

機関番号：24601

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008 ~ 2010

課題番号：20540048

研究課題名 (和文) 射影代数多様体の上の自己準同型写像の研究

研究課題名 (英文) study of endomorphisms of projective algebraic varieties

研究代表者

藤本 圭男 (FUJIMOTO YOSHIO)

奈良県立医科大学・医学科・教授

研究者番号：90192731

研究成果の概要 (和文)：小平次元が負の3次元射影代数多様体  $X$  で非自明な étale 自己準同型写像を持つクラスの構造を研究した。端射線の収縮写像が双有理写像の場合は、自己準同型写像の反復合成で保存されないという難点が生ずる。しかし、自己準同型写像を自己同型写像との合成で取り替えると、殆んどの場合に極小モデルプログラムは自己準同型写像のカテゴリ一内で機能することが判明した。多様体  $X$  の候補の絞込みにはほぼ成功した。

研究成果の概要 (英文)： We have studied the structure of smooth projective 3-fold  $X$  with negative Kodaira dimension admitting non-isomorphic étale endomorphisms. The trouble is that there may exist  $K_X$ -negative extremal rays which are not preserved by any power of  $f$ . However, by replacing  $f$  by a composite with a suitable automorphism of  $X$ , minimal model programs work in the category of étale endomorphisms in many cases. We have classified the candidate of such a variety  $X$ .

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	0	0	0
年度			
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：数学

科研費の分科・細目：代数学

キーワード：代数学・幾何学・代数幾何学・複素多様体論・自己準同型写像

## 1. 研究開始当初の背景

射影代数多様体  $X$  から自身への全射正則写像は有限射であり、更に  $X$  の小平次元が非負のときには不分岐である。私は、小平次元が非負の 3 次元非特異射影代数多様体で自身への同型でない全射正則写像（非自明な自己準同型写像と呼ぶ）をもつものの構造を完全に決定した。（数理研・中山昇氏との共同研究である。）

## 2. 研究の目的

本研究の目的は同型でない自己準同型写像を数多く持つ射影代数多様体の構造を代数多様体の分類論の視点から解明することである。我々の研究対象は複素力学系のように写像でなく、多様体の構造そのものである。それは、アーベル多様体やトーリック多様体を含むクラスであり、非常に簡明な構造を持つと予期される。

## 3. 研究の方法

毎週、京大・数理研に出張して中山昇氏とセミナーを開き、自己準同型写像について詳細な議論を重ねた。他方、国内の代数幾何の研究集会にも参加し、資料収集等を行なった。

## 4. 研究成果

(1) 非自明な自己準同型写像を持つ非特異射影代数多様体の分類は 2 次元（このときは、コンパクト複素解析曲面の範疇でも成り立つ）及び、3 次元で小平次元が非負の場合には完成できた。これは、中山昇氏との一連の共同研究によるものであり、サーヴェイ論文②において分類の方針を概説した。

(2) 非自明な自己準同型写像を持つ高次元代数多様体の分類には、自己準同型写像により保存されるデータを見出すことが不可欠である。私は中山昇氏（数理研）との共同研究で次の定理を証明し、論文①で発表した。

**定理：**  $R$  を非自明な自己準同型写像  $f: X \rightarrow X$  を持つ射影代数多様体  $X$  上の  $K_X$ -負な端射線で、収縮写像が双有理でない（即ち、 $X$  より次元の低い多様体の上の森-Fano ファイバー空間の構造を持つ）と仮定する。このとき、 $R$  は  $f$  の適当な反復合成により保存される。

(2) 小平次元が負の 3 次元射影代数多様体  $X$  で非自明なエタール自己準同型写

像を持つクラスの研究を継続した。難点は端射線の収縮写像が双有理写像ならば、端射線が写像の反復合成で保存されず、極小モデルプログラムが自己準同型写像の範疇で機能しないことである。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

① Termination of extremal rays of fibration type for the iteration of Surjective endomorphisms (By Yoshio Fujimoto and Noboru Nakayama), Appendix to D.-Q. Zhang's paper), Compositio Math. 146 (2010), 164-168.

(査読有り)

Complex projective manifolds which admit non-isomorphic surjective Endomorphisms (By Yoshio Fujimoto and Noboru Nakayama), RIMS Kokyuroku Bessatsu, B9(2008), 51-79. (査読有り)

( $\mathbf{R}$ を非自明な自己準同型写像  $f: X \rightarrow X$ を持つ射影代数多様体  $X$ 上の端射線で、収縮写像が双有理でない(即ち、 $X$ より次元の低い多様体の上の森ファイバー空間の構造を持つ)と仮定する。

このとき、 $\mathbf{R}$ は  $f$ の適当な反復合成の下で保存されることは中山昇氏(数理研)との共著論文①で示していた。

そこで極小モデルプログラムを非同型な不分岐被覆の無限降下列を持つ代数多様体多様体の範疇で機能させ、その構造を大雑把に解析した上で、個別に個々の多様体  $X$ の構造を調べるという方法を採用した。この結果、ほとんどの場合に極小モデル理論は自己同型写像との合成の下で、自己準同型写像のカテゴリ内では機能することが判明した。 $X$ が楕円繊維曲面の上のコニック束の爆発から得られる場合、底曲面の可能性を絞り込むことが最大の難点であったが、22年度の研究により解決し、 $X$ の候補の絞り込みにはほぼ成功した。現在、成果を論文にまとめている。

[学会発表] (計2件)

①. Yoshio Fujimoto, Etale endomorphisms of smooth projective 3-folds with negative Kodaira dimension. 研究集会：代数幾何学とその周辺、2010年12月19日、高知大学理学部

②. Yoshio Fujimoto, Smooth projective 3-folds with negative Kodaira dimension admitting non-isomorphic etale endomorphisms, シンポジウム：代数幾何学とその新しい展開、2008年11月22日、京都大学理学部数学教室

[図書] (計0件)

[その他] ホームページ等 なし

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

藤本圭男 (FUJIMOTO YOSHIO)

奈良県立医科大学・医学部・教授

研究者番号：90192731

(2) 研究分担者 なし

(3) 連携研究者 なし