

機関番号：35302

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008～2010

課題番号：20540053

研究課題名 (和文) シューベルト幾何と特殊多項式の探求

研究課題名 (英文) Schubert geometry and special polynomials

研究代表者

池田 岳 (IKEDA TAKESHI)

岡山理科大学・理学部・准教授

研究者番号：40309539

研究成果の概要 (和文)：古典型旗多様体のトーラス同変コホモロジー環におけるシューベルト類を代表する特殊多項式を見だし、その基本的な性質を示した。また、この結果を同変 K 理論へ拡張するために、古典型のグラスマン多様体に対してシューベルト多様体の構造層を代表する多項式族 (K 理論的 Q, P 関数) を導入し、それに関連する組合せ論を展開した。特に、励起ヤング図形とシフトされた集合値ヤング盤に対するロビンソン・シェンステッド型のアルゴリズムを与え、その結果を応用して、上記の多項式に関するピエリ型公式を導いた。

研究成果の概要 (英文)：For the flag variety of classical Lie groups, we introduced special polynomials representing the Schubert classes in torus equivariant cohomology ring. We established some fundamental properties for these polynomials. In order to extend this result to torus equivariant K -theory, we introduced special family of polynomials (K -theoretic Q - and P - functions) representing the Schubert classes in the torus equivariant K -theory of classical Grassmannian varieties. We also developed combinatorics of these polynomials. In particular, we discussed a relationship to excited Young diagrams and shifted set-valued tableaux. We introduced a Robinson-Schensted type algorithm for these tableaux. As an application of this algorithm, we proved Pieri type formulas for the K -theoretic Q -functions.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2009 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：数学

科研費の分科・細目：代数学・代数一般

キーワード：シューベルト類, 同変コホモロジー, 特殊多項式, 旗多様体.

1. 研究開始当初の背景

ラグランジアン型のグラスマン多様体のトーラス同変コホモロジー環においてシューベルト類を与える多項式族が見つかっており、この結果を他の古典型の旗多様体に拡張することが課題になっていた。

2. 研究の目的

シューベルト類を代表するよい多項式族を見だし、その特殊関数としての性質を調べること。

3. 研究の方法

トーラス固定点集合への局所化写像を代数的に取り扱って、多項式を特徴づける。

4. 研究成果

古典型旗多様体に対してトーラス同変シューベルト類を代表する多項式族を導入するとともに、その組合せ論的な性質を解明した。また、この結果を代数的 K 理論へ拡張するために、古典型の典型的なグラスマン多様体においてシューベルト類の構造層を代表する多項式族を導入した。また、関連する組合せ論を展開した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

① Takeshi Ikeda, Leonardo, Mihalcea, Hiroshi Naruse, Double Schubert polynomials for the classical groups, Adv. Math. 査読有 226, 2011, 840-886.

② Takeshi Ikeda, Yasuhide Numata, Hiroshi Naruse, Bumping algorithm for set-valued shifted tableaux (extended abstract for FPSAC 2011, Reykjavik), Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science (online) 査読有 掲載確定 Proceeding volume for fpsac 2011.

③ Takeshi Ikeda and Hiroshi Naruse Double Schubert polynomials of classical type and Excited Young diagrams RIMS Kokyuroku Bessatsu 査読有 B11 2009, 87-100

④ Takeshi Ikeda and Hiroshi Naruse Excited Young diagrams and equivariant Schubert calculus Trans. Amer. Math. Soc. 361 査読有, 2009, 5193-5221

⑤ H. Mizhkawa, T. Nakajima, T. Ikeda, H.-F. Yamada, Mixed expansion formula for the rectangular Schur functions and the affine Lie algebra, Adv. Appl. Math. 査読有, 40, 2008, 514-535.

[学会発表] (計 23 件)

① 池田 岳, K-nil-Hecke algebra について, GKM グラフに関する勉強会, 2011. 3. 16 大阪市立大学理学部

② 池田 岳 K-theoretic Schubert calculus for Lagrangian Grassmannian 港の西北, 早稲田大学代数幾何学シンポジウム 2010. 11. 11 早稲田大学理工学部

③ 池田 岳 Quantum Schubert vs affine Schubert via nilpotent Toda lattice 研究集会「表現論と組み合わせ論」 2010. 10. 19 京都大学数理解析研究所

④ 池田 岳 Boson-Fermion correspondence and KP-hierarchy I, II p-進佐藤理論と数論幾何 2010. 9. 29 東北大学大学院理学研究科

⑤ 池田 岳 Affine Grassmannian の Schubert 多項式第 2 回「シューベルト・カルキュラスとその周辺」2010 年 9 月 22 日 倉敷シーサイドホテル

⑥ 池田 岳 冨零戸田格子とアフィングラスマン多様体 Workshop on Representation Theory 2010. 8. 24-25 東京大学玉原国際セミナーハウス

⑦ 池田 岳 Review on Koszul duality, 第 13 回 代数群と量子群の表現論研究集会 2010. 6. 6 すいとぴあ江南

⑧ 池田 岳 BGG による Koszul 双対性の解説 Seminar on Koszul duality 2010. 5. 15-16 岡山大学大学院自然科学研究棟

⑨ 池田 岳, 成瀬 弘, 沼田 泰英 Schur Q-関数の K-理論的類似とその Pieri 型公式 日本数学会 2010 年度年会 2010 年 3 月 27 日 慶応大学矢上キャンパス

⑩ 池田 岳 同変シューベルト幾何における最近のトピックス, 第 53 回 Encounter with Mathematics, 2010 年 3 月 9 日 中央大学理工学部

⑪ 池田 岳 シューベルト幾何の八方出汁 第 53 回 Encounter with Mathematics 2010 年 3 月 8 日 中央大学理工学部

⑫ 成瀬 弘 古典型旗多様体の同変 K 理論におけるシューベルト類に付随する多項式について 日本数学会秋季総合分科会 2009 年 9 月 27 日 大阪大学

⑬ 池田 岳 Schur Q 関数の K-理論的拡張と等法的グラスマン多様体数理研究集会「表現論と組合せ論」 2009 年 8 月 25 日 北海道大学

⑭ 池田 岳 「シューベルト多項式」の現在第56回 トポロジーシンポジウム 2009年8月10日北海道大学

⑮ 池田 岳 Schur の Q 多項式の K -理論的拡張について, 東北大学 数学教室 談話会 2009年6月8日東北大学

⑯ 池田 岳 Schubert geometry of the flag varieties of classical types, Conference on Combinatorics and Representation theory, 名古屋大学 2008年9月5日

⑰ 池田 岳, 成瀬 弘, 古典型二重シューベルト多項式とその拡張について, 代数学シンポジウム 2008年8月5日 盛岡市アイーナ

⑱ 池田 岳 Schubert 幾何と Schur 多項式, 研究集会「可積分系への幾何学的アプローチ」慶応大学 2008年7月31日

⑲ 池田 岳 特殊関数としてのシューベルト多項式, 神戸可積分系セミナー 2008年6月5日

⑳ 池田 岳 特殊関数としてのシューベルト多項式, 2008年7月10日九州可積分系セミナー

㉑ 池田 岳 旗多様体のトーラス同変シューベルト類 2008年5月28日 東京幾何セミナー, 東京工業大学

㉒ 池田 岳 古典群の旗多様体と二重シューベルト多項式 2008年4月15日 東北大学

㉓ 池田 岳 現代のシューベルト・カルキュラス 東北大学 談話会 2008年4月14日, 東北大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

池田 岳 (IKEDA TAKESHI)
岡山理科大学・理学部・准教授
研究者番号: 40309539

(2) 研究分担者

成瀬 弘 (NARUSE HIROSHI)
岡山大学・教育学部・教授
研究者番号: 20172596

(3) 連携研究者

大本 亨 (OHMOTO TORU)
北海道大学・大学院理学研究院・准教授

研究者番号: 20264400

中川 征樹 (NAKAGAWA MASAKI)
香川高等専門学校・講師
研究者番号: 50370036