

## 自己評価報告書

平成23年 5月 2日現在

機関番号：12401

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540106

研究課題名（和文） 移入超過程及びカタリチック超拡散に関する基礎研究

研究課題名（英文） Basic study on immigration superprocesses and catalytic superdiffusions.

研究代表者

道工 勇 (DOKU ISAMU)

埼玉大学・教育学部・教授

研究者番号：60207686

研究分野：確率論

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：測度値確率過程、超過程、分枝マルコフ性、確率モデル、数理医学、癌、免疫学、消滅性

## 1. 研究計画の概要

測度確率過程論の中で1つの特異なクラスを形成する、空間依存型パラメータをもつ分枝マルコフ過程の極限定理について研究をおこなう。

(1) 環境の善し悪しに応じて分枝率および分枝時間が変化する状況を記述できるモデルとしてのランダムな分枝粒子系から導出される空間パラメータ依存型の測度値分枝マルコフ過程について、長時間漸近挙動としてのある極限定理の導出を目指す。

(2) 特異な係数をもつ特異超過程（上記測度値確率過程の1種）に関して、長時間漸近挙動を示す極限定理の導出を目指す。たとえば、超過程の特徴付けに出現するログ・ラプラス方程式の言葉で表現すれば、その1次の係数関数を Dirac のデルタ関数（シュワルツの意味での超関数）に変えた場合が、上述の特異係数に当たる。

(3) これらの数学モデルは、その性質から自然に生命科学の研究対象である生化学や生理学における触媒作用やフィラメントの薬物反応と対応が付けられる。これら生命現象の簡潔な数理モデルとして、上述の超過程による確率モデルを提案して、その方面への応用を図る。

## 2. 研究の進捗状況

(1) 確率過程の1次モーメントの時間平均量は滞在時間と呼ばれる。空間依存型パラメータを伴う測度値分枝マルコフ過程（超過程）に対して、一般の関数空間に属する係数を与えた下で、対応する超過程の存在および一意性を証明した。手法としては、ドーソン、リー、チャンらによる滑らかな係数をもつ近

似過程による収束法に依った。また一意性に関してはフライシュマンらのグループによる超過程に対する双対法(Dual method)を応用した。また付随する滞在時間を、そのままでは通常の定義ができないため、極限として定め、対象超過程の滞在時間の数学的な定義と解釈を与えた。

(2) また上述の超過程に対する正則性に関する定理を導出した。とくにパスの連続性に関する定理を証明した。証明方法としては、係数の近似法、緊密性の議論、および収束性に関する関数解析的評価法に依った。

(3) さらに上述の超過程に対して、関数解析学における汎関数微分や汎関数変分法理論に基づく対象超過程の特徴付け定理をマルチンゲール問題の定式化の枠組みの中で導出し、とくに付随する確率測度の存在および一意性を証明した。基本的にはシュトルック・ヴァラダンの解析的方法の発展形であるドーソンによる確率論的手法に沿った理論を適用した。

(4) 上述の超過程に対する長時間漸近挙動に関する極限定理として、滞在時間極限定理を証明した。拡散過程に関する確率解析の手法を駆使して結果を導いた。その際、系の支配的な量として超過程の背景に存在する再帰的拡散の滞在時間の平均量が自然に出現し、仮定の発散積分条件がその再帰的拡散に関する境界値問題の非可解性に対応するという新しい知見が得られた。

(5) 研究計画の所で述べた生命科学への応用として、がん細胞に対する免疫作用に関する確率モデルについて研究をおこなった。がん細胞に対するエフェクタ（NK細胞、キラーT細胞、マクロファージ）群の免疫作用に関

する数理モデルとして、分枝マルコフ過程に基づく確率モデルを提案した。がん初期の形質転換期および不規則増殖期における免疫応答に焦点を当て、その細胞生理学的現象を記述し、モデルの特徴付け定理を導いた。

### 3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。

(理由)

研究計画で述べた当初の数学的目標に対して、研究の進展状況は対応する結果をすべて数学的定理として導出し証明を与えることが出来た。そのため、おおむね順調に伸展していると言える。研究目的の最後の項目に生命科学への応用を挙げたが、出来ればインパクトの大きい事は明らかだが、当初これは希望的観測も含まれていた。それは未知の分野への応用であり、果たして新しいことを学び吸収しつつ成果を挙げられるか危ぶまれたからである。実際に実行に移してみると、予想外の進展が得られた。新たに加入した日本応用数理学会の数理医学研究部門や日本数理生物学会での年会での発表を通じて好評をえることができた。従って当初の計画以上に進んでいると言える。

### 4. 今後の研究の推進方策

今回の生命科学への応用研究において、提案した確率モデルから予想される結果として、対象モデル過程の局所消滅性が浮上してきた。これはがん細胞が免疫系の働きにより局所的に駆逐される状況に対応すると考えられるので、今後の研究上モデルの重要な性質、研究対象項目であると認識するに至った。

(1) 上記をうけて、本研究対象の確率モデル＝超過程に関する消滅性関連の定理等諸結果を急速に整備する必要がある。実は確率論ではその歴史的発展の経緯から確率モデル(確率過程)の再帰性・過渡性(非再帰性)についての研究は盛んである。しかしこの局所消滅性は概念的には過渡性よりも少し強い概念であり、あまり研究されてきていない領域であるからである。

(2) がん細胞に対する免疫応答の確率モデル研究において、エフェクタの細胞障害性の記述を改良し、実際の現象により近いモデルを再構築して解析を進めたい。このために新たに免疫能を記述する過程を導入するのも1つの解決策だと考えられる。

(3) もし上記(2)の方策を採用した場合、今度はモデル解析を行うとき、連立確率方程式系を解く必要が新たに生じ、そのための新しい数学理論の建設が急務と成りうる。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計5件)

- ① I.Doku, On mathematical modelling for immune response to the cancer cells, J. Saitama Univ. Fac. Educ. Math. Nat. Sci., vol.60, 137—148, (2011) (査読無し)
- ② 道工勇, 確率モデルの数理医学への応用、統計数理研究所共同研究レポート、vol. 262, 108—118, (2011) (査読無し)
- ③ I. Doku, A limit theorem of homogeneous superprocesses with spatially dependent parameters, Far East J. Math. Sci., vol.38, 1—38, (2010) (査読有)
- ④ I. Doku, Statistical analysis in educational evaluation, J. Japan Soc. Math. Edu., Vol.92, 41—50, (2009) (査読有)
- ⑤ I. Doku, Comportement limite sur l'esperance au poids des super-processus, J. Saitama Univ. Fac. Educ. Math. Nat. Sci., vol.58, 209—218, (2009) (査読無し)

〔学会発表〕(計2件)

- ① 道工勇、がん細胞に対する免疫応答の数理モデル、日本数理生物学会、2010年9月14日、北海道大学学術交流会館
- ② 道工勇、免疫応答に関連する数理モデルについて、日本応用数理学会、2010年9月8日、明治大学駿河台校舎

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

○出願状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況(計 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕