

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 4月 2日現在

機関番号：11401

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540102

研究課題名（和文） 逐次解析における停止規則の性能評価

研究課題名（英文） Evaluation of the performance of stopping rules
in sequential analysis

研究代表者

宇野 力（UNO CHIKARA）

秋田大学・教育文化学部・教授

研究者番号：20282155

研究成果の概要（和文）：統計的な推測の問題の中には、あらかじめ定めた標本の大きさでは解決できないものがある。例えば、ある母集団の平均に対する信頼度 95% の幅一定の信頼区間を構成する問題がそれに該当する。この場合には、標本の大きさを確率的に与える逐次標本抽出法により問題を解決できる。本研究では、分散の下限情報が与えられたとき、二段階法という推定方式の性能を評価することに取り組み、先行研究よりも精確に評価する理論を構築できた。

研究成果の概要（英文）：There are some problems of statistical inference for which no procedures of fixed sample size are available. For example, the problem of constructing fixed-width confidence interval for the mean of a population with confidence level 95% corresponds to it. For this case, we can solve the problem by means of a sequential sampling method where the size of sample is randomly given. In this research, we considered the problem of evaluating the performance of two-stage estimation procedure, provided the unknown variance has the known lower bound, and established a theory which gives more exact evaluation than precedent research.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,000,000	900,000	3,900,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：二段階法、逐次推定、漸近有効性、リグレット

1. 研究開始当初の背景

統計学における逐次解析は、データが得られるとそれまでのすべてのデータを解析して、「データ収集を止めて判断を下す」か「データ収集を続ける」かの決定を行う方法である。データ収集を打ち切るための条件を停止規則という。このとき標本の大きさは確率的に

定まるが、例えば仮説検定の場合には、適当な条件の下では同じ検出力を得るのに必要な標本の大きさは平均的にみて通常の検定法より小さくでき、データ収集に費用がかかるときには逐次解析は有力な方法となる。逐次解析を必要とするいくつかの問題に対して、Stein (1945) の二段階法や Anscombe (1953) の純逐次法という手法が用いられてき

たが、これらの停止規則の性質をさらに解明するため本研究課題の着想に至った。とくに、Mukhopadhyay and Duggan (1997)が分散の下限情報を用いた二段階法を提案したが、本研究の開始当初にはまだわかっていなかったこの手法の高次の漸近的な特性をつきとめるべく研究に着手した。

2. 研究の目的

本研究の当初の目的は次のとおりである。

- (1) 母集団分布を特徴付ける母数 θ に対する固定幅を持つ区間推定において、区間幅を小さくしていくときに逐次信頼区間が θ を含む被覆確率は信頼度 $1 - \alpha$ に収束することが望ましいが、 θ が母平均以外の場合にもこの収束速度を調べて停止規則の性能を評価する。
- (2) 停止規則の良さの基準として2次漸近有効性というものがある。これは停止規則 N の期待標本数と最適標本数 n_0 の差 $E(N) - n_0$ が漸近的に有界となる性質をいう。いくつかの二標本問題において、母集団によって標本抽出の費用が異なる場合に2次漸近有効性をもつような停止規則を提案する。
- (3) 逐次解析の方法が適用される実社会の場面では、経験的に分散の下限がわかることも想定される。ここでいう分散の下限とは、未知な分散 σ^2 に対して、 $\sigma^2 > (\sigma_0)^2$ を満たす正の既知定数 $(\sigma_0)^2$ のことをいう。この分散の下限情報を取り入れた逐次法について、その漸近的特性を調べる。

3. 研究の方法

研究期間の4年間において、以下のように研究を進めた。

- (1) 本研究は統計数学の基礎理論を構築するものであるが、研究が全く見当外れの展開となることを防ぐために疑似乱数によるコンピューター・シミュレーションを適宜交えながら研究を進めた。このため、研究開始年度の平成20年度には、鈴木正明氏に研究分担者に加わってもらい、シミュレーションのためのプログラム作成に協力を仰いだ。これにより、その後の研究を進めるうえでの基盤を築いた。また、全研究期間において実解析学を専門とする平田賢太郎氏に研究分担者となっていただき、数学理論の検証に協力を仰いだ。

- (2) 本研究課題の申請時に研究計画調書に記載したように、前半の2年間は数学理論の地道な積み重ねに時間を費やした。とりわけ、分散の下限情報があるときの二段階法の高次漸近有効性を示すための数学理論の証明に心血を注いだ。研究開始から2年半が経った平成22年度の秋には、この数学理論を確立することができた。

- (3) 平成22年度の秋以降には、確立した理論をもとに研究目的にある問題に取り組み、成果をまとめた。これらの成果は、以下記載の学会発表および雑誌論文により公表した。

4. 研究成果

分散の下限情報が与えられたとき、二段階法の停止規則の性能に関する以下の結果を得た。

- (1) 指数分布の位置母数に対する固定幅の区間推定問題について研究した。二段階法を用いると、要求された信頼確率 $1 - \alpha$ を常に満たす一致性という性質をもち、かつ、区間幅を小さくしていくとき、分散が既知の下限をもつ場合には、停止規則の期待標本数と最適標本数との差が有界となる2次漸近有効性をもつことがこれまで知られていた。本研究では、2次漸近有効性よりも高次の漸近有効性を示すことができた。これとともに、被覆確率に対する高次漸近展開式を求めた。これらの結果は、Mukhopadhyay and Duggan (1999)の結果をより精密化したもので、この分野に大きなインパクトを与えた。以下記載の雑誌論文④として発表した。
- (2) 正規分布の母平均に対して(1)と同様の固定幅の区間推定問題に取り組み、二段階法の3次漸近有効性と被覆確率の3次漸近展開式を求めた。これはMukhopadhyay and Duggan (1997)およびAoshima and Takada (2000)の結果を精密化し、さらに上記(1)の収束オーダーをも精密化したものであり、世界的に見ても重要な結果である。以下記載の雑誌論文③として発表している。
- (3) 正規母集団の母平均の点推定において、損失関数として二乗誤差と線形費用の和を用いる最小リスク問題について研究した。分散の下限情報を用いた二段階法に対して、高次の漸近有効性ならびにリグレットの高次漸近展開式を示した。これはMukhopadhyay and Duggan (1997)の結

果を精密化したものであり、二段階法によるリグレットを精密に評価した点に貢献がある。以下記載の雑誌論文②として発表している。また、この成果の副産物として、分散の下限情報を用いない純逐次法の方がリグレットの面では優れていることもわかった。

- (4) Mukhopadhyay and Duggan (1999)の二段階法を用いるときの高次漸近理論を示した。上記(1)~(3)の他にも、複数の正規母集団の中から最大の平均をもつ母集団を選択する問題、複数の指数分布の中から最大位置母数をもつ母集団を選択する問題など、多くの推測問題に適用できるように理論を一般化した点に貢献がある。以下記載の学会発表③において講演発表した。
- (5) Mukhopadhyay and Hamdy (1984)で扱っている二つの指数分布の位置母数の差に対する固定幅の区間推定問題について、二段階法による高次漸近有効性ならびに被覆率の高次漸近展開式を示した。以下記載の雑誌論文①として発表している。この研究では、等分散性を仮定しているが、分散が未知で異なるいわゆるベレンス=フィッシャーの状況下でどうなるかが今後の課題として残っている。
- (6) 正規分布の分散の最小リスク問題において、二段階法によるリスクの2次近似式を示した。上記(1)~(3)の成果はいずれも位置母数に対する逐次推定であったが、尺度母数の推定においても精確な2次近似式を与えた点に重要性がある。以下記載の学会発表①において講演発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- ① Eiichi Isogai, Chikara Uno and Daisy Lou Polestico; Asymptotic properties of a two-stage procedure for two negative exponential distributions, Pioneer Journal of Theoretical and Applied Statistics, 2012, in press, 査読有
- ② Chikara Uno and Eiichi Isogai; Higher than second order approximations for sequential point estimation by a two-stage procedure, Statistics, 2012, in press, 査読有

- ③ Eiichi Isogai, Chikara Uno and Daisuke Takeuchi; Two-stage procedure having exact third-order properties for a normal mean, Communications in Statistics-Theory and Methods, 2012, in press, 査読有
- ④ Eiichi Isogai, Kana Kobayashi and Chikara Uno; Higher order approximations by a two-stage procedure for a negative exponential distribution, Journal of Statistical Planning and Inference, Vol.141, 2011, 3304-3312, 査読有
- ⑤ 磯貝英一、宇野力、竹内大輔; 正規分布の母平均の逐次区間推定に対する2段階法による3次近似式、京都大学数理解析研究所講究録、1758巻、2011、129-135、査読無

[学会発表] (計 5 件)

- ① 磯貝英一、宇野力; 二段階法による正規分布の分散の最小リスク問題、RIMS 共同研究「A New Perspective to Statistical Models and Related Topics」(研究代表者: 赤平昌文)、2012. 3. 6、京都大学数理解析研究所
- ② 磯貝英一、宇野力、Daisy Lou Polestico; Higher order properties of a two-stage procedure for estimating the difference of location parameters of two negative exponential distributions、研究会「統計的推測の理論と方法論、及び、最近の動向」(研究代表者: 青嶋誠、赤平昌文)、2011. 11. 8、筑波大学
- ③ Chikara Uno and Eiichi Isogai; On asymptotic higher-order expansions by a two-stage procedure, 58th World Statistics Congress of the International Statistical Institute, 2011. 8. 25, Convention Centre Dublin, Ireland
- ④ 磯貝英一、宇野力、竹内大輔; 正規分布の母平均の逐次区間推定に対する2段階法による3次近似式、RIMS 共同研究「Statistical Information in Inference and Its Related Topics」(研究代表者: 赤平昌文)、2011. 3. 8、京都大学数理解析研究所
- ⑤ 磯貝英一、小林加奈、宇野力; Higher order approximation by a two-stage

procedure for a negative exponential distribution、シンポジウム「統計的推測方法の理論的展開とその応用」(研究代表者：谷口正信)、2010.11.18、熊本大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宇野 力 (UNO CHIKARA)

秋田大学・教育文化学部・教授

研究者番号：20282155

(2) 研究分担者

平田 賢太郎 (HIRATA KENTARO)

秋田大学・教育文化学部・准教授

研究者番号：30399795

(H20～H23 年度)

鈴木 正明 (SUZUKI MASAACKI)

秋田大学・教育文化学部・准教授

研究者番号：70431616

(H20 年度)

(3) 連携研究者

なし