

自己評価報告書

平成23年 2月25日現在

機関番号：13903

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540071

研究課題名（和文） ケーラー磁場とグラフ

研究課題名（英文） Kaehler magnetic fields and graphs

研究代表者

足立 俊明 (ADACHI TOSHIAKI)

名古屋工業大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：60191855

研究分野：微分幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：ケーラー磁場、負曲率多様体

1. 研究計画の概要

ケーラー多様体をリーマン幾何学の立場から考察するために複素構造から導かれる磁場を考え、その磁場のもとでの軌道を測地線と対比させたときの類似点と相違点を明確化することに主眼を置く。

(1) 負曲率ケーラー多様体の正則断面曲率とケーラー磁場の磁力との関係を明確化するために、磁力が磁性指数写像の性質にどのように反映するかを磁性ヤコビ場の比較定理などを用いて明らかにする。

(2) (1) の考察を助けるためにケーラー多様体の離散化を考える。リーマン多様体の離散化が頂点と辺とから成るグラフであると言われていることから、複素構造を反映した離散化を提案し、その提案がケーラー磁場の軌道と対比できることを調べる。

2. 研究の進捗状況

(1) 単連結負曲率ケーラー多様体上でケーラー磁場の軌道が有界になるか無限遠点に発散するのかを考察した。このために軌道の各点を軌道の出発点と測地線で結び、測地線の変分(軌道ハープ)を考える。複素双曲空間においては軌道ハープの様子はよくわかっているので、断面曲率の上限を与えることで一般のケーラー多様体上の軌道ハープとの比較を行った。軌道ハープの弦の長さの変化が弦と軌道とが成す角の余弦に成ることに注目し、測地線の変分であるヤコビ場の比較定理を利用することでこの余弦とハープの弦の長さの下からの評価を得ることができた。この結果、磁力の平方が断面曲率の上限の絶対値以下であれば、軌道が発散することがわかった。

(2) ケーラー多様体の離散化として、辺が2色(赤・青)に彩色されているグラフを考え、その上の軌道に対応するものとして、赤辺を a 個進んだ後青辺を b 個進むという動きを考察する。この動きの繰り返しを磁力 b/a の離散軌道とする。この離散化が不自然ではないことを示すために、このような離散軌道の内閉じているものの数の漸近挙動を調べた。リーマン幾何学の離散化としてのグラフでは、ラプラス作用素に対応して隣接行列を考察したので、辺彩色グラフに対しては赤辺による主グラフと青辺による補助グラフの合成と考え、赤辺に対する隣接行列と青辺による確率隣接行列を用いて、グラフのエントロピーを計算した。複素双曲空間におけるケーラー磁場の軌道と比較したとき、2点を結ぶ軌道の弧の長さや測地線の長さの比から得られる磁力流のエントロピーに対応することがわかり、この辺彩色グラフはケーラー多様体の1つの離散化と考えられることがわかった。

3. 現在までの達成度

②: 研究計画時は考察が成功するとは思っていなかった負曲率多様体の断面曲率と磁場の磁力との関係(磁力と軌道の発散性)を軌道ハープの弦の長さの変化が軌道と弦とが成す角の余弦であることに気づいたことで明らかにすることができ、測地線の基本的な性質に対応する軌道の基本定理を与えることに成功した。この意味で(1)の研究に関しては当初の計画以上に進展している。しかし、(2)に関して、当初(1)の研究をサポートする道具立てを検討する意味も込めて計画した。しかし、(1)の

研究が予定以上に進展しその考察に主力を注いだため、離散化の1つのモデルを提案した程度にとどまり、連続モデルとの対比を通してこのモデルがふさわしいと結論づけるには若干不十分であると考えため。

4. 今後の研究の推進方策

当初の研究計画から言えば達成度の項でも述べたように、辺彩色グラフによる離散化の正当性についてもう少し考察を深める必要がある。しかし当初計画で連続モデルの考察を助けるために離散化も調べるとして、連続モデルである負曲率ケーラー多様体上の磁場の軌道の考察が、当初予定していなかった軌道ハープによる考察で成功を収めつつある現状を考えて、この方向での考察を引き続き進める予定である。研究計画の最終年度を迎え期間中に完結できるか多少不透明な面はあるが、ホップ・リノウ型定理やアダマール・カルタン型の定理を証明することができるであろうと考えている。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計15件)

① 足立俊明

Moderate Killing helices of proper order four on a complex projective space, *Tokyo Journal of Mathematics* 33, 435—452, 2010, 査読有

② 前田定廣、足立俊明、亀田真澄

Geometric meaning of Sasakian space forms from the viewpoint of Submanifold Theory, *Kodai Mathematical Journal* 33, 383—397, 2010, 査読有

③ 足立俊明、前田定廣

Sasakian curves on hypersurfaces of type (A) in a nonflat complex space form, *Results in Mathematics* 56, 489—499, 2009, 査読有

④ 足立俊明、包図雅

Circular trajectories on real hypersurfaces in a nonflat complex space form, *Journal of Geometry* 96, 41—55, 2009, 査読有

⑤ 足立俊明

A discrete model for Kaehler magnetic fields on a complex hyperbolic space, *Trends in Differential Geometry, Complex Analysis and Mathematical Physics* 1—9, 2009, 査読有

[学会発表] (計17件)

① 足立俊明

「複素空間形内のA型実超曲面上の佐々木磁場による円軌道」日本数学会2010年度秋期総合分科会, 名古屋大学, 9.22—25, 2010

② 足立俊明

“On trajectory-spheres for Kaehler magnetic fields”, *Differential Geometry and its Applications (DGA2010)*, Brno, Czech Republic, 8.27—31, 2010

③ 足立俊明

“A theorem of Hadamard-Cartan type for Kaehler magnetic fields”, *International Colloquium on Differential Geometry and its Applications (ICDG2010)*, Veliko Tarnovo, Bulgaria, 9.6—10, 2010

④ 足立俊明

「ケーラー磁場による軌道に対する1つの離散モデル」幾何学研究集会「微分幾何学と幾何構造」新潟大学, 11.5—7, 2008

⑤ 足立俊明

“A discrete analogue of Kaehler magnetic fields on a complex space form”, *The 8th International Workshop on Analysis, Differential Geometry, Mathematical Physics and Applications*, Sofia, Bulgaria, 8.25—8.29, 2008

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

[その他]