収束トポスにおけるp進純粋性を示した。このp進純粋性に基づき、対数的収束重みフィルトレーションの関手性、対数的収束p進重み系列の構成、重みつき対数的収束コホモロジーと重みつき対数的クリスタルコホモロジーの比較定理を通して、対数的収束コホモロジーに対しての重み付き底変換、重み付きキュネス公式を示した。また、対数的収束p進重み系列のE2退化を、既に示していたクリスタル的p進重み系列のE2退化に帰着することによって、証明した。
(2) 基礎対数スキームの拡大と分岐を許した系列上の分裂単体的半安定型多様体の族に対して、層係数が自明なときに、p 進重み系列に関する基礎理論を構築した。すなわち、p 進重み複体の構成、p 進重み複体のプルバックに関する関手性、p 進重み系列の構成、p 進重み系列の E2 退化等を示した。また、基礎対数スキームの底空間が正標数完全体上のスペクトラムのときには、いわゆる de Rham-Witt 理論を使うことによって、別の p 進重み系列の基礎理論があるが、それと研究代表者の構成した p 進重み系列が標準的に同型であることも示した。応用として、混標数完備離散付値環上の固有スキームの無限小コホモロジーの重みに収束する重み系列を作り、それから誘導される重みフィルトレーションの定義の無矛盾性を示した。この結果は、以前に研究代表者が示した正標数の完全体上の有限分離型のスキームの剛性コホモロジーの重みフィルトレーションの構成の混標数版である。

３．現在までの達成度
(1)　②おおむね順調に進展している。
（理由）研究計画の概要通りに研究が既に遂行され、研究代表者の書くべき論文の部分はすべて終えられ、志甫淳教授の推敲を待っている状況である。その後、論文を雑誌に投稿し、(1)の共同研究を終える見込みである。
(2)　①当初の計画以上に進展している。
（理由）当初研究目的では、基礎対数スキームを一つ固定していたものを考えていたが、考察の範囲を広げ、基礎対数スキームの拡大と分岐を許した系列上の分裂単体的半安定型多様体の族に対しても理論が作れた。

４．今後の研究の推進方策
(1) 2.(1)については既に完了しているので述べる必要はない。
(2) 2.(2)は層係数が自明なときは既に完了しているので、一般の層係数の場合において適切な問題設定、適切な一般化に力を注ぐべきである。具体的には層係数に対する p 進 Steenbrink 複体の構成、層係数に対する p

進 Steenbrink 重み系列の構成、層係数に対する p 進 Steenbrink 重み複体の引き戻しに関する関手性、層係数に対する p 進 Steenbrink 重み複体の底変換などが示すべき項目である。22 年度まではかなり技術的で複雑な手法を使っていたが、23 年度は Ogus 教授（UCLA）の示唆である埋め込み系の完全化を使ってより簡明な手法を使う。基礎対数スキームの底空間が一般の場合は de Rham 複体が主要な複体であるが、基礎対数スキームの底空間が正標数完全体上のスペクトラムのときには、いわゆる de Rham-Witt 複体を用いても層係数に対する p 進 Steenbrink 複体を作ることが可能であると思われる。つまり、Mokrane 教授(北パリ大)と研究代表者が作った p 進重み系列を層係数の場合に一般化すべきである。それには、層係数の場合に p 進 Steenbrink 重み 2 重複体を作る必要がある。そのために、基礎スキームの対数構造が自明な微分形式に値をとる接続を作る必要がある。p 進 Steenbrink 重み 2 重複体の重みに単項化を取って、層係数の場合の p 進 Steenbrink 重み複体が得られる。この複体の対数極による階層化を取ることによって、重み系列を作ることができる。次に、層係数 de Rham-Witt 複体で作る層係数 p 進 Steenbrink 重み複体とクリスタルで作る層係数 p 進 Steenbrink 重み複体を比較すべきである。まず、クリスタルで作る層係数 p 進 Steenbrink 重み複体から層係数 de Rham-Witt 複体で作る層係数 p 進 Steenbrink 重み複体へ射を作る。それには、多様体の開被覆と埋め込み系の完全化を使って、クリスタルで作る p 進 Steenbrink 重み複体と de Rham-Witt 複体で作る p 進 Steenbrink 重み複体の明示公式を作る必要がある。明示公式を使うと具体的に射ができて、２つの複体で作る p 進 Steenbrink 重み複体が同型であることは局所的問題になり、結局は層係数が自明な場合に帰着され、同型であることが証明できるだろう。

５．　代表的な研究成果
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔学会発表〕（計２件）
(1) 中島幸喜、Comparison theorem between truncated split cosimplicial weight-filtered crystalline complexes and log de Rham-Witt complexes、p-adic method and its applications in arithmetic geometry at Sendai、2008年11月6日、東北大学
(2) 中島幸喜、Weight filtrations on log crystalline cohomologies of families of split truncated semistable varieties、Mathematique du CNRS、2010年6月24日、ボルドー大学

〔図書〕（計１件）
(1) 中島幸喜、志甫淳、Springer-Verlag、Weight filtrations on log crystalline cohomologies of families of open smooth varieties、2008 年、282 ページ(最初のページ：1 ページ、最後のページ: 282:ページ)、査読有