

自己評価報告書

平成23年 4月 5日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008～2011

課題番号：20540097

研究課題名 (和文) 無限生成の対象の研究 (野性的空間の基本群)

研究課題名 (英文) Ininitely generated objects (Fundamental groups of wild spaces)

研究代表者

江田 勝哉 (EDA KATSUYA)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：90015826

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：基本群、野性的空間、ハワイアンイヤリング、位相幾何、ホモロジー群、コホモロジー群

1. 研究計画の概要

無限生成の対象のうちとくに野性的空間に関して代数的位相幾何に現れる群(基本群、ホモロジー群、コホモロジー群)を中心に研究を進めている。当初の項目をあげると：(1) 非可換スペッカー現象、(2) 無限語の研究 (3) 連続語の研究 (4) 非可算非可換群の研究 (5) 2次元連結コンパクトアーベル群の無限カバー (6) Grope 群の問題、である。

2. 研究の進捗状況

(1) 本研究者が研究指導をしている大学院生、中村順が *torsionfree surface* 群が *n-slender* つまり非可換スペッカー現象を引き起こすことを証明した。これは、*n-slender* 群に関する古典的な結果以外の初めての結果であり、*surface* 群という位相幾何で極めて重要な群について結果である。

(2) 無限語についての研究は(1)の中村の結果の証明にも応用されているが、本研究者の Atomic property of the fundamental group of the Hawaiian earring and wild Peano continua, J. Math. Soc. Japan, in press の証明のなかで大きな発展をした。この主要な結果は、wild ペアノ空間の基本群は非自明な自由積に分解されないということである。

(3) 連続語の研究は、本研究者の2002年の論文の結果の後大きな進展がなかったが、雑誌論文の[5]では、2002年の結果を詳細に応用することにより、これは予想外に進み1次元ペアノ空間のホモトピー型が基本群で

決定されるという結果を得た。この結果1次元の場合はこの意味においてほぼ最終結果に達した。今後の研究推進方策でも述べるが、この結果は2次元ペアノ空間への研究方向を向ける大きな動機となった。雑誌論文[2,3]は他のプロジェクトで進んでいた2次元のペアノ空間の研究の流れのものであったが、その研究方向にも影響がある。

(4) 非可算非可換群の研究は(3)とは異なる方向に進め、単連結な多様体に Hawaiian Earring を張付けてできる空間の基本群から、元の多様体が作れるということを証明した。これはプレプリントの段階である。(5, 6)は省略する。

3. 現在までの達成度

(5)についてはあまり進展がなかったものの、他は順調であり、特に(3)は予想を越えて進み、新しい展開に入っているので

①当初の計画以上に進展している
とあってよいと思う。

4. 今後の研究の推進方策

(1)に関しては息の長い研究となるが、どのような群が *n-slender* 群となるかという問題があり、これはゆっくり進める。研究進捗状況に述べたが2次元ペアノ空間の構成に関して[2,3]および一連の結果、1次元ホモトピーと2次元ホモトピーが相補的に関連する現象があり、この2つのホモトピー群が消える場合 *contractible* であることに非常に近い。1次元の場合をふまえて2次元

ペアノ空間の研究をする。そのため、今年度からの科研費に最終年前年度応募をしている。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- [1] K. Eda, Homotopy types of one-dimensional Peano continua, *Fund. Math.*, 209 (2010), 27--45. 査読付
- [2] K. Eda and K. Kawamura, On the asphericity of one-point unions of cones, *Topology Proc.*, 36 (2010), 63--73. 査読付
- [3] K. Eda, Umed H. Karimov and Dusan Repovš, A nonaspherical cell-like 2-dimensional continuum and related constructions, *Topology Appl.*, 156 (2009), 515--521. 査読付
- [4] K. Eda, Umed H. Karimov and Dusan Repovš, On the second homotopy group of $SC(Z)$, *Glasnik Mate.*, 44 (2009), 493--498. 査読付
- [5] K. Eda and V. Matijevic, Finite index supergroups and subgroups of torsionfree abelian groups of rank two, *J. Algebra*, 319 (2008), 3567--3587. 査読付

[学会発表] (計5件)

- [1] K. Eda, Homotopy types of one dimensional Peano continua, Work shop on geometric Topology, 2009年9月9日, Ljubljana, Slovenia.
- [2] K. Eda, Homotopy types of one dimensional Peano continua, The 25th conference on Topology and its applications, 2010年7月25日, Kielce, Poland.
- [3] 江田勝哉 - 長町重昭, 差分方程式と微分方程式, 数学会秋季分科会, 2010年9月23日, 名古屋.
- [4] 江田勝哉 - 田中和永, Epsilon galaxy と接空間, 数学会秋季分科会, 2010年9月23日, 名古屋.
- [3] 江田勝哉, 積分 - sup, Laplace 変換 - Legendre 変換, 数学会秋季分科会, 2010年9月23日, 名古屋.

[図書] (計1件)

江田勝哉著, 数理論理学 (使い方と考え方) 内田老鶴圃 p. 160, 2010年5月.