

## 自己評価報告書

平成 23年 4月 21日現在

機関番号：17201

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008～2011

課題番号：20540083

研究課題名 (和文) 4次元多様体内の曲面とその変形の研究

研究課題名 (英文) Topological studies on the surface embedded on 4-dimensional manifolds and their deformations

研究代表者

廣瀬 進 (HIROSE SUSUMU)

佐賀大学・大学院工学系研究科・准教授

研究者番号：10264144

研究分野：位相幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：位相幾何学、低次元トポロジー、写像類群、曲面結び目、4次元多様体

## 1. 研究計画の概要

4次元多様体の研究の随所で、多様体内の曲面についての考察が重要となる。たとえば、交差形式 (= 曲面同士の交わりの個数) に関する研究、簡単な4次元多様体内の曲面に沿った分岐被覆としての4次元多様体の構成、埋め込まれたトーラスに沿った手術によるエキゾチック構造の構成など、枚挙にいとまがない。すなわち、埋め込まれた曲面の研究は4次元多様体論の中心課題のひとつといえる。本研究では、4次元多様体内に埋め込まれた曲面の変形を研究することを通じ、4次元多様体の幾何学的構造を明らかにするとともに、曲面の写像類群の研究への新たな観点を創出することを目指す。特に、以下に掲げる事項に関連した研究を行う。

(1) 4次元多様体の2次ホモロジー類の flexible な曲面による実現可能性。

(2) 4次元球面内に標準的に埋め込まれた向き付け不可能閉曲面の写像類群。

(3) 曲面上の周期的写像と、その4次元球面内での Nielsen 実現可能性。

## 2. 研究の進捗状況

上記に挙げた研究計画に従って、閉曲面上の写像類群の研究を行い、以下の成果を挙げた。

(1) 大きな位数の周期的写像の一意性に関する研究：高知工科大学の笠原泰氏との共同研究により、位数が  $8g/3$  よりも大きい周期的写像についてある種の一意性が成り立つことを示した。

(2) 3次元球面内に埋め込まれた境界付きコンパクト曲面の正則ホモトピックな変形と写像類群の関わりに関する研究：境界付きコンパクト曲面の3次元球面への埋め込みの正則ホモトピーによる変形がひき起こすねじりの

なす群について、東京学芸大学の安原晃氏と共同研究を行い、曲面上の写像がその群に含まれるための必要十分条件は、埋め込みに対するザイフェルト形式から定まる2次形式を保つことであること、この変形としては、pass move と呼ばれる変形のみを用いれば十分であることを示し、その変形でいくつの pass move が必要か求める公式を得た。

(3) ハンドル体の写像類群の一般ニールセン実現についての研究：向き付けられた閉曲面上の同相写像の群から写像類群への自然な全射の右逆写像が、種数が2以上の場合は存在しないことが知られている。3次元ハンドル体の写像類群について同様の問題を考え、種数5以上の場合に同様の現象が起こることを示した。

(4) 4次元球面内に標準的に埋め込まれた向き付け不可能閉曲面の写像類群についての研究：4次元球面内に埋め込まれた向き付け可能な閉曲面上の可微分同相写像が、球面全体の可微分同相写像に拡張できるための必要十分条件が Rokhlin の2次形式を保つことであるという事実が、向き付け不可能な閉曲面についても成立するか、すなわち、Guillou-Marin の2次形式を保つことが拡張可能であるための必要十分条件となるかについて研究した。まず、種数が3以下の場合については成立することがわかったが、種数が4以上の場合に成立するかは現在研究中である。

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由) 研究計画に関連し多様な研究結果を出していることから、順調に研究が進んでいるものと判断した。ただし、当初の計画から

は若干逸脱していることより、①とはしなかった。

#### 4. 今後の研究の推進方策

当初の研究計画に立ち返り、とりわけ2の(4)の研究を進展させる、すなわち、向き付け不可能閉曲面上の level 2 写像類群の有限生成系を具体的に求め、それらの4次元球面への拡張可能性についての議論を進展させる計画である。

さらに、周期的写像に関するこれまでの研究をもとに、その閉曲面上のスピン構造への作用を明らかにし、4次元球面に標準的に埋め込まれた閉曲面上の周期的写像の Nielsen 実現可能性に関する問題にアプローチする。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

① Susumu Hirose, "Realization of the mapping class group of handlebody by diffeomorphisms", Proceedings of the American Mathematical Society, vol. 138, (2010), 4157–4159 (査読有り)

② Susumu Hirose, "Presentations of periodic maps on oriented closed surfaces of genera up to 4", Osaka Journal of Mathematics, vol. 47, (2010), 385–421 (査読有り)

③ Susumu Hirose, "On periodic maps over surfaces with large periods", Tohoku Mathematical Journal, vol. 62, (2010), 45–53. (査読有り)

[学会発表] (計18件)

① 廣瀬 進, Abelianization and Nielsen realization problem of the mapping class group of handlebody, KIAS workshop on hyperbolic geometry and related topics, 2010年9月17日, Korea Institute for Advanced Study, Seoul, Korea

② 廣瀬 進, 3次元ハンドル体の写像類群のアーベル化とニールセン実現不可能性, 研究集会「リーマン面に関連する位相幾何学」, 2010年9月7日, 東京大学.

③ 廣瀬 進, Realization of the mapping class group of handlebody by diffeomorphisms and examples of pseudo-Anosov maps, 研究集会「Simplicial Complexes Arising in Low-Dimensional Topology」, 2009年7月2日, 東京工業大学.

④ 廣瀬 進, Realization of the mapping class group of 3-dimensional handlebody by diffeomorphisms, 研究集会「Branched

Coverings, Degenerations, and Related Topics」, 2009年3月9日, 広島大学.

⑤ 廣瀬 進, 大きな周期の周期的写像について, 低次元トポロジーセミナー, 2008年11月18日, 大阪大学