様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成２３年　６月　９日現在

機関番号：１２６０１
研究種目：基盤研究（C）
研究期間：2008～2010
課題番号：２０５４０１０７
研究課題名（和文）　数学の観点から行う数学史の研究

研究課題名（英文）　History of Mathematics from the viewpoint of Mathematics

研究代表者
小松彦三郎（KOMATSU HIKOSABURO）
東京大学・大学院数理科学研究科・名誉教授
研究者番号：４００１１４７３

研究成果の概要（和文）：この間の精力は、ほとんど 2008 年 8 月に東京で開催した関孝和三百年祭記念数学史国際会議の組織とこの会議録編集に費やされた。研究代表者自身は、関による連立代数方程式の未知数消去の理論（1683）及びその後の日本人数学者による研究の詳細とその独自性を明らかにした。これらは、従来、江戸時代の関流数学の伝統と、これをほぼそのままに受け入れた近代の数学史家の解釈によって理解されてきたが、今日の目では批判に堪ええない。

この他、ケルビン卿（1855）とヘヴィサイド（1887）の電信方程式に対して新しい解法を与えることができた。

研究成果の概要（英文）：During this period most of our efforts were dedicated to the organization of the International Conference on History of Mathematics in Memory of Seki Takakazu (1642? – 1708) held in Tokyo on August 25—31, 2008. Our own contributions were focused on Seki's theory of eliminations of unknowns of simultaneous algebraic equations (1683) and its later developments by Japanese mathematicians.

On the other hand, we have succeeded in finding new ways to solve the telecommunication equations by W. Thomson (1855) and those by Heaviside (1887).

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
２００８年度	2,200,000	660,000	2,860,000
２００９年度	700,000	210,000	910,000
２０１０年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総　計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：数物系科学
科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）・数学基礎論
キーワード：数学史，和算，関孝和，19 世紀の解析学，フーリエ，ヘヴィサイド

１．研究開始当初の背景　關孝和に対する研究の準備として、「解見題之法」「解隠題之法」及び「解伏題之法」からなる『三部抄』については京都大学数理解析研究所講究録 1392（2004）1444（2005）に一応の校訂本を発表していた。本研究では引き続き、『大成算経』全 20 巻の校訂本も作る計画で第一稿をワープロに入力するまでの作業はほぼ完成していた。更に、關以後の消去理論の主要な研究者であった戸板保佑、菅野元健、石黒信由の主要な写本も収蔵する図書館で写真に撮らせてもらっていた。京都にいて關達と対抗した田中由真の「算学紛解」全 8 巻はこの補助金でコピーを作ってもらうことが出来た。以上で消去理論に関する江戸時代の主要な研究はほぼ尽されている。そして、これらの内容は、古くは林鶴一（1910）、三上義夫（1914, 1914）そして最近では A. Horiuchi (1994)によって海外にも紹介されている。そのお蔭で江戸時代の日本では西洋に先駆けて行列式が使われていたことは広く知られるようなっている。しかし、これらの発表文献だけを読んで江戸時代の消去の理論の実際を知ることは難しい。この点は日本にいても大差ないのが実情であった。

2.　研究の目的．　真に独創的な数学者が己の発見について書いたものを読み通すことは大変にむつかしい。彼らは自らの発見の重要性を認識し、己の進んできた道を正直に書き残すのであるが、ほとんどの場合それは他人が辿って同じ目的地に達する道としては適切なものではない。部分部分では間違っていることも少なくない。今、力学を学ぶのにニュートンのプリンチピアから始める人はいない。ニュートンやその同輩から見れば敵であったフランス語を話す人々が、消化しやすいように書き直してくれてできた教科書によって初めて理解できるものになったのである。

反対に、フランス人デカルトは『方法叙説』(1637)の付録として発表した『幾何学』で座標の概念を導入し、幾何学のみならず、数学、物理学全般に代数の方法で問題を解く方法を与えた人として知られるが、そこにあるのは大ざっぱな枠付けだけで、彼の方法で初めて解けるようになった興味ある問題の例をただ一つとて与えているわけではない。

約 100 年後の 1748 年オイラーは教科書を書き、平面上の座標 x, y の m 次方程式として表される m 次曲線と n 次曲線は一般に mn 以下の交点しか持たないという予想を述べ、その証明のスケッチをしている。即ち、二つの曲線の方程式を連立させて得られる方程式の解が交点の座標なのであるから、一つの変数 x または y を消去させて得られる 1 変数の方程式の次数によって交点の個数が評価できる。そして、いくつかの場合に実際にそうなることを証明してみせた。更に、1764 年にはベズーが一般の場合の証明を与え、その為この定理は今日ベズーの定理として知られている。

デカルトも彼の方法の根幹が、連立方程式から共通の未知変数を消去することであることを知っており『幾何学』の最初の部分に述べている。しかし、消去の実際上の困難には気付いておらず、「しかし、私はここで立ち止まってこれ[= 消去法]について詳しく説明することはしない、というのは、あなた方から自分自身で習得する悦びを奪い、私の考えではこれこそがこの科学から引き出せる最も重要なことであるにもかかわらず、ここで実習しながらあなた方の精神を開発するという実益を奪うことになってしまうから

である。その上、普通の幾何と代数にある程度習熟し、この本の全てに注意を払う人が発見できないほど困難なことを私は何一つここに認めない。」と書くのみである。

『大成算経』20 巻が示すように関孝和は膨大な業績を挙げているが、連立代数方程式の消去の理論は特に傑出している。その数学的な内容は 80 年後に発表されたベズーのものと同一であると言ってよい。消去して得られた結果である終結式の次数の評価も『解伏題之法』にある。行列式はこの時終結式を簡潔に表現する為の道具として導入されたのであり、連立一次方程式を解く為ではなかった。この点は関もベズーも変わりはない。

この研究の目的は以上を世界の常識とすることである。その際、関と同時代及び後の日本人数学者達の得た結果も補強に使う。

3.　研究の方法　歴史研究に王道はないから基本文献の収集、校訂及び正確な読解から始める外はない。驚いたことに、関孝和については、この段階の研究ですら公刊されたものはないそうである。しかし、始めに述べたようにわれわれはこの準備をほぼ済ませている。成果のいくつかは関会議の会議録に掲載する予定である。

次はだれでも理解できる教科書を書くことである。昔を忠実に再現したのでは却って分かってもらえないので、現代の数学について書くように書くことを心がけている。

4.　研究成果　一般に興味を持たれるのは行列式に関わることなので、まず、関及び戸板、菅野、石黒たち他の数学者の行列式論とその応用を数学として明確に記述することを試みた。例えば、関は「逐式交乗」という言葉で行列式を定義し、この定義のままでは計算が面倒になるからという理由で「交式」と「斜乗」という手段を用いて行列式を展開する方法を述べたのであるが、数学史家三上義夫は 1932 年に『解伏題之法』について、「逐式交乗なるものは之を説いて居らぬ。」と書いている。しかし、定義に理由付けは不要である。他方、三上が行列式で何を意味したかはどの論文を読んでも分からない。また、三上は「惜しむべし、其の交式にも斜乗にも共に誤りがある。」という。関と戸板ではこれらの言葉の定義が違っていて、互いに矛盾する為だが、これは関にのみ責任があるわけではない。もっとも、全く責任がないわけではなく、もともと『解伏題之法』の方法には欠陥があり、5 次、6 次、9 次、10 次… の行列式の計算はできない。戸板は「交式」に問題があるとして、こちらの訂正を試みていた。実際は「斜乗」の内の右斜乗に問題があったのである。後藤武史と始めたわれわれの研究の最初の成果は、この訂正であったが、一般的な証明を書いておかなかった為に 10 年経った今もあまり信用してもらえないのが残念である。

戸板の「交式」はユニークなものであるが、これと菅野、石黒の「斜乗」の訂正を組み合わせても、行列式は正しく計算できる。しかし、戸板の自信なさそうな書き振りからか、こちらの方を信用する人もあまりいない。

関と同じ頃、関西には田中由真(1651—1719)を中心とする数学者たちがいて、関一派と競った。特に田中は、関が行列式を用いて計算した終結式を全く別な方法で計算するのに成功している。田中の著書『算学紛解』全 8 巻の前半 4 巻で展開されているこの理論はこれまで言葉だけで知られているようであったので、その数学的内容を紹介した。

ヘヴィサイドに始まる演算子法は 50 年ほど前までは工学部での必修科目であった。コ

ンピュータが普及してからは、時代遅れの遺物になってしまったようである。その中で、ヘヴィサイドの最大関心事であった一般の電信方程式の解法の証明を簡易化した。骨子はこれを１次元クライン・ゴードン方程式と見做し、解のローレンツ不変性を使うことである。

　また、半平面で有界な調和函数が境界値のポアソン積分で表されるというファトゥーの定理を関数解析的に拡張し、その結果を 1 次元熱方程式で時間と空間の役割を取り換えて適用したものがトムソン=ケルヴィン卿の電信方程式の解法になることを示した。

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計３件）

①Hikosaburo Komatsu "The abstract Fatou theorem and the signal transmission on Thomson cables", Hokkaido Mathematical Journal, 38(2010), 157--171. 査読あり

②Hikosaburo Komatsu "Heaviside's theory of signal transmission on submarine cables", Linear and non-linear theory of generalized functions and its applications, Banach Center Publications, 88(2010), 150--173. 査読あり

③小松彦三郎, "関東の消長法と関西の冪乗演段", 「数学史の研究」, 京都大学数理解析研究所講究録 1583(2008), 19—38.

〔学会発表〕（計５件）

①小松彦三郎, 田中由真著「算学紛解」の消去理論, 日本数学会秋季総合分科会、名古屋大学東山キャンパス, 2010 年 9 月 22 日.

②小松彦三郎, 『解伏題之法』の不幸な歴史, RIMS 研究集会「数学史の研究」, 京都大学数理解析研究所, 2010 年 8 月 23 日.

③ Hikosaburo Komatsu, "The abstract Fatou theorem and the signal transmission on Thomson cables," Internat. Conference on Generalized Functions GF2009, Wien, August 31 --September 4, 2009.

④Hikosaburo Komatsu, "Geometry of Seki Takakazu (1642?--1708) and Takebe brothers with the use of Resultants," Inaugural Lecture at International Conference on Mathematical Mechanization (ICMM'09) in honor of Professor Wen-Tsun Wu's Ninetieth Birthday, Academy of Mathematics and Systems Science, Beijing, China, May 11--13. 2009.

⑤ Hikosaburo Komatsu, "Algebra, Elimination Theory and "Complete Books of Mathematics 大成算経," 東京理科大学神楽坂 1 号館記念講堂, 関孝和三百年祭記念数学史国際会議, 招待講演, 2008 年 8 月 26 日.

〔図書〕（計１件）

小松彦三郎 "解伏題之法・交式斜乗" 佐藤健一監修『和算の事典』, pp. 126--136, (2009), 朝倉書店.

６．研究組織

(1)研究代表者
　小松　彦三郎（KOMATSU　HIKOSABURO）
　東京大学・大学院数理科学研究科・名誉教授
　研究者番号：４００１１４７３

(2)研究分担者
　清水　克彦（SHIMIDU　KATSUHIKO）
　東京理科大学・理学部・教授
　研究者番号：００１９２６０９