

## 自己評価報告書

平成23年 5月11日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2012

課題番号：20540113

研究課題名(和文) 楕円型境界値問題が定義された領域の形状および位相最適化問題の正則化解法

研究課題名(英文) Regularization solutions to shape and topology optimization problems of domains for elliptic boundary value problems

研究代表者：畔上 秀幸 (AZEGAMI HIDEYUKI)

名古屋大学・大学院情報科学研究科・教授

研究者番号：70175876

研究分野：応用数学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：応用数学, 関数解析学, 数理工学, 設計工学, 境界値問題, 最適化

## 1. 研究計画の概要

楕円型偏微分方程式の境界値問題が定義された領域の形状最適化問題は、その領域で定義された境界値問題の解で構成される汎関数を目的及び制約関数と定めて、制約条件の下で目的関数が最小となる領域の形状あるいは位相を見つける問題として構成される。これらの問題は、連続体や流れ場、音場などの現象を所望の現象に近づけるように場の形状や位相を決定する問題、あるいは計測データと理論解の誤差が最小となるように場の形状や位相を決定する逆問題を一般化した問題として捉えることができる。これらの問題は産業界の最適設計問題などへの応用が期待される。本研究では、この問題に対する正則性が保障された解法を示すことを目的とする。

この目的に対して、以下の構想で取り組んでいる。

- (1) Hilbert 空間上で構成された抽象的最適化問題に対して、評価関数が設計変数に対して Fréchet 微分評価可能として、Hilbert 空間上の強圧的な双 1 次形式を用いた抽象的勾配法を定義する。抽象的勾配法の解の一意存在は Lax-Milgram の定理によって示される。
- (2) 楕円型境界値問題が定義された領域の形状あるいは位相最適化問題は、適切な滑らかさを備えた領域写像あるいは密度相当の関数の集合を許容集合として、それを含む Hilbert 空間上の関数最適化問題として構成される。
- (3) それら最適化問題の解法は、双 1 次形式を具体的に指定した抽象的勾配法で構成される。両最適化問題に対して Hilbert 空間は異なるが、共に  $H^1$  級であることから、それらの抽象的勾配法を  $H^1$  勾配法と呼ぶ。
- (4) 楕円型境界値問題の既知関数や評価関数を適切に設定すれば、 $H^1$  勾配法の解は許容集

合に含まれることが示される。

(5) 形状と密度型位相最適化問題の Fréchet 微分を評価するために使われる随伴境界値問題および  $H^1$  勾配法によって構成される楕円型境界値問題は、Galerkin 近似を基礎にした有限要素法によって数値解が得られる。

## 2. 研究の進捗状況

## (1) 基礎理論について

平成 22 年度に、上記の構想をまとめ、その成果を国際会議の特別講演や招待講演として発表した。位相最適化問題に関しては、論文として公表された(JSIAM Letters, 3, 2011, 1-4)。

## (2) 数値解法について

形状微分に境界の曲率が現れる場合の数値解法に関して、多角形や多面体のように区分的に曲率が零の境界に適用できる公式を用いれば、形状微分は頂点や辺上に多角形や多面体の接線として現れることから、通常の有限要素法を用いた解法に容易に組み込めることが分かった。さらに、有限要素法による  $H^1$  勾配法の誤差解析に対しても理論がほぼまとめられ、その結果を裏付ける数値例も得られている。

## (3) 実問題への応用

- ① 接触する弾性体の接触圧力を望みの分布にする形状最適化問題に対して、実用に耐える数値解が得られた(JSIAM Letters, 2, 2010, 1-4)。
- ② 非定常 Navier-Stokes 流れ場の散逸エネルギーを最小化する形状最適化問題に対して、数値解法と数値例を示した(JSIAM Letters, 2, 2010, 37-40)。
- ③ 楽器の最適設計への応用を目指した音場構造連成系の放射音圧を最大化する形状を決定する問題に対して Fréchet 微分の評価方法を示

した。

④ リンク機構の最適設計問題に対して、強度規準を満たした下で運動エネルギーを最大化する形状最適化問題に対する形状微分の評価方法を示した。

⑤ 脊柱特発性側彎症の成因解明と治療法に関する研究において、脊柱有限要素モデルを CT データに近づける問題を形状と密度を設計変数にして構成し、その問題を解くプログラムを開発した。

⑥ 建築物の固有振動数および固有振動モードの実験値から損傷箇所をみつける問題を構成し、その解法と固有振動数を用いた場合の数値例を示した。

### 3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

(理由)

基礎理論と数値解法に関しておおむね完成し、実問題への応用に関して、接触する弾性体と非定常 Navier-Stokes 流れ場の形状最適化問題に対する成果を公表している。

### 4. 今後の研究の推進方策

基礎理論と数値解法に関して、形状最適化問題の形状微分を境界積分を用いた表現から領域積分を用いた表現に改めることで、H<sup>1</sup> 勾配法を Lipschitz 領域に対して有効なより一般的な解法に仕上げることを検討したい。それらの成果を踏まえて、できるだけ多くの実問題への応用に取り組み、数値例を示したい。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① Hideyuki Azegami, Satoshi Kaizu, Kenzen Takeuchi: Regular solution to topology optimization problems of continua, JSIAM Letters, 3, pp. 1-4, 2011, 査読有.
- ② Yutaro Iwata, Hideyuki Azegami, Taiki Aoyama, Eiji Katamine: Numerical Solution to Shape Optimization Problems for Non-stationary Navier-Stokes Problems, JSIAM Letters, 2, pp. 37-40, 2010, 査読有.
- ③ Takahiro Iwai, Akinobu Sugimoto, Taiki Aoyama, Hideyuki Azegami: Shape optimization problem of elastic bodies for controlling contact pressure, JSIAM Letters, 2, pp. 1-4, 2010, 査読有.
- ④ 畔上秀幸: 境界値問題が定義された領域の形状および位相最適化問題の正則化解

法, 数理解析研究所講究録, 1638, pp. 1-17, 2009, 査読無.

[学会発表] (計 35 件)

- ① Hideyuki Azegami: Regular solutions to shape and topology optimization problems for boundary value problems, The 2010 NIMS Conference and the Third China-Japan-Korea Joint Conference on Numerical Mathematics, Gangneung-Wonju National University, Korea, 2010.8.19
- ② Kimihiro Umemura, Naoya Kondo, Taiki Aoyama, Hideyuki Azegami: Shape optimization problem of multi-body systems, The Sixth China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems, Kyoto Garden Palace Hotel, 2010.6.22.
- ③ Hideyuki Azegami: Irregularity of Shape and Topology Optimization Problems for Boundary Value Problems and Its Regularization Method, The Sixth China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems (CJK-OSM 6), Kyoto Garden Palace Hotel, 2010.6.22
- ④ Hideyuki Azegami: Shape optimization problem of elastic bodies for controlling contact pressure, The 2nd International Workshops on Advances in Computational Mechanics, Pacifico Yokohama, Yokohama, Japan, 2010.3.29
- ⑤ Hideyuki Azegami, Yutaro Iwata, Eiji Katamine: Numerical solution of shape optimization problems for Navier-Stokes problems, The 8th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, LNEC Conference Centre, Lisbon, Portugal, 2009.6.1
- ⑥ Hideyuki Azegami: Consciousness of regularity for sensitivities in shape and topology optimization problems, 日本機械学会設計工学・システム部門 No. 08-67 特別講演会『最適設計 - TOPOLOGY AND SHAPE OPTIMIZATIONS II』, 早稲田大学, 西早稲田キャンパス, 2008.11.25
- ⑦ Hideyuki Azegami, Yutaro Iwata, Satoshi Kaizu, Eiji Katamine: Error Estimate of the Shape Gradient for the Stokes Problem by Finite Element Method, The Fifth China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems, Jeju Island, Korea, 2008.6.16.

様式 G-7-2

## 自己評価報告書